

岩质边坡稳定性评价的尖点突变理论模型

袁颖^{1,2}, 李佳玉¹

(1. 河北地质大学, 城市地质与工程学院, 河北石家庄 050031; 2. 河北省高校生态环境地质应用技术研发中心, 河北石家庄 050031)

[摘要]考虑岩质边坡后缘张裂隙中的孔隙水压力及地下水对软弱结构面的物理化学作用, 将软弱结构面分为应变硬化区和应变软化区, 建立单平面滑动破坏的岩质边坡力学模型, 引入尖点突变理论, 建立尖点突变模型, 推导岩质边坡突变失稳的充要力学条件判据, 并重新推导极限平衡法的临界稳定系数。结果表明, 分叉集方程等于0为岩质边坡突变失稳充要力学条件判据; 由于滑面处含水量不同, 稳定系数小于1, 边坡不一定会发生失稳; 稳定系数大于1, 边坡也不一定稳定。

[关键词] 尖点突变 应变软化 含水量 评价模型 临界稳定系数

[中图分类号] TU457 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 0495-5331(2021)01-0183-07

Yuan Ying, Li Jiayu. A cusp catastrophe theory model for evaluation of rock slope stability[J]. *Geology and Exploration*, 2021, 57(1): 0183-0189.

0 引言

近年来, 由变形破坏引起的边坡滑塌等现象时常发生, 这些地质灾害巨大的破坏性以及给人类带来的危害, 使对岩质边坡稳定性的评价变得尤为关键(王平卫和彭振斌, 2007; Yan et al., 2008; 刘寒鹏和毛彦龙, 2010; Shen and Karakus, 2014; 陈绪新等, 2017; 何忠明等, 2019)。岩质边坡的稳定性评价是一个复杂且艰难的环节, 因此建立符合边坡实际状态的数学模型描述边坡失稳系统所处的状态至关重要(贺可强和雷建和, 2001; Yan, 2011; Liu et al., 2014; 周静等, 2018; 王汉勋等, 2018; 方前程和商丽, 2019)。传统的岩质边坡稳定性分析一般采用极限平衡法(万文等, 2004; 李犇等, 2011; 刘勇, 2018; 周豪等, 2018)。该方法假设滑动面是均质的, 整个滑动面上的剪应力同时达到极限破坏状态时, 通过判断安全系数 K 是否大于1来评价边坡的稳定性。边坡滑动面上的应力实际上分布不均匀, 边坡从平衡到失稳是一个突变的过程, 而突变理论能很好地描述由一种状态突变至另一种状态的灾变现象, 并且已经应用到边坡工程中(薛新华和张我华,

2006; Zhu et al., 2013; 宋鑫华等, 2016; 徐海清等, 2016; 陈绪新等, 2018; 高鹏翔, 2018; 梁冠亭等, 2018)。但是大部分研究工作都是对岩质边坡稳定性进行定性评价, 很少考虑岩质边坡后缘张裂隙中的孔隙水压力及地下水对边坡软弱结构面的物理化学作用。通常岩质边坡后缘存在张裂隙, 由于降水等原因会使裂隙充水, 并渗入到滑动面, 因此本文考虑水的影响, 并假设滑动面为非均匀的软弱夹层。在滑动面的某些区段, 介质的强度高, 抵抗变形能力强, 表现为非线性弹性或线弹性; 在滑动面的另一些区段, 介质比较破碎, 地下水使介质的含水量增大, 发生由固态向塑态直至液态的弱化效应, 使介质产生泥化现象, 因此介质的强度低, 抵抗变形能力弱。根据软弱夹层中介质的性质及抵抗变形能力, 将软弱夹层分为介质强度较高的应变硬化区和介质强度较低的应变软化区。根据不同的岩质边坡, 可以将软弱夹层分为两段甚至多段。

极限平衡法是一种重要、并纳入设计规范的边坡稳定性分析最常用的方法(卢坤林和朱大勇, 2012; 乔翔, 2017; 王春华等, 2017; 赵婷

[收稿日期] 2019-12-06; **[改回日期]** 2020-09-20; **[责任编辑]** 郝情情。

[基金项目] 国家自然科学基金项目(编号:41902298)和河北地质大学第十六届学生科技基金科研项目(编号:KZA201906)联合资助。

[第一作者] 袁颖(1976年-), 男, 2006年毕业于大连理工大学, 获防灾减灾工程及防护工程专业博士学位, 主要从事环境和灾害地质、工程地质方面的教学和科研工作。E-mail: yuanyingson@163.com。

和王畅,2019)。因此本文将尖点突变理论与极限平衡法相结合,建立单平面滑动破坏的岩质边坡力学模型,引入突变理论,建立尖点突变模型,推算岩质边坡突变失稳的充要力学条件及失稳机理,进而重新推导极限平衡法的临界稳定系数。

1 建立模型

1.1 力学模型

单平面滑动破坏的岩质边坡力学模型如图 1 所示。对边坡取单位宽度,假设滑体为刚体,重量为 G ;由于受自重影响,发生岩体蠕滑现象,产生的位移为 u ;软弱夹层的长度为 L , l_1 表示应变硬化区段滑面的长度, l_2 表示应变软化区段滑面的长度,且有 $l_1 + l_2 = L$;结构面倾角为 α ;边坡软弱夹层的厚度为 h ;此外,岩质边坡后缘张裂隙中的孔隙水压力为 V ,沿滑动面渗流的孔隙水压力为 U ,其中,张裂隙中的水柱高度为 h_w 。

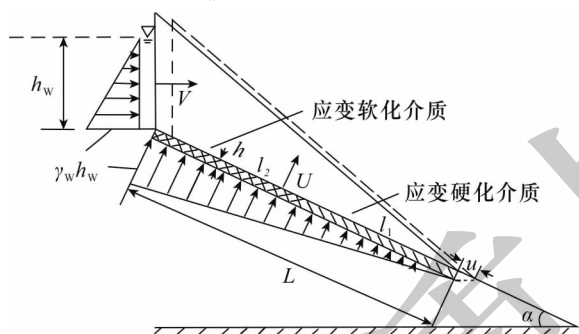


图 1 岩质边坡力学模型

Fig. 1 Mechanical model of rock slope

通常岩质边坡后缘存在张裂隙,地表水就可能从张裂隙渗入,沿滑动面渗流,或者地下水面上升时,会对软弱夹层中的介质产生物理化学作用,使介质的抗剪强度减弱,最后可能导致破坏,这一过程称为水致弱化。为了更好地反映水对软弱夹层中介质强度的影响,本文引用殷有泉和杜静(1994)的水致弱化函数:

$$f(w) = (1 - \eta)(1 - w)^2 + \eta \quad (1)$$

式中, w 表示岩土体的饱和度; η 代表岩土体的软化系数。

当岩土体处于完全干燥状态时, $w = 0$, $f(w) = 1$;而当岩土体完全饱和时 $w = 1$, $f(w) = \eta < 1$, w 和 η 属于 0 到 1 区间, $f(w)$ 为单调递减函数。水致弱化函数的具体形式是由实验数据拟合得出的,介质不同,水致弱化函数不同。

引入龙辉等(2002)和张浩等(2018)所述的应变硬化区介质和应变软化区介质的剪切变形曲线及本构关系。因此,由于岩质边坡中软弱夹层介质受到水致弱化作用,应变硬化区和应变软化区介质剪切变形的本构关系可以表示为:

$$\tau_1 = \begin{cases} f_1(w)G_1 \frac{u}{h} & (u \leq u_1) \\ f_1(w)\tau_m & (u > u_1) \end{cases} \quad (2)$$

$$\tau_2 = f_2(w)G_2 \frac{u}{h} \exp\left[-\left(\frac{u}{u_2}\right)^\lambda\right] \quad (3)$$

式中: τ_1 为应变硬化区介质的剪应力, G_1 为应变硬化区介质的剪切模量, G_2 为应变软化区介质的剪应力最大时的位移, τ_m 为应变硬化区介质的残余剪切强度, $f_1(w)$ 为应变硬化区介质的水致弱化函数; τ_2 为应变软化区介质的剪应力, G_2 为应变软化区介质的剪切模量, u_2 为应变软化区介质的剪应力达到峰值时的位移, $f_2(w)$ 为应变软化区介质的水致弱化函数, λ 为与含水量有关的参数, λ 越大,含水量越大,应变软化越严重。

1.2 建立尖点突变模型

通过上述力学模型的研究,并参考龙辉等(2002)和王思长等(2010)的势能函数,分析得出岩质边坡系统的总势能函数为式(4)。

$$V_u = \int_0^u \left\{ f_1(w)G_1 \frac{u}{h} l_1 + f_2(w)G_2 \frac{u}{h} \exp\left[-\left(\frac{u}{u_2}\right)^\lambda\right] l_2 \right\} du - (G \sin \alpha + V \cos \alpha) u \quad (4)$$

岩质边坡失稳时,岩体下滑产生的变形 u 发生突变,因此选取变形 u 作为状态突变量,则岩质边坡稳定性的平衡曲面方程为:

$$V'_u = f_1(w)G_1 \frac{u}{h} l_1 + f_2(w)G_2 \frac{u}{h} \exp\left[-\left(\frac{u}{u_2}\right)^\lambda\right] l_2 - (G \sin \alpha + V \cos \alpha) = 0 \quad (5)$$

为进一步考虑该平衡曲面的光滑性质,对平衡曲面方程求两阶导数,计算出该平衡曲面在尖点处的位移为:

$$u = u_x = \left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\lambda}} u_2 \quad (6)$$

为方便计算,在尖点处将公式(5)中 V'_u 对尖点处状态变量 u_x 进行 Taylor 公式展开,并保留到 3 次项:

$$\frac{1}{6} \frac{f_2(w)G_2 l_2 u_x \lambda (\lambda + 1)^2 \exp\left(-\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)}{h}.$$

$$\left\{ \left(\frac{u - u_x}{u_x} \right)^3 + 6 \left[\frac{f_1(w) G_1 l_1 \exp\left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)}{f_2(w) G_2 l_2 \lambda (\lambda + 1)^2} - \frac{1}{(\lambda + 1)^2} \right] \left(\frac{u - u_x}{u_x} \right) + \frac{6}{\lambda (\lambda + 1)^2} \left[\frac{f_1(w) G_1 l_1 \exp\left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)}{f_2(w) G_2 l_2} + 1 - \frac{(G \sin \alpha + V \cos \alpha) h \exp\left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)}{f_2(w) G_2 l_2 u_x} \right] \right\} = 0 \quad (7)$$

通过计算演化,对上式采用变量替换的方法,得到基于尖点突变理论的标准形式为:

$$V'_x = x^3 + bx + c = 0 \quad (8)$$

其中,

$$x = (u - u_x)/u_x \quad (9)$$

$$b = \frac{6}{\lambda(\lambda+1)^2}(k-\lambda) \quad (10)$$

$$c = \frac{6}{\lambda(\lambda+1)^2}(k+1-\xi) \quad (11)$$

$$k = \frac{f_1(w) G_1 l_1 \exp\left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)}{f_2(w) G_2 l_2} \quad (12)$$

$$\xi = \frac{(G \sin \alpha + V \cos \alpha) h \exp\left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)}{f_2(w) G_2 l_2 u_s} \quad (13)$$

式中: x 表示系统的状态变量; b 、 c 表示系统的控制变量; k 表示刚度比, 随着含水量的变化而变化; ξ 表示几何 - 力学参数, 与系统的几何尺寸、重量、静水压力、含水量、介质的力学参数有关。分叉集方程表示为:

$$\Delta = 4b^3 + 27c^2 = 0 \quad (14)$$

将控制变量 b, c 带入分叉集方程,得到:

$$\Delta = 4t^3 (k - \lambda)^3 + 27t^3 (k + 1 - \xi)^2 = 0 \quad (15)$$

$$t = \frac{6}{\lambda(\lambda+1)^2} \quad (16)$$

用具有折叠翼的平衡曲面来描述的尖点突变模型如图 2 所示。用状态变量 x 、控制变量 b 、 c 表示

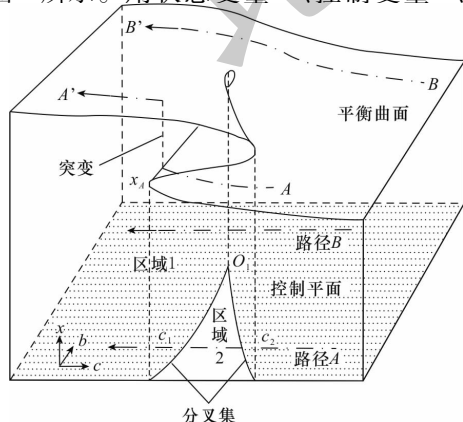


图2 尖点突变模型

Fig. 2 Cusp catastrophe model

系统的三个坐标, O_1 为坐标系的原点。路径 A 表示边坡从稳定到发生突变失稳的孕育演化过程, 路径 B 表示状态变量 x 连续变化, 边坡不会发生突变失稳的过程。由于边坡的孕育和发展与环境变迁有很大关系, 因此图 2 中边坡的发展方向可以从左向右发展, 也可能从右向左发展, 图中以边坡向左发展为例解释边坡系统的演化及突变过程。

将式(12)、式(13)带入式(11)可得:

$$c = \frac{6h \exp\left(\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right)}{\lambda (\lambda + 1)^2 f_2(w) G_2 l_2 u_x} \left[\frac{f_1(w) G_1 l_1 \frac{u_x}{h} + f_2(w)}{G_2 l_2 \frac{u_x}{h} \exp\left(-\frac{\lambda + 1}{\lambda}\right) - (G \sin \alpha + V \cos \alpha)} \right] \quad (17)$$

可见,控制参数 c 的符号取决于边坡抗滑力与下滑力之差。当抗滑力大于下滑力时, $c > 0$; 当抗滑力等于下滑力时, $c = 0$; 当抗滑力小于下滑力时, $c < 0$ 。同时将平衡曲面垂直投影到控制平面上:

(1) 在区域 1 中, $\Delta > 0$, 方程(8)的解只有一个。在此区域, 随着控制参数 b, c 连续变化, 状态变量 x 也连续变化, 边坡处于稳定状态。如上图中的路径 B 的演化过程。

(2) 在区域 2 中, $\Delta < 0$, 方程(8)有三个互不相同的解。在此区域中, 随着控制参数 b, c 的连续变化, 状态变量 x 也连续变化, 坡体经历三个蠕滑变形阶段。当 $c > 0$ 时, 坡体的抗滑力大于下滑力, 坡体滑动的加速度小于 0, 此时坡体做减速滑动; 当 $c = 0$ 时, 坡体的抗滑力等于下滑力, 坡体滑动的加速度等于 0, 此时坡体做匀速滑动; 当 $c < 0$ 时, 坡体的抗滑力小于下滑力, 坡体滑动的加速度大于 0, 此时坡体做加速滑动。

(3) 在分叉集的左右支上, $\Delta = 0$, 方程(8)有三个解, 其中两个解相同。在分叉集的左支上, 较小的两个解是相同的, 而在分叉集的右支上, 较大的两个解是相同的。随着控制变量 b, c 的变化, 状态变量 x 穿越分叉集左右时, 如路径 A , 在跨越分叉集右支时边坡进入蠕滑变形三个阶段, 当演化到分叉集左支上时, 边坡处于突变失稳的临界点, 一旦控制变

量 b 、 c 发生微小变化,状态变量 x 便会突然增大,发生跳跃,同时跨越分叉集的左支,边坡发生突变失稳。路径 A 完整地描述了典型地边坡突变失稳过程,当然该过程各个阶段的历史时间以及失稳规模与边坡的内外因素有关,甚至受外部因素的影响,边坡的演化过程可能会反复进行。

(4)在尖点处, $\Delta = 0$, 方程(8)有三个相同的解。由于尖点前后状态变量 x 所处的状态是一致的,因此穿越该点后边坡不会发生突变失稳。即 $b \leq 0$ 时,系统突发失稳的必要条件为:

$$k \leq \lambda \quad (18)$$

同时随着含水量的增大,刚度比 k 是逐渐减小的,容易达到突变失稳的条件。

通过上述分析, $\Delta = 0$ 时,即式(15)为岩质边坡中岩体沿着滑动面滑动并突变失稳的充要力学条件判据。

2 基于突变充要力学条件的极限平衡法

极限平衡法是岩土体稳定性分析方法之一,在实际岩质边坡评价分析中应用广泛。因此,本文基于岩质边坡突变失稳的充要力学条件,重新推导极限平衡法的临界稳定系数。

当边坡沿着路径 $A-A'$ 演化时,系统跨越分叉集的左支 ($c < 0$),变形剧增,边坡发生突变失稳。结合式(8)、式(14)可计算出临界失稳点的位移为:

$$u^* = u_x \left[1 - \frac{\sqrt{3t}}{3} (\lambda - k)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (k < \lambda) \quad (19)$$

$$K_c = \frac{\left\{ k + \exp \left[\frac{\lambda + 1}{\lambda} - \frac{\lambda + 1}{\lambda} \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3t}}{3} (\lambda - k)^{\frac{1}{2}} \right)^\lambda \right] \right\} \cdot \left[1 - \frac{\sqrt{3t}}{3} (\lambda - k)^{\frac{1}{2}} \right]}{k + 1 + \frac{2\sqrt{3t}}{9} (\lambda - k)^{\frac{3}{2}}} \quad (23)$$

上式可以看出,临界稳定系数 K_c 与刚度比 k 和 λ 有关,而 k 和 λ 随含水量变化而变化,故介质中含水量的大小会直接影响边坡的稳定状况。

当 λ 取 1、2、3 时,临界稳定系数 K_c 与刚度比 k 的关系如图 3。可以看出,对于同一 λ 值,临界稳定系数 K_c 随刚度比 k 的增大而逐渐增大,并且趋于 1; 对于同一 k 值,随着 λ 增大即含水量增大,临界稳定系数 K_c 会逐渐增大至趋于 1。用极限平衡法判定边坡稳定性时,稳定系数小于 1 时为不稳定,大于 1 时为稳定。然而通过上图可以发现:当刚度比 k 较小, λ 也较小即含水量较小时,即使稳定系数小于 1,但没有小到一定程度,边坡是不会发生突变失稳的;同样,当刚度比 k 较小而 λ 很大即含水量很大时,尽管计算得出稳定系数略大于 1,边坡也不一定稳定,也会有

公式(15)整理为:

$$\frac{f_2(w) G_2 l_2}{(G \sin \alpha + V \cos \alpha) h} = \frac{\exp \left(\frac{\lambda + 1}{\lambda} \right)}{\left[k + 1 \pm \frac{2\sqrt{3t}}{9} (\lambda - k)^{\frac{3}{2}} \right] u_x} \quad (k \leq \lambda) \quad (20)$$

公式中 $c < 0$, 因此在上式中取正号,表示为

$$\frac{f_2(w) G_2 l_2}{(G \sin \alpha + V \cos \alpha) h} = \frac{\exp \left(\frac{\lambda + 1}{\lambda} \right)}{\left[k + 1 + \frac{2\sqrt{3t}}{9} (\lambda - k)^{\frac{3}{2}} \right] u_x} \quad (k \leq \lambda) \quad (21)$$

按照极限平衡理论,抗滑力与下滑力的比值即为边坡稳定系数,表示为:

$$K = \frac{f_1(w) G_1 \frac{u}{h} l_1 + f_2(w) G_2 \frac{u}{h} \exp \left[- \left(\frac{u}{u_2} \right)^\lambda \right] l_2}{G \sin \alpha + V \cos \alpha} = \frac{\left\{ k + \exp \left[\frac{\lambda + 1}{\lambda} - \left(\frac{u}{u_2} \right)^\lambda \right] \right\} u}{\left[k + 1 + \frac{2\sqrt{3t}}{9} (\lambda - k)^{\frac{3}{2}} \right] u_x} \quad (22)$$

从上式中观察到,边坡稳定性系数 K 与 k 、 λ 、 u/u_x 密切相关,并且随变形 u 的增大而增大。当 $u = u^*$ 时,边坡系统处于临界稳定状态,将式(19)代入式(22)计算后得出临界稳定性系数 K_c 为:

发生滑坡的可能。极限平衡法中 $K_c = 1$ 只是本方法中 $k = \lambda$ 时情况,因此,单用极限平衡法来评价边坡的稳定性是不够的,需要考虑含水量的影响,结合尖点突变理论计算临界稳定系数来判定边坡稳定状况。

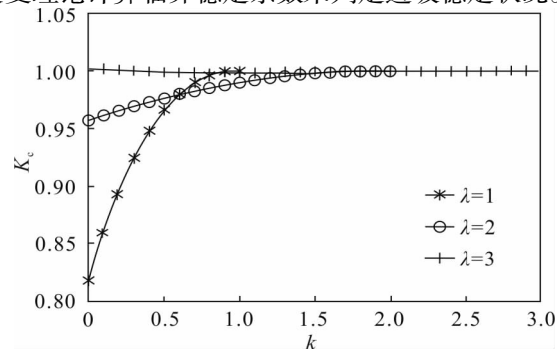


图 3 λ 取 1、2、3 时的 K_c 曲线

Fig. 3 K_c curves when λ is equal to 1, 2, and 3

3 计算实例

根据文献(曾亮,2014)以及工程地质手册(第五版)(《工程地质手册》编委会,2018)确定以下参数:在应变硬化区,含水量 $w_1 = 25\%$,软化系数 $\eta_1 = 0.65$,剪切模量 $G_1 = 1.49 \times 10^7$ kPa,长度 $l_1 = 1.1$ m;在应变软化区,含水量 $w_2 = 35\%$,软化系数 $\eta_2 = 0.45$,剪切模量 $G_2 = 0.41 \times 10^7$ kPa,长度 $l_2 =$

$$K = \frac{0.8469 \times 1.49 \times 10^7 \times \frac{0.001}{0.04} \times 1.1 + 0.6824 \times 0.41 \times 10^7 \times \frac{0.001}{0.04} \times \exp\left[-\left(\frac{0.001}{0.001}\right)^{1.5}\right] \times 80.9}{4.94 \times 10^6 \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 \times \cos 30^\circ} = 0.9832 \quad (24)$$

利用公式(23)计算得出临界稳定系数,

$$K_c = \frac{\left\{0.3247 + \exp\left[\frac{1.5+1}{1.5} - \frac{1.5+1}{1.5} \times \left(1 - \frac{\sqrt{3} \times 0.64}{3} \times \left(1.5 - 0.3247\right)^{\frac{1}{2}}\right)^{1.5}\right]\right\} \times \left[1 - \frac{\sqrt{3} \times 0.64}{3} \times \left(1.5 - 0.3247\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{0.3247 + 1 + \frac{2}{9} \times \frac{\sqrt{3} \times 0.64}{9} \times \left(1.5 - 0.3247\right)^{\frac{3}{2}}} = 0.9496 \quad (25)$$

$K = 0.9832 > K_c = 0.9496$ 。由此可见,边坡处于稳定状态,不会发生突变失稳。

$$K = \frac{(G \cos \alpha - U - V \sin \alpha) \tan \varphi + CL}{G \sin \alpha + V \cos \alpha} = \frac{(4.94 \times 10^6 \times \cos 30^\circ - 4100 - 500 \times \sin 30^\circ) \times \tan 29^\circ + 300 \times (1.1 + 80.9)}{4.94 \times 10^6 \times \sin 30^\circ + 500 \times \cos 30^\circ} = 0.9689 \quad (26)$$

$K = 0.9689 < 1$,边坡会发生失稳。其中, $U = \frac{1}{2} \gamma_w h_w L = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times (1.1 + 80.9) = 4100$ kN/m, $V = \frac{1}{2} \gamma_w h_w^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 10^2 = 500$ kN/m, γ_w 取 10 kN/m³。

综上所述,受水的影响,滑面两段各点的剪应力分布不均匀,不可能同时达到极限破坏状态,因此两种方法计算的稳定系数有差别。而尖点突变理论考虑了水对应变软化段的软化侵蚀作用,因此结果较传统极限平衡法可靠。

4 结论

本文通过建立单平面滑动破坏的岩质边坡力学模型,结合突变理论,建立尖点突变模型并推导岩质边坡突变失稳的充要力学条件判据,进而推导极限平衡法的临界稳定系数,并结合计算实例验证可行性,取得以下主要结论:

(1)考虑水的影响建立了较完善的尖点突变模型,推导出岩质边坡突变失稳充要力学条件判据。当边坡演化到分叉集的左支上时,若控制变量有微

80.9 m;结构面倾角 $\alpha = 30^\circ$,粘聚力 $C = 300$ kPa,内摩擦角 $\varphi = 29^\circ$,上部滑体自重 $G = 4.94 \times 10^6$ kN/m,软弱夹层的厚度 $h = 0.04$ m,后缘裂隙水柱高度 $h_w = 10$ m,取 $\lambda = 1.5$,边坡蠕滑位移 $u = 0.01$ m,在应变软化区剪应力达到峰值时的位移 $u_2 = 0.001$ m。

采用本文方法,利用公式(22)计算得出稳定系数如下:

而利用传统极限平衡法,计算得出稳定系数如下:

小变化,边坡便会产生突变失稳。

(2)在不同含水量下,滑动面应变硬化区和应变软化区介质不能同时达到极限平衡状态,因此需进一步对极限平衡状态时介质的本构关系以及强度参数做进一步研究。

(3)本文中岩质边坡力学模型同样适用于其他结构面破坏类型和坡体形状的岩质边坡。

(4)结合尖点突变理论和极限平衡法重新推导边坡的临界稳定系数以及边坡突变失稳的充要力学条件判据,发现传统极限平衡法中 $K_c = 1$ 只是本方法中 $k = \lambda$ 时的特殊情况,单用传统极限平衡法来评价边坡的稳定性不能很好地描述边坡突变失稳的现象。

[References]

- Chen Xuxin, Fu Houli, Qin Zhe, Zhang Libo, Wang Guozhen. 2017. Slope stability analysis of altered rocks under different saturated conditions[J]. Geology and Exploration, 53(1): 151-156 (in Chinese with English abstract).
- Chen Xuxin, Qin Zhe, Fu Houli, Liu Xing, Li Sen. 2018. Analysis on stability of water-saturation slopes based on cusp catastrophe model[J]. Geology and Exploration, 54(2): 376-380 (in Chinese with English abstract).

- abstract).
- Editorial Board of Geological Engineering Handbook. 2018. Geological engineering handbook (fifth edition) [M]. Beijing: China Architecture & Building Press; 1-1386 (in Chinese).
- Fang Qiancheng, Shang Li. 2019. Analysis of the rock slope stability for the open-pit mine based on the game theory and the cloud model [J]. Journal of Safety and Environment, 19(1): 8-13 (in Chinese with English abstract).
- Gao Pengxiang. 2018. Analysis on the stability of the mined-out areas around Xiaolangdi reservoir based on cusp catastrophe theory [J]. Industrial Safety and Environmental Protection, 44(6): 32-35 (in Chinese with English abstract).
- He Keqiang, Lei Jianhe. 2001. A prediction of the slope stability based on neural network [J]. Geology and Exploration, 37(6): 72-75 (in Chinese with English abstract).
- He Zhongming, Peng Shenghui, Fan Dianhua, Wang Baolin. 2019. Temporal and spatial evolution of slope stability on the right side of a viaduct on the Guisan expressway [J]. Geology and Exploration, 55(5): 1294-1301 (in Chinese with English abstract).
- Li Ben, Tian Xiaofu, Liu Yaqian, Du Mingxing. 2011. Stability analysis of rock mass slope at the Lafarge concrete batching plant in Chongqing City [J]. Geology and Exploration, 47(6): 1153-1157 (in Chinese with English abstract).
- Liang Guanting, Xiao Kaiqian, Zheng Hongwei, Xia Wenhui. 2018. A study of the safety thickness of cave roof under rock-socketed pile in karst area based on the cusp catastrophe theory [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 45(5): 67-72 (in Chinese with English abstract).
- Liu Hanpeng, Mao Yanlong. 2010. A study on dynamic stability of slopes at dump sites of open-pit mines [J]. Geology and Exploration, 46(4): 728-732 (in Chinese with English abstract).
- Liu Yong. 2018. Study on stability of unsaturated soil slope under rainfall based on improved limit equilibrium method [J]. Journal of Railway Engineering Society, 35(8): 38-43, 66 (in Chinese with English abstract).
- Liu Z, Shao J, Xu W, Xu F. 2014. Comprehensive stability evaluation of rock slope using the cloud model-based approach [J]. Rock Mechanics & Rock Engineering, 47(6): 2239-2252.
- Long Hui, Qin Siqing, Wan Zhiqing. 2002. Catastrophe analysis of rainfall-induced landslides [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 21(4): 502-508 (in Chinese with English abstract).
- Lu Kunlin, Zhu Dayong. 2012. The state of the art in the limit equilibrium method by modifying normal stresses over slip surface [J]. Industrial Construction, 42(6): 131-136, 45 (in Chinese with English abstract).
- Qiao Xiang. 2017. Stability analysis and treatment measures of high slope based on limit equilibrium method [J]. Railway Engineering, 57(8): 89-93 (in Chinese with English abstract).
- Shen J, Karakus M. 2014. Three-dimensional numerical analysis for rock slope stability using shear strength reduction method [J]. Canadian Geotechnical Journal, 51(2): 164-172.
- Song Xinhua, Bao Tai, Zhuang Jinliang, Liu Hao, Peng Honghu. 2016. Stability analysis of soil slope based on cusp catastrophe theory [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 14(3): 138-143, 168 (in Chinese with English abstract).
- Wan Wen, Cao Ping, Wu Yongheng. 2004. Elasto-plastic limit equilibrium method for stability analysis of complex rock slope [J]. China Safety Science Journal, 14(6): 103-107, 111, 1 (in Chinese with English abstract).
- Wang Chunhua, He Yi, Zheng Weiqiang, Zheng Xiangyue. 2017. Stability analysis of waste dump slope in an open mining pit [J]. Southern Metals, (3): 38-41 (in Chinese with English abstract).
- Wang Hanxun, Zhang Bin, Zhang Zhongjian, Zhang Dongliang, Feng Junwei. 2018. Stability analysis of iron ore tailings dams under action of seepage and earthquakes [J]. Geology and Exploration, 54(3): 614-622 (in Chinese with English abstract).
- Wang Pingwei, Peng Zhenbin. 2007. Water affecting on the stability of the soil slope [J]. Geology and Exploration, 43(3): 121-122 (in Chinese with English abstract).
- Wang Sichang, She Xuesen, Li Yi, Mu Peng. 2010. Stability analysis of rock slope based on cusp catastrophe theory [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 10(3): 23-27 (in Chinese with English abstract).
- Xu Haiqing, Chen Liang, Wang Wei, Chen Jianping. 2016. Prediction analysis of surrounding rock collapse in soft rock tunnel by cusp catastrophe [J]. Journal of Railway Engineering Society, 33(11): 97-101 (in Chinese with English abstract).
- Xue Xinhua, Zhang Wohua. 2006. A cusp catastrophe model for large dam failure [J]. China Rural Water and Hydropower, (12): 101-103, 106 (in Chinese with English abstract).
- Yan Q. 2011. Stability evaluation model of rock mass slope based on PSO-SVR [J]. Computer Engineering & Applications, 47(16): 235-238.
- Yan Z X, Duan J, Jiang P. 2008. A study on constitutive model and parameters of rock slope stability [J]. Materials Science Forum, 575-578: 1210-1216.
- Yin Youquan, Du Jing. 1994. Dovetail catastrophe model of seismic process [J]. Acta Seismologica Sinica, 16(4): 416-422 (in Chinese with English abstract).
- Zeng Liang. 2014. Research on stability analysis of slopes for mutations theory method [D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University; 1-68 (in Chinese with English abstract).
- Zhang Hao, Cui Yongya, Zhao Yaqiang. 2018. Study on the application of cusp catastrophe theory model in rock slope [J]. Journal of Ningxia University (Natural Science Edition), 39(3): 223-226, 233 (in Chinese with English abstract).
- Zhao Ting, Wang Chang. 2019. Slope stability analysis method and its engineering application [J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 50(5): 196-203 (in Chinese with English abstract).
- Zhou Hao, Cai Yizhou, Li Jianglong. 2018. Stability analysis of slope reinforcing with prestressed anchor cables based on limit equilibrium method for normal stress distribution of sliding surface [J]. Water Resources and Power, 36(8): 109-112, 174 (in Chinese with English abstract).

Zhou Jing, Li Yuanfu, He Zhimin, Wang Guangkai, Peng Yin. 2018. Stability evaluation of high steep rock slope based on the weight least-square method and extenics [J]. Subgrade Engineering, (4): 1-6 (in Chinese with English abstract).

Zhu H, Yao L, Luo Y. 2013. Seismic stability evaluation of embankment slope based on catastrophe theory [J]. Journal of Modern Transportation, 21(2): 111-116.

[附中文参考文献]

陈绪新, 付厚利, 秦哲, 张立博, 王国珍. 2017. 不同饱水条件下蚀变岩边坡稳定性分析[J]. 地质与勘探, 53(1): 151-156.

陈绪新, 秦哲, 付厚利, 刘兴, 李森. 2018. 基于尖点突变模型饱水边坡稳定性分析[J]. 地质与勘探, 54(2): 376-380.

方前程, 商丽. 2019. 基于博弈论-云模型的露天矿岩质边坡稳定性分析[J]. 安全与环境学报, 19(1): 8-13.

高鹏翔. 2018. 基于尖点突变理论的小浪底库区附近采空区稳定性分析[J]. 工业安全与环保, 44(6): 32-35.

《工程地质手册》编委会. 2018. 工程地质手册(第五版)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社: 1-1386.

何忠明, 彭生辉, 范电华, 王保林. 2019. 桂三高速公路高架桥右侧边坡稳定性时空演变规律分析[J]. 地质与勘探, 55(5): 1294-1301.

贺可强, 雷建和. 2001. 边坡稳定性的神经网络预测研究[J]. 地质与勘探, 37(6): 72-75.

李桦, 田小甫, 柳亚干, 杜明性. 2011. 重庆拉法基搅拌站岩质边坡稳定性分析[J]. 地质与勘探, 47(6): 1153-1157.

梁冠亭, 肖开乾, 郑宏伟, 夏文辉. 2018. 基于尖点突变理论的岩溶区嵌岩桩溶洞顶板安全厚度研究[J]. 水文地质工程地质, 45(5): 67-72.

刘寒鹏, 毛彦龙. 2010. 露天矿排土场高边坡动力稳定性研究[J]. 地质与勘探, 46(4): 728-732.

刘勇. 2018. 基于改进极限平衡法的非饱和边坡稳定性分析[J]. 铁道工程学报, 35(8): 38-43, 66.

龙辉, 秦四清, 万志清. 2002. 降雨触发滑坡的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 21(4): 502-508.

卢坤林, 朱大勇. 2012. 基于滑面正应力修正的极限平衡法的研究现状[J]. 工业建筑, 42(6): 131-136, 45.

乔翔. 2017. 基于极限平衡法的高边坡稳定性分析及处治措施[J]. 铁道建筑, 57(8): 89-93.

宋鑫华, 包太, 庄锦亮, 刘豪, 彭鸿湖. 2016. 基于尖点突变理论的土质边坡稳定性分析[J]. 南水北调与水利科技, 14(3): 138-143, 168.

万文, 曹平, 吴永恒. 2004. 弹塑性极限平衡法分析复杂岩质边坡的稳定性[J]. 中国安全科学学报, 14(6): 103-107, 111, 1.

王春华, 贺义, 郑伟强, 郑相悦. 2017. 某露天矿坑内排土场边坡稳定性分析[J]. 南方金属, (3): 38-41.

王汉勋, 张彬, 张中俭, 张东亮, 冯军伟. 2018. 渗流与地震作用下铁矿尾矿坝稳定性分析[J]. 地质与勘探, 54(3): 614-622.

王平卫, 彭振斌. 2007. 水对土质边坡的稳定性影响分析[J]. 地质与勘探, 43(3): 121-122.

王思长, 折学森, 李毅, 穆鹏. 2010. 基于尖点突变理论的岩质边坡稳定性分析[J]. 交通运输工程学报, 10(3): 23-27.

徐海清, 陈亮, 王伟, 陈建平. 2016. 软岩隧道围岩塌方的尖点突变预测分析[J]. 铁道工程学报, 33(11): 97-101.

薛新华, 张我华. 2006. 大坝失稳的尖点突变模型分析[J]. 中国农村水利水电, (12): 101-103, 106.

殷有泉, 杜静. 1994. 地震过程的燕尾型突变模型[J]. 地震学报, 16(4): 416-422.

曾亮. 2014. 边坡稳定性分析的突变理论法研究[D]. 重庆: 重庆交通大学: 1-68.

张浩, 崔永杰, 赵亚强. 2018. 尖点突变理论模型在岩质边坡的应用研究[J]. 宁夏大学学报(自然科学版), 39(3): 223-226, 233.

赵婷, 王畅. 2019. 边坡稳定性分析方法及工程应用研究进展[J]. 水利水电技术, 50(5): 196-203.

周豪, 蔡宜洲, 李江龙. 2018. 基于滑面正应力修正的极限平衡法的锚固边坡稳定性分析[J]. 水电能源科学, 36(8): 109-112, 174.

周静, 李远富, 何志敏, 王广开, 彭引. 2018. 基于权的最小平方方法和可拓学的高陡岩质边坡稳定性评价[J]. 路基工程, (4): 1-6.

A Cusp Catastrophe Theory Model for Evaluation of Rock Slope Stability

YUAN Ying^{1,2}, LI Jiayu¹

(1. School of Urban Geology and Engineering, Hebei GEO University, Shijiazhuang, Hebei 050031; 2. School for Hebei Ecological and Environmental Geology Research, Shijiazhuang, Hebei 050031)

Abstract: Considering the pore water pressure in tensile cracks at the trailing edge of the rock slope and the physicochemical effect of groundwater, this study divided the weak structural plane into strain hardening area and strain softening area, and established a mechanical model of rock slope with single plane sliding failure. Introducing the theory of cusp catastrophe, this work established a cusp catastrophe model and derived mechanical condition criterion of catastrophe instability of rock slope, then re-derived the critical safety coefficient of limit equilibrium. Results show that when the bifurcation set equation equals to 0 is the mechanical condition criterion of catastrophe instability of the rock slope. Due to the different water content at the slip surface, when the stability coefficient is less than 1, the slope does not necessarily become unstable, when the stability coefficient is greater than 1, the slope is not necessarily stable.

Key words: cusp catastrophe, strain softening, water content, evaluation model, critical safety coefficient