

地球物理反演中的差分进化算法

王天意¹, 杨进¹, 颜廷杰², 刘国辉³

(1. 中国地质大学(北京)地球物理与信息技术学院, 北京 100083; 2. 国土资源部矿产勘查技术指导中心, 北京 100083;
3. 石家庄经济学院勘查技术与工程学院, 河北石家庄 050031)

[摘要]为避免传统线性反演过程中极度依赖初始模型的选取, 易陷入局部最优解的问题, 在综合研究现有地球物理非线性反演方法的基础上, 引入了非线性领域群体智能算法—差分进化算法, 并以电测深方法为例, 建立起了差分进化算法的非线性反演模型, 通过对所建模型试算及实测数据验证, 证实该方法具有反演速度快、精度高等优点, 并可推广应用于二维或三维电测深反演理论之中。最后将该算法在内蒙古某多金属矿勘查中进行了实际推广, 取得了较好的效果。

[关键词]地球物理 非线性反演 差分进化

[中图分类号]P631 **[文献标识码]**A **[文章编号]**0495-5331(2014)05-0971-05

Wang Tian-yi, Yang Jin, Yan Ting-jie, Liu Guo-hui. The differential evolution algorithm in geophysical inversion[J]. *Geology and Exploration*, 2014, 50(5):0971-0975.

0 引言

地球物理反演问题具多参数、多极值和非线性的特点, 其实质是在观测数据的约束下寻找模型参数在泛函空间内的最优解。以往的反演方法多是将非线性的问题线性化, 略去目标函数中的高阶项进行迭代寻优, 这种做法会使反演结果极度依赖初始模型的选取, 易陷入局部最优解, 易忽略一些细节信息, 直接影响反演精度, 且由于其是矩阵运算, 在处理大量数据时往往会使求解过程变慢, 甚至会影响到解的稳定性(杨文采, 1997; Ellis *et al.*, 1994; Oldenburg *et al.*, 1994)。

非线性反演是近年来地球物理工作者主要的探索方向之一, 但现有非线性反演理论多是单路径(串行)求解过程, 易造成局部最优、过学习、过多依赖初始模型现象。本文提出的差分进化算法以随机过程为基础, 以种群为单位在模型空间内进行遍历或是启发式的并行搜索, 同时避开对目标函数求偏导的复杂过程, 能迅速地达到全局寻优的目的。将其应用于建立地球物理非线性反演理论, 必将有效提高地球物理反演问题的精度和效率(Constable *et*

al., 1987; Sasaki *et al.*, 1989; Sasaki *et al.*, 1994)。

1 差分进化算法

1.1 原理特点

差分进化算法是模拟自然生物种群“适者生存”进化原理的一种随机启发式搜索算法。它于1995年由Rainer Storn和Kenneth Price提出, 因其在解决复杂优化问题方面有独特的优势, 在各个领域都有着较为广泛的应用(Storn, 1997)。算法主要流程为:

(1) 确定算法参数, 即模型集规模 NP , 交叉因子 CR , 缩放因子 F , 模型进化代数 t 。模型集初始化, 在 n 维空间内随机生成初始模型集:

$$x_{ij}(0) = rand_{ij}(0, 1) \times (x_{ij}^U - x_{ij}^L) + x_{ij}^L \quad (1)$$

其中, i 为模型集向量序号, j 为模型参数分量序号, x_{ij} 为第 0 代初始模型集, x_{ij}^L, x_{ij}^U 为第 j 个参数分量的上下界, $i = 1, 2, \dots, NP, t = 0, 1, 2, \dots, t_{\max}$, $rand_{ij}(0, 1)$ 是 $[0, 1]$ 间的随机数。

(2) 变异操作, 差分进化算法最基本的变异成分是源自上一代的差分矢量, 从当前模型集中随机选取不同于 $x_i(t)$ 三个向量 $x_{p1}(t), x_{p2}(t), x_{p3}(t)$, 且

[收稿日期]2014-04-01; **[修订日期]**2014-07-09; **[责任编辑]**郝情情。

[基金项目]国家自然科学基金项目(编号 41374133)深部多金属矿勘探中天然场激电法正反演计算和野外试验研究资助。

[第一作者]王天意(1982年-), 男, 2011年毕业于石家庄经济学院, 获矿产普查与勘探硕士学位, 在读博士生, 现主要从事地球物理信息技术研究。E-mail: sjzwty@hotmail.com。

有 $i \neq p1 \neq p2 \neq p3$, 令

$$h_{ij}(t+1) = x_{p1j}(t) + F \times [X_{p2j}(t) - X_{p3j}(t)] \quad (2)$$

其中 $h_{ij}(t+1)$ 为经过变异操作的 $t+1$ 代模型向量, $x_{p2j}(t) - x_{p3j}(t)$ 即为差异向量, F 为缩放因子。

(3) 执行交叉操作

$$e_{ij}(t+1) = \begin{cases} h_{ij}(t+1) & \text{rand}g_{ij} \leq CR \text{ 或 } j = \text{rand}(i) \\ x_{ij}(t) & \text{rand}g_{ij} > CR \text{ 或 } j \neq \text{rand}(i) \end{cases} \quad (3)$$

其中: $e_{ij}(t+1)$ 为决定进入到下一代寻优的试验向量, $\text{rand}g_{ij}$ 为 $[0, 1]$ 间的随机数, CR 为交叉概率, $CR \in [0, 1]$, $\text{rand}[i]$ 是在 $[1, n]$ 之间的随机整数, 从上式中可以看出, 采用此种交叉策略可保证在 $x_i(t+1)$ 中至少有一个 $x_i(t)$ 的相应分量, 也就是说其始终能保留着上代模型集的特征。

(4) 执行选择操作

为了判断通过交叉变异后的 $x_i(t)$ 能否进入下一代, 还要采用“贪婪”式的搜索策略, 将经过变异和交叉操作后生成的试验向量 $e_{ij}(t+1)$ 和操作前向量代入到适应度函数中进行竞争。只用当试验向量的适应度优时才被选作子代; 具体的选择操作的公式为:

$$x_i(t+1) = \begin{cases} e_{ij}(t+1) & f(e_{i1}(t+1), \dots, e_{in}(t+1)) < f(x_{i1}(t), \dots, x_{i2}(t)) \\ x_{ij}(t) & f(e_{i1}(t+1), \dots, e_{in}(t+1)) \geq f(x_{i1}(t), \dots, x_{i2}(t)) \end{cases} \quad (4)$$

反复进行 2~4 步操作, 直至达到最大进化代数或是其满足事先给定的限定条件后退出。

差分进化算法是在适应度(即目标函数)指导下的自组织搜索寻优方法。在搜索过程中, 借助交叉、变异、选择操作, 模拟了自然界的“适者生存, 劣者消亡”规律, 利用概率转移规则, 不断迭代, 算法的每一次迭代都是对一个种群同时进行操作, 而不是针对某一个具体的向量, 具体示意图见图 1 所示。因此, 进化算法属于并行算法, 具有固有的并行性。

对于同结构的遗传算法而言, 差分进化算法采用了实数编码, 大多数目标优化问题均是实数问题, 避开了二进制编码转换的弊端, 减小了陷入局部收敛的概率, 对于高维问题更是如此(王培崇等, 2009; 刘波等, 2007; Greenhalgh *et al.*, 2006; Metropolis *et al.*, 1953)。

1.2 与其它非线性算法的对比

目前应用较多的非线性算法有蒙特卡洛算法、

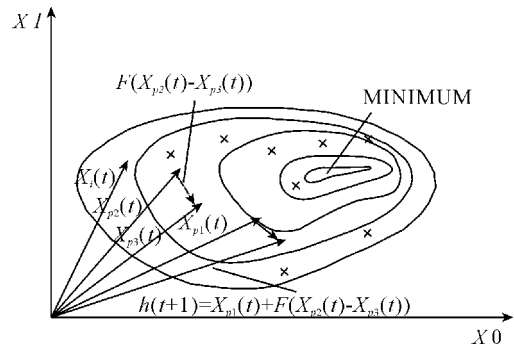


图 1 差分进化算法寻优示意图

Fig. 1 Schematic diagram of differential evolution algorithm for optimization

模拟退火算法、遗传算法及神经网络算法。下面将其与差分算法进行简要对比(Stoffa *et al.*, 1991; Rodi *et al.*, 2001)。

蒙特卡洛算法和模拟退火算法(本质上是启发式的蒙特卡洛算法)属于串行算法, 要想得到全局最优解必须展开全空间搜索, 随着数据量的增加, 收敛效率上的缺陷就明显地显现出来。差分进化算法属于并行算法, 即通过“以群代点”的方式进行寻优搜索, 大大减少了计算时间, 提高了寻优效率。

遗传算法的二进制编码在处理具体的实数运算时, 要经过转换后进行, 这就使得它的收敛概率不如差分进化这种直接用实数编码的算法。其次, 遗传算法的算法参数对于搜索影响的结果很大, 参数选择不合适, 会使得结果出现较大的不同。差分进化的参数少且可控性强, 参数对算法整体稳定性影响不大(Boschetti *et al.*, 1996; Benjamin *et al.*, 1997; 师学明等, 2008)。

神经网络算法模拟了复杂的思维过程, 但模型精度依赖于学习过程, 当训练数据量较少或当输入信号与训练信号相差加大时, 可能导致结果出现很大错误, 致使不同的区域可能有不同的极值, 且在处理高维数据时, 计算速度慢, 主要表现在计算量大, 学习算法不成熟, 同时还具有特定的针对性。差分进化算法不受初值约束, 运算速度快, 搜索全局最优值时, 可针对不同的问题选用不同的策略, 最大地保证了运算效率和收敛速度的平衡(王家映, 2008)。

2 理论模型的建立

为了检验差分算法, 建立了差分进化算法的非线性反演理论模型。

2.1 正演模型的建立

对于电测深正演模型的选取,采用由电阻率转换函数计算视电阻率的方式,对于给定的地电参量,首先利用 T 函数递推公式计算出地面电阻率转换函数 T_1 :

$$T_n = \rho_n, \quad T_{i+1} = \frac{T_i - \rho_i \tanh(\lambda h_i)}{1 - T_i \tanh(\lambda h_i) / \rho_i} \quad (5)$$

再利用线性滤波法计算视电阻率函数的值:

$$\rho_{ej} = \sum_{k_1}^{k_2} T_1(j-k)C(k) \quad (6)$$

式中: j 为极距编号, $C(k)$ 为滤波系数, k_1, k_2 为滤波系数的起止编号。

2.2 反演目标函数的选取

此次反演模型采用拟合视电阻率法,具体的目标函数为:

$$\sigma = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\ln \rho_{ej} - \ln \rho_{sj})^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

作为拟合寻优的基本泛函形式。

式中: ρ_{sj} 为第 j 个极距的实测电阻率值, N 为极距个数。

3 模型的试算与对比验证

3.1 典型理论模型试算

为了验证反演模型的实际推广能力和反映精度,首先对理论模型进行了试算,以四层模型为例,试算结果见表 1,图 2 所示。

表 1 四层 KH 型曲线理论模型试算表
Table 1 Trial calculation on the four-layer KH type curve model

模型参数	层电阻率($\Omega \cdot m$)				层厚度(m)			收敛时间(s)
	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	h_1	h_2	h_3	
理论数值	70	153	27	4400	8	22	80	
搜索范围	65 ~ 75	50 ~ 300	10 ~ 60	2000 ~ 5000	3 ~ 20	5 ~ 40	20 ~ 100	
反演数值	70.96	155.85	26.16	4386.80	7.96	22.11	79.33	1.85

理论模型的试算结果表明,得到的拟合效果比较理想,证明论文构建的反演模型合理,有实际推广价值。大量的理论模型试算验证其算法稳定且得到的结果准确,表明差分进化算法具有拟合精度高、收敛速度快、不易陷入局部极小点和能够寻找到全局最优解的特点。

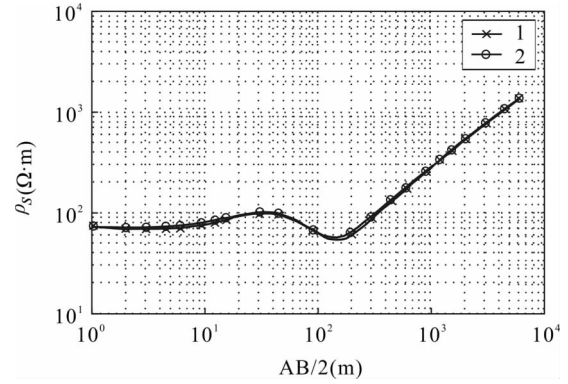


图 2 利用差分进化算法对四层 KH 型曲线的反演拟合情况

Fig.2 Inversion fitting of four-layer KH-type curve using differential evolution algorithm

1 - 理论模型正演; 2 - 差分进化算法反演

1 - theoretical model forward; 2 - inversion of DE algorithm

3.2 其它反演方法对比

为评价差分进化反演理论的优劣,我们将差分进化反演算法反演结果与现有的线性反演和非线性反演结果进行了对比研究。即:将 KH 型模型理论曲线加入 10% 的噪声,分别用差分进化算法、线性的阻尼最小二乘法和遗传算法对其进行反演,从反演结果(见表 2,图 3 所示)的对比可以得出:差分进化算法无论是收敛速度还是运算精度均较其它两种算法有优势。应该注意的是,在阻尼最小二乘反演中,对其所提供的初值均是较为理想的初始参数的值,若给初值不当,则反演结果可能会更为不稳定(王兴泰等,1996;翁爱华等,2001;Singha *et al.*,2005)。

表 2 四层 KH 型曲线反演成果对比表
Table 2 Comparison of inversion of four-layer KH type curve model

模型参数	层电阻率($\Omega \cdot m$)				层厚度(m)			收敛时间(s)
	ρ_1	ρ_2	ρ_3	ρ_4	h_1	h_2	h_3	
理论数值	70	153	27	4400	8	22	80	
搜索范围	65 ~ 75	50 ~ 300	10 ~ 60	2000 ~ 5000	3 ~ 20	5 ~ 40	20 ~ 100	
最小二乘	78	135	20	4600	6.7	11	85	6
遗传算法	69.67	152.84	26.58	4392.15	8.18	22.05	81.26	3.8
差分进化	70.96	155.85	26.16	4386.80	7.96	22.11	79.33	2

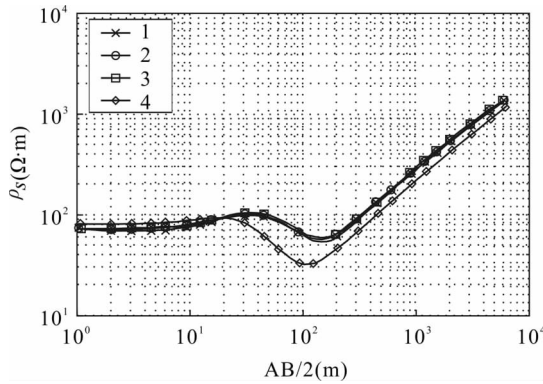


图3 四层 KH 型曲线反演成果对比图
Fig.3 Comparison of inversion of four-layer KH type curves

1 - 理论模型;2 - 差分进化;3 - 遗传算法;4 - 最小二乘
1 - theoretical model; 2 - differential evolutionary computation; 3 - genetic algorithm; 4 - least square method

3.3 实例验证

为了验证非线性反演软件的实际推广能力,在内蒙古某多金属矿区选取部分具代表性的已知孔旁电测深资料进行了反演计算(李德东等,2012;李鹤等,2013),以试验区 0311 孔为例,计算结果见表 3 和图 4 所示。

表3 内蒙古某多金属矿区 0311 测深点反演成果表
Table 3 Inversion results of 0311 sounding point of a polymetallic ore district in Inner Mongolia

模型参数	层电阻率(Ω·m)				层厚度(m)			收敛时间(s)
	ρ1	ρ2	ρ3	ρ4	h1	h2	h3	
搜索范围	50 ~ 200	50 ~ 150	10 ~ 100	2000 ~ 4000	10 ~ 100	1 ~ 50	50 ~ 150	
线性反演	156.31	95.92	27.18	3729.1	29.95	30.796	113.74	4.2
非线性反演	160.09	86.8795	32.08	3250.71	37.27	16.21	112.89	3.5
钻孔资料					32	18	110	

将上述实测数据的非线性反演结果与实际钻孔资料对比可知,差分进化算法反演地层厚度相对误差为 3.91%,而现有的线性反演理论软件所反演的地层厚度相对误差为 8.83%,收敛速度方面差分进化反演也比传统的线性反演提高了 23%。由此可见,该算法建立的非线性反演理论具反演精度高,收敛快的特点。

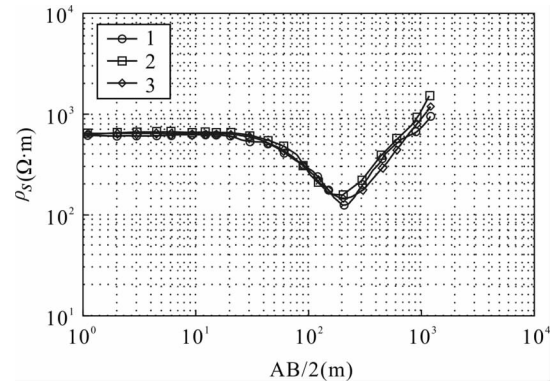


图4 内蒙古某多金属矿区 0311 测深点反演成果图
Fig.4 Inversion results of 0311 sounding point of a polymetallic ore district in Inner Mongolia

1 - 实测 ρs 曲线;2 - 差分进化反演;3 - 最小二乘反演
1 - measured ρs curve; 2 - differential evolutionary inversion; 3 - least square inversion

4 结论

差分进化算法所建立的非线性模型具有全域寻优的功能,应用于地球物理中反演中是可行的,相对已有的反演方法而言,具有明显的优势,并具有较强的推广能力。

尽管利用差分进化算法进行非线性反演时具有诸多优点,但其亦存在不足,就算法本身而言,差分进化算法是以贪婪选择进化方式进行寻优,如果种群的多样性下降过快,就不能保证以最大概率收敛于最优解,而会得到次优解等问题,为了克服上述缺陷,必须调整算法参数,以保持个体间的差异,同时还要保证收敛速度不能太慢。

非线性反演的发展方向为多种算法融合改进,互补所长。另外,全局寻优与局部寻优相结合,在保证收敛速度和精度的前提下结合全局与局部寻优的算法也是未来的研究热点。

[References]

Benjamin S. 1997. Cross hole tomography imaging using genetic algorithm [A]. Expanded abstract of SEG meeting[C]:329 - 333
Boschetti F, Dentith M C, List R D. 1996. Inversion of seismic refraction data using genetic Algorithms [J]. Geophysics, 61 (6): 1715 - 1727
Constable S C, Parker R L, Constable C G. 1987. Occam-inversion: A practical algorithm For generating smooth models from electromagnetic sounding data[J]. Geophysics, 52: 289 - 300
Ellis R G, Oldenburg D W. 1994. Applied geophysical inversion[J]. Geophysical Journal International: 116: 5 - 11
Greenhalgh S A, Bing Z, Green A. 2006. Solution algorithms inter-relations for local minimization search geophysical inversion [J]. Journal of Geophysics and Engineering, 3(2): 334 - 341

- Li De-dong, Wang Yu-wang, Wang Jing-bin, Wang Li-juan, Long Ling-li, Liao Zhen. 2012. Constraints of dike emplacement mechanism on metallogenesis: An example from the Dajing tin-polymetallic deposit, Inner Mongolia [J]. *Geology and Exploration*, 48 (3): 0538 – 0545 (in Chinese)
- Liu Bo, Wang Ling, Jin Yi-hui. 2007. Advances in differential evolution [J]. *Control and Decision*, 22(7): 721 – 727 (in Chinese)
- Liu He, Yao Jing-jin, Chen Guo-hua, Li Huai-xiang, Gao Hong-gang. 2013. Geological and geophysical characteristics of the chentaitun porphyry copper deposit in inner Mongolia and prospecting direction [J]. *Geology and Exploration*, 49 (4): 0654 – 0664 (in Chinese with English abstract)
- Metropolis N, Rosenbluth A, Rosenbluth M. 1953. Equation of state calculations by fast computing machines [J]. *Chem. Phys*, 21: 1087 – 1092
- Oldenburg D W, Li Y. 1994. Inversion of induced polarization data [J]. *Geophysics*, 59: 1327 – 1341
- Rodi W, Mackie R L. 2001. Non-linear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion [J]. *Geophysics*, 66: 174 – 186
- Sasaki Y. 1989. Two-dimension joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data [J]. *Geophysics*, 1989, 54: 254 – 262
- Sasaki Y. 1994. 3-D resistivity inversion using the finite-element method [J]. *Geophysics*, 59: 1839 – 1848
- Shi Xue-ming, Wang Jia-ying. 2008. Lecture on non-linear inverse methods in geophysics (4): Genetic algorithm method [J]. *Chinese J. of Engineering Geophysics*, 2(5): 129 – 140 (In Chinese)
- Stoffa P L and Sen M K. 1991. Nonlinear multi-parameter optimization using genetic algorithms: Inversion of plane-wave seismograms [J]. *Geophysics*, 56(11): 1794 – 1810
- Storn R, Price K. 1997. Differential evolution-A simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces [J]. *J. of Global Optimization*, 11(4): 341 – 359
- Singha U K, Tiwarib R. K, Singh S B. 2005. One-dimensional inversion of geo-electrical resistivity sounding data using artificial neural networks—a case study [J]. *Computers & Geosciences*, 31: 99 – 108
- Wang Pei-chong, Qian Xu, Wang Yue. 2009. Overview of differential evolution algorithm [J]. *Computer Engineering and Applications*, 45 (28): 13 – 16 (in Chinese)
- Wang Jia-ying. 2008. Lecture on non-linear inverse methods in geophysics (5): The artificial neural network method [J]. *Chinese J. of Engineering Geophysics*, (3)5: 255 – 265 (in Chinese)
- Wang Xing-tai, Li Xiao-qin, Sun Ren-guo. 1996. The inversion of resistivity sounding curve using Genetic Algorithms [J]. *Chinese J. Geophys*, 39(2): 297 – 285 (in Chinese)
- Weng Ai-hua, Liu Guo-xing. 2001. Program designing on 1-D man-computer mutual inversion of vertical electrical sounding [J]. *Geology and Exploration*, 37 (2): 62 – 63 (In Chinese with English abstract)
- Yang Wen-cai. 1997. Theory and methods of geophysical inversion [M]. Beijing: Geological Publishing House: 55 – 125 (in Chinese)
- [附中文参考文献]
- 杨文采. 1997. 地球物理反演理论 [M]. 北京:地质出版社: 55 – 125
- 王培崇, 钱旭, 王月, 虎晓红. 2009. 差分进化计算研究综述 [J]. *计算机工程与应用*, 45(28): 13 – 16
- 刘波, 王凌, 金以慧. 2007. 差分进化算法研究进展. 控制与决策, 22(7): 722 – 729
- 师学明, 王家映. 2008. 地球物理资料非线性反演方法讲座(四)遗传算法 [J]. *工程地球物理学报*, (2)5: 129 – 140
- 王家映. 2008. 地球物理资料非线性反演方法讲座(五)神经网络反演法 [J]. *工程地球物理学报*, (3)5: 255 – 265
- 翁爱华, 刘国兴. 2001. 垂向电测深交互反演软件设计 [J]. *地质与勘探*, 37(2): 62 – 63
- 王兴泰, 李晓芹, 孙仁国. 1996. 电测深曲线的遗传算法反演 [J]. *地球物理学报*, 39(2): 297 – 285
- 李德东, 王玉往, 王京彬, 王莉娟, 龙灵利, 廖震. 2012. 岩脉的侵位机制对成矿作用的约束—以内蒙古大井锡多金属矿床为例 [J]. *地质与勘探*, 48(3): 538 – 545
- 刘鹤, 姚敬金, 陈国华, 李怀详, 高洪刚. 2013. 内蒙古陈台屯斑岩型铜矿地质、地球物理特征及找矿方向 [J]. *地质与勘探*, 49 (4): 654 – 664

The Differential Evolution Algorithm in Geophysical Inversion

WANG Tian-yi¹, YANG Jin¹, YAN Ting-jie², LIU Guo-hui³

(1. China University of Geoscience in Beijing, Beijing 100083; 2. Technical Guidance Center of Mineral Exploration of the Ministry of Land and Resources, Beijing 100037; 3. Shijiazhuang University of Economics, Shijiazhuang, Hebei 050031)

Abstract: This study introduces the differential evolution (DE) algorithm into geophysical nonlinear inversion to avoid the problems in traditional linear inversion methods, i. e. over-dependence on choice of the initial model, which leads to local optimal solution. We have established a nonlinear inversion model using the DE algorithm exemplified by electric sounding. A comparison between the model and real data shows that the DE algorithm is more accurate and faster than existing algorithms in inversion calculation. It can be further applied to two-dimensional or three-dimensional electrical sounding inversion. We also successfully applied this algorithm to data processing for polymetallic ore exploration in Inner Mongolia.

Key words: geophysical inversion, nonlinear inversion, differential evolution