

基于尖点突变模型饱水边坡稳定性分析

陈绪新¹, 秦哲¹, 付厚利², 刘兴¹, 李森¹

(1. 山东科技大学土木工程与建筑学院, 山东省防灾减灾重点实验室, 山东青岛 266590;

2. 临沂大学土木工程与建筑学院, 山东临沂 276000)

[摘要]为分析不同饱水条件下露天矿坑边坡稳定性, 基于尖点突变理论, 考虑矿坑水位变化对滑坡面岩体的劣化作用, 构建饱水条件下边坡稳定性分析尖点突变模型。结果表明: 不同饱水条件下对边坡岩石力学性质产生损伤, 损伤演化方程符合负指数变化规律, 并根据弱化规律建立非线性饱水弱化函数; 对饱水滑面介质建立本构方程, 引入饱水弱化函数, 构建不同饱水条件下边坡稳定性分析尖点突变模型; 根据尖点突变模型判别式得到, 饱水作用对岩石损伤越大, 判别值逐渐趋于0, 边坡状态由稳定向失稳方向转变。研究成果可为边坡体内部含有的地质构造, 如软弱结构等, 以及受水位影响的库岸边坡稳定性分析提供有益思路。

[关键词] 尖点突变模型 饱水条件 饱水弱化函数 边坡稳定性

[中图分类号] TU458 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 0495-5331(2018)02-05

Chen Xu-xin, Qin Zhe, Fu Hou-li, Liu Xing, Li Sen. Analysis on stability of water-saturation slopes based on cusp catastrophic model[J]. *Geology and Exploration*, 2018, 54(2): 0376-0380.

0 前言

露天开采金矿闭坑后, 产生规模较大的地表深凹露天坑以及高陡岩质边坡, 引起滑坡概率的增大。为充分利用深凹露天矿坑, 将矿坑作为邻近金矿选矿厂尾矿库, 引起矿坑水位持续上升, 导致边坡岩石长期处于饱水状态。饱水对岩石力学特性产生明显的弱化影响, 主要包括: 饱水对岩石宏观强度的影响(王新刚, 2014; 冯佰研等, 2016; 陈绪新等, 2017), 使得岩石的力学强度产生弱化, 包括岩石的峰值强度、抗剪强度、岩石蠕变特性等; 饱水对岩石微观结构的影响(刘镇等, 2011; 王飞等, 2016); 对岩石内部微裂隙扩展、孔隙率、水溶液化学成分等参数影响。处于长期饱水状态下的边坡岩石力学性质变异, 导致边坡失稳突变。因此, 突变理论在边坡稳定性分析中具有良好的适用性, 夏开宗等(2015)以顺层岩质边坡为研究对象, 考虑地下水对岩石弱化及后缘裂缝的水力作用, 建立边坡突变模型; 龙辉等(2002)针对边坡平面滑动问题, 分析降雨对滑坡面

岩体的弱化作用, 并定义水致弱化系数, 建立边坡突变模型; 周小平等(2011)针对边坡滑面岩体的蠕变特性, 基于突变理论构建滑坡时间预测模型; 闫长斌等(2013)针对岩层间含有软弱剪切带的复合岩体, 采用燕尾突变模型对围岩体系统的突变性失稳进行研究; 宋鑫华等(2016)采用正交设计原理对影响浆砌块石边坡稳定性的因素进行主成分分析, 并利用尖点突变理论分析边坡稳定性; 李志平等(2016)通过对多种边坡经典算例的分析, 基于突变理论, 提出塑性功突变判据; 宋盛渊等(2014)考虑多种影响滑坡的指标相关性, 基于突变理论突变级数法, 提出新的滑坡判据。

上述研究成果对降雨或地下水影响的边坡尖点突变模型, 或对多种不同边坡模型进行了分析, 但对于不同饱水条件下岩质边坡失稳突变特性还缺乏相关研究。本文针对饱水对岩石的力学变异特性, 基于尖点突变理论, 构建饱水条件下岩质边坡突变模型, 并应用到仓上露天矿坑边坡稳定性分析中。

[收稿日期] 2017-08-31; [改回日期] 2017-12-25; [责任编辑] 衣骏杰。

[基金项目] 山东省自然科学基金(编号:ZR2017BEE014)和山东科技大学人才引进科研启动基金(编号:2017RCJJ050)联合资助。

[第一作者] 陈绪新(1990年-), 男, 硕士研究生, 主要从事岩石力学及边坡稳定性分析等方面研究。E-mail: 1289478821@qq.com。

[通讯作者] 秦哲(1988年-), 男, 博士, 讲师, 主要从事矿山及城市地下空间工程等方面研究。E-mail: qinzhe88@qq.com。

1 滑面饱水弱化及边坡突变模型

1.1 尖点突变模型

一组稳定状态以突变跃迁的形式转换为另一组稳定状态时,非线性理论能有效解释两个稳定状态之间的突变转换。突变理论主要包括奇点理论、平衡曲面和分歧点集等基本概念(潘岳等,2010;董建华等,2017):。

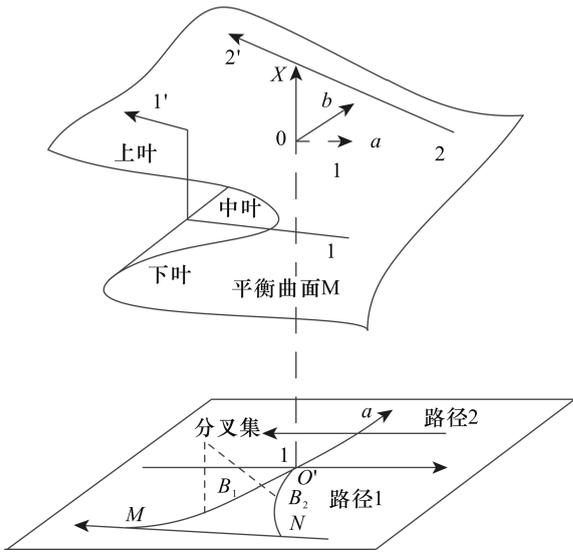


图 1 滑坡尖点突变模型

Fig.1 Cusp catastrophic model of a landslide

尖点突变模型是突变理论中应用最为广泛的模型(图 1),包括 3 维空间以及 1 维时间的 4 个因子,其势函数表达式为 $V(x) = x^4 + ax^2 + bx$,分别对势函数求解一阶、二阶导得到尖点突变模型的平衡曲面 M 及奇异点集 S ,奇异点集 S 在控制变量平面上投影称为分歧集,用 B_1 和 B_2 表示如公式(1)所示:

$$\begin{cases} V' = 4x^3 + 2ax + b = 0 \\ V'' = 12x^2 + 2a = 0 \end{cases} \quad (1)$$

通过对公式(1)进行联立求解,消除自变量 x 得到边坡稳定性分析的尖点突变模型判别式,如公式(2)所示:

$$\Delta = 4p^3 + 27q^2 \quad (2)$$

把曲面 M 分为上叶、中叶和下叶三部分,结合突变理论分析,边坡演化过程中,随着边坡滑动面错动产生位移,会出现如下两种情况:

当 $\Delta > 0$ 时,边坡尖点突变模型势函数连续,不发生突变性失稳;

当 $\Delta \leq 0$ 时,边坡尖点突变模型势函数非连续,边坡状态由下叶跃迁至模型上叶发生突变破坏。

1.2 边坡滑面饱水弱化突变模型

无论自然形成,还是开挖形成的边坡,边坡体内部往往赋存有大量的地质构造,部分构造甚至对边坡的稳定性起控制性作用。边坡滑面的组成包含软弱结构面等地质构造,部分岩体力学性质表现为弹性或非弹性,为便于描述,分别定义弹脆性本构方程及应变软化介质本构方程(舒继森等,2012;夏开宗等,2014):

$$\tau = \begin{cases} G \frac{\varepsilon}{h} (\varepsilon \leq \varepsilon^*) \\ \tau_m (\varepsilon > \varepsilon^*) \end{cases} \quad \tau = \tau_0 \exp\left(-\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^\xi\right) \quad (3)$$

式中: G 为剪切模量, ε^* 为临界点的剪切位移(单位: 10^{-3} m), τ_m 为残余抗剪强度(单位:MPa); τ_0 为边坡滑动面临界剪切强度(单位:MPa); ξ 为应变软化系数,其值可以通过对应力-应变关系拟合得到。由于水位上升导致边坡岩石长期处于浸泡饱水状态,不同饱水时间以及不同水化学环境对岩石强度产生不同程度的劣化影响,根据前期进行的边坡岩石饱水试验(陈绪新等,2017)得到岩石抗剪强度参数的弱化规律,如图 2 所示。

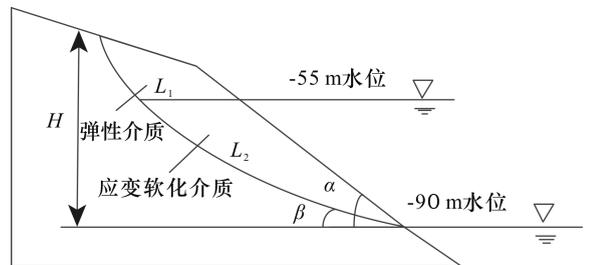


图 2 抗剪强度参数与饱水时间拟合关系

Fig.2 Fitting relationships between shear strength parameters and water saturation time

根据图 2 及表 1 所示,抗剪强度参数与饱水时间的拟合关系符合负指数变化关系,采用自定义函数,以自然状态下抗剪强度参数初值为指数函数系数,得到岩石强度的损伤演化方程。因此,定义饱水弱化函数 $f(t)$ 反映饱水条件对岩石强度的影响,函数形式如公式(4)所示:

$$\begin{aligned} G &= G_0 f(t) \\ f(t) &= 1 - (\exp(-t/a) + b) \end{aligned} \quad (4)$$

式中: t 为饱水时间(单位:h); G_0 为初始剪切模量(单位:GPa); a, b 为拟合参数。

针对边坡地质力学模型分析,选取单位宽度滑坡体为研究对象,可以得到边坡总势能为 V ,并对总势能函数求一阶偏导,如公式(5)所示:

表 1 拟合关系式
Table 1 Fitting relationships

pH 值	粘聚力	内摩擦角
2	$y = 13.35\exp(-x/51.93) - 0.45$	$y = 27.26\exp(-x/266.12) - 2.14$
4	$y = 13.35\exp(-x/68.02) - 0.54$	$y = 27.26\exp(-x/284.37) - 2.14$
7	$y = 13.35\exp(-x/96.45) - 0.58$	$y = 27.26\exp(-x/309.38) - 2.14$

$$V = U_1 + U_2 - W_C - W_L = \int_0^\varepsilon \left[l_1 \frac{G_1 f_e \varepsilon}{h} + l_2 \frac{f_s G_2 \varepsilon}{h} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_2}\right) \right] du - (mg \sin \beta + m_i g i) \varepsilon \quad (5)$$

$$V' = \frac{dV}{d\varepsilon} = l_1 \frac{G_1 f_e \varepsilon}{h} + l_2 \frac{f_s G_2 \varepsilon}{h} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_2}\right) - (mg \sin \beta + m_i g i)$$

式中： U_1 、 U_2 分别为弹脆性区段及应变软化区段应变能(单位： $10^{-6} \text{ J} \cdot \text{ mm}^{-3}$)； W_C 、 W_L 分别为滑坡体的重力势能及边坡渗透水力势能(单位： $10^{-6} \text{ J} \cdot \text{ mm}^{-3}$)； l_1 为滑动面弹性段长(m)， l_2 为滑动面应变软化段长度(m)； G_1 、 G_2 分别为弹性段及应变软化段的剪切模量(单位：GPa)， f_e 及 f_s 分别为定

义的弹性段与应变软化段饱水软化参数； ε_2 为介质软化区段极值位移(单位：mm)； m_i 为水的质量(单位：kg)； i 为水力梯度(单位：1)； h 为软弱夹层厚度(单位：m)。

将平衡曲面尖点处状态变量 ε_1 泰勒展开(秦四清, 2000; 2005)，平衡曲面 M 可以转化为：

$$\frac{2f_s l_2 G_2 \varepsilon_1 e^{-2} \left[\left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \right)^3 + 3 \left(\frac{f_e l_1 G_1 e^2}{f_s l_2 G_2} - 1 \right) \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \right) + 3 \left[1 + \frac{f_e l_1 G_1 e^2}{f_s l_2 G_2} - (mg \sin \beta + m_i g i) \right] \right]}{3h} he^2 (f_s l_2 G_2 \varepsilon_1)^{-1} = 0 \quad (6)$$

根据尖点突变理论的平衡曲面表达式形式，令公式(7)中各个参数对公式(6)进行转换，平衡曲面

M 表达式，如公式(8)所示，式中 k 为刚度比； λ 为岩体性质参数：

$$x = \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}; a = 3(kf - 1); b = 3(1 + fk - \lambda); k = \frac{l_1 G_1 e^2}{l_2 G_2}; \lambda = \frac{(mg \sin \beta + m_i g i) h e^2}{f_s l_2 G_2 \varepsilon_1}; f = \frac{f_e}{f_s} \quad (7)$$

$$V'(x) = x^3 + ax + b \quad (8)$$

则饱水条件下，露天矿坑岩质边坡稳定性分析尖点突变模型的判别式为：

总质量 $m = 7.5 \times 10^5 \text{ kg}$ ，水的质量 $m_i = 1.07 \times 10^5 \text{ kg}$ ，水力梯度 $i = 0.49$ ，蚀变带厚度 $h = 0.15 \text{ m}$ ，泊松比 $\mu = 0.282$ 。

$$\Delta = 4(kf - 1)^3 + 9(1 + kf - \lambda)^2 \quad (9)$$

2 露天矿坑边坡稳定性分析

仓上露天矿坑边坡内部地质构造发育，尤其含有蚀变带，造成局部岩体沿蚀变带产生滑移，同时由于矿坑水位的持续上升，边坡岩石力学性质弱化，水与蚀变带形成水力通道，造成岩石应变软化，对露天矿坑边坡稳定性造成严重影响。

根据尖点突变理论所建立的边坡稳定性判别式，即公式(9)，对不同饱水条件下的边坡状态进行判别，根据边坡地质勘探资料建立边坡力学模型示意图(图3)将滑坡体的滑动面简化为两段直线滑面分析：一段是弹脆性阶段，位于-55m水位以上；另一段为应变软化介质区段，位于-55m~-90m水位变动带之间。根据相关地质调查与室内试验测定，弹性段长 $l_1 = 4.3 \text{ m}$ ，应变软化段长 $l_2 = 92.5 \text{ m}$ ，滑坡体

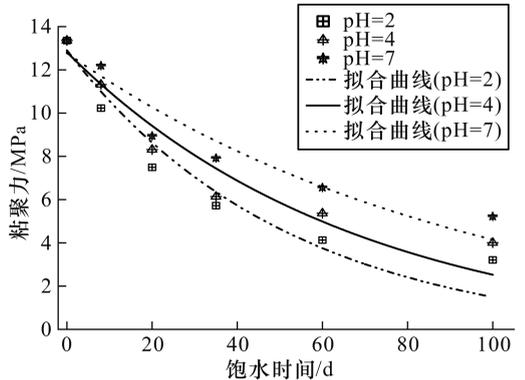


图 3 边坡力学模型示意图

Fig.3 Schematic diagram of the slope mechanical model

由图4可以看出，随着饱水时间的增加，边坡尖点突变模型判别式值逐渐减小，并逐渐趋近于0，说明边坡稳定状态逐渐向失稳方向转变。当酸性最

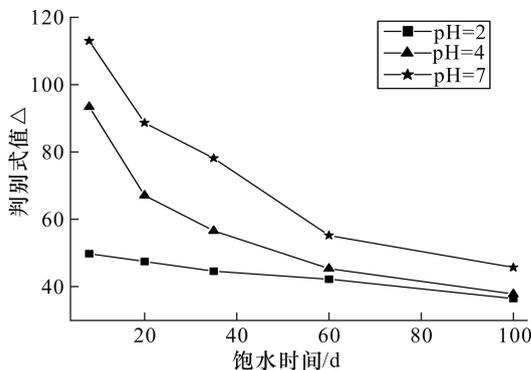


图4 尖点突变模型判别式值

Fig.4 Discriminant values of the cusp catastrophic model

强、饱水时间最长时,模型判别式值最小,但仍大于0,说明边坡处于较为稳定状态,但随着饱水时间延长,边坡最终会失稳,饱水时间及岩石所处的水化学环境均对边坡稳定性造成不利影响。露天矿坑边坡失稳是内部因素与外界环境条件共同作用的结果,水位变化引起边坡力学性质的弱化,处于滑面处弹性区段与介质软化区段的刚度比值减小,刚度比减小是导致滑坡发生的主导因素。外部环境改变加剧滑坡的发生,如地震引起边坡裂缝增大、降雨或地下水位变化导致静水压力增大,增加了滑坡发生的概率。

3 结论

(1) 露天矿坑水位上升引起边坡岩石力学性质的弱化,根据不同饱水作用下的岩石力学试验,分析得到岩石抗剪强度等参数的损伤演化方程,符合负指数变化规律;

(2) 分析边坡滑面剪应力本构方程,通过引入饱水弱化参数函数,可以建立饱水作用影响下的边坡尖点突变模型判别式;

(3) 根据构建的露天矿坑边坡尖点突变模型判别式可以得到:饱水对边坡稳定性产生不利影响,随着边坡岩石浸水时间延长,露天矿坑边坡稳定性逐渐减弱,存在滑坡失稳的临界状态,外界环境改变,如饱水时间增加、水位大幅上升等,边坡会发生突发性失稳,造成严重的灾害事故。

[References]

Chen Xu-xin, Fu Hou-li, Qin Zhe, Zhang Li-bo, Wang Guo-zhen. 2017. Slope stability analysis of altered rocks under different saturated conditions[J]. *Geology and Exploration*, 53(1): 151-156 (in Chinese with English abstract)

Dong Jian-hua, Zhang Lin, Xu Yuan-fei, Chen Jian-ye, Liu Yu-kun. 2017.

Application of catastrophe theory to determine the instability criterion for geo-mechanical model test[J]. *Advanced Engineering Sciences*, 49(04): 18-25 (in Chinese with English abstract)

Feng Bai-yan, Fu Hou-li, Qin Zhe, Niu Chuan-xing, Qi Wei-lin. 2016. Tri-axial compression tests on altered rock at an open pit under water-rock interaction[J]. *Geology and Exploration*, 52(3): 564-569 (in Chinese with English abstract)

Li Zhi-ping, Peng Zhen-bin, He Zhong-ming, Tang Jia. 2016. An approach for determination of slope failure criterion based on plastic energy and mutation theory[J]. *Journal of Central South University (Natural Science Edition)*, 47(9): 3193-3200 (in Chinese with English abstract)

Liu Zhen, Zhou Cui-ying, Zhu Feng-xian, Zhang Lei. 2011. Critical criterion for microstructure evolution of soft rocks in softening process [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 32(3): 661-666 (in Chinese with English abstract)

Long Hui, Qin Si-qing, Wan Zhi-qing. 2002. Catastrophe analysis of rainfall-induced landslides [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 21(4): 502-508 (in Chinese with English abstract)

Pan Yue, Qi Yun-song. 2010. Discussion of research on catastrophe model of slope failure with potential sliding zone composed of two media [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 29(11): 2285-2292 (in Chinese with English abstract)

Qin Si-qing. 2000. Nonlinear catastrophic model of slope instability and chaotic dynamics mechanism of slope evolution process [J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 19(4): 486-492 (in Chinese with English abstract)

Qin Si-qing. 2005. Nonlinear evolutionary mechanisms and physical prediction of instability of planar-slip slope [J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 27(11): 1241-1248 (in Chinese with English abstract)

Shu Ji-sen, Tang Zhen, Cai Qing-xiang. 2012. Research on stability of bedding rock slopes under hydraulic pressure [J]. *Journal of University of Mining and Technology*, 41(4): 521-525 (in Chinese with English abstract)

Song Sheng-yuan, Wang Qing, Pan Yu-zhen, Chen Jian-ping, Xiang Liang-jun. 2014. Evaluation of landslide susceptibility degree based on catastrophe theory [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 35(s2): 422-428 (in Chinese with English abstract)

Song Xin-hua, Yan Hong-hao. 2016. Analysis of stability of masonry slope based on cusp catastrophe theory [J]. *Rock and Soil Mechanics*, 37(12): 499-505 (in Chinese with English abstract)

Wang Fei, Cao Chen-fei, Chen Ji-wen. 2016. Experimental study on microscopic structure and hydraulic features of red-bed soft rock in Central Yunnan Province [J]. *Geology and Exploration*, 52(6): 1152-1158 (in Chinese with English abstract)

Wang Xin-gang. 2014. Study on the rheological mechanism and engineering application of rocks of high reservoir bank slope under the deterioration effect of water saturation-Dehydration circulation [D]. Wuhan: China University of Geosciences: 1-189 (in Chinese with English abstract)

Xia Kai-zong, Chen Cong-xin, Lu Zu-de, Song Ya-fen, Zhou Yi-chao, Luo

- Xin-ting.2014.Analysis of stability diagram of rock bedded slope under hydraulic pressure[J].Rock and Soil Mechanics, 35(10):2985-2993(in Chinese with English abstract)
- Xia Kai-zong, Liu Xiu-min, Chen Cong-xin, Song Ya-fen, Ou Zhe, Long Yi.2015.Analysis of mechanism of bedding rock slope instability with catastrophe theory[J].Rock and Soil Mechanics, 36(2):477-486(in Chinese with English abstract)
- Yan Chang-bin.2013.Analysis of instability mechanism of composite rock mass with interlayer shear zone by catastrophe theory[J].Journal of Central South University (Natural Science Edition), 44(10):4281-4286(in Chinese with English abstract)
- Zhou Xiao-ping, Qian Qi-hu, Zhang Yong-xing, Yang Hai-qing.2011.Time prediction model of landslides based on catastrophe theory[J].Engineering Mechanics, 28(2):165-174(in Chinese with English abstract)
- [附中文参考文献]
- 陈绪新,付厚利,秦哲,张立博,王国珍.2017.不同饱水条件下蚀变岩边坡稳定性分析[J].地质与勘探,53(1):151-156
- 董建华,张林,徐远飞,陈建叶,刘玉琨.2017.突变理论在地质力学模型试验失稳判据中的应用[J].工程科学与技术,49(4):18-25
- 冯佰研,付厚利,秦哲,牛传星,亓伟林.2016.水岩作用下露天矿坑蚀变岩三轴压缩试验分析[J].地质与勘探,52(3):564-569
- 李志平,彭振斌,何忠明,唐佳.2016.一种基于塑性功和突变理论的边坡临界状态确定方法[J].中南大学学报(自然科学版),47(9):3193-3200
- 刘镇,周翠英,朱凤贤,张磊.2011.软岩饱水软化过程微观结构演化的临界判据[J].岩土力学,32(3):661-666
- 龙辉,秦四清.2002.降雨触发滑坡的尖点突变模型[J].岩石力学与工程学报,21(4):502-508
- 潘岳,戚云松.2010.对边坡失稳潜滑带为两种介质的尖点突变模型研究的讨论[J].岩石力学与工程学报,29(11):2285-2292
- 秦四清.2000.斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J].岩石力学与工程学报,19(4):486-492
- 秦四清.2005.斜坡失稳过程的非线性演化机制与物理预报[J].岩土工程学报,27(11):1241-1248
- 舒继森,唐震,才庆祥.2012.水力学作用下顺层岩质边坡稳定性研究[J].中国矿业大学学报,41(4):521-525
- 宋盛渊,王清,潘玉珍,陈剑平,项良俊.2014.基于突变理论的滑坡危险性评价[J].岩土力学,35(s2):422-428
- 宋鑫华,闫鸿浩.2016.基于尖点突变理论的浆砌块石边坡稳定性研究[J].岩土力学,37(12):3499-3505
- 王飞,曹晨飞,陈吉文.2016.滇中红层软岩微观结构及水理特性试验研究[J].地质与勘探,52(6):1152-1158
- 王新刚.2014.干湿循环劣化作用下库岸高边坡岩石流变机理及工程应用研究[D].武汉:中国地质大学:1-189
- 夏开宗,陈从新,鲁祖德,宋娅芬,周意超,罗歆婷.2014.考虑水力作用的顺层岩质边坡稳定性图解分析[J].岩土力学,35(10):2985-2993
- 夏开宗,刘秀敏,陈从新,宋娅芬,欧哲,龙毅.2015.考虑突变理论的顺层岩质边坡失稳研究[J].岩土力学,36(2):477-486
- 闫长斌.2013.含层间剪切带复合岩体失稳机制的突变理论分析[J].中南大学学报(自然科学版),44(10):4281-4286
- 周小平,钱七虎,张永兴,杨海清.2011.基于突变理论的滑坡时间预测模型[J].工程力学,28(2):165-174

Analysis on Stability of Water-Saturation Slopes Based on the Cusp Catastrophic Model

CHEN Xu-xin¹, QIN Zhe¹, FU Hou-li², LIU Xing¹, LI Sen¹

- (1. Shandong University of Science and Technology, Shandong Province Key Laboratory of Disaster Prevention and Mitigation, School of Civil Engineering and Architecture, Qingdao, Shandong 266590;
2. School of Civil Engineering and Architecture, Linyi University, Linyi, Shandong 276000)

Abstract: This work analyzed the stability of slopes in open mine pits under various saturation conditions. Based on the theory of cusp catastrophe, considering the deterioration of the rock mass on the landslide by variations of water level in the pit, a cusp catastrophic model under water saturation was established. Analysis shows that saturations can weaken the rock body on the slope, which can be described by a negative exponential law. Then according to this law, a nonlinear saturated water weakening function and a constitute equation were constructed. The discriminant of the cusp catastrophe model indicates that with increasing damage to the rock, the discrimination value approaches to 0, implying the slope turns from stability into instability. The research results can provide useful lines of thought for the analysis of the stability of bank slopes with weak structure or affected by the water level of reservoirs.

Key words: cusp catastrophic model, saturation condition, saturated water weakening function, slope stability