

复杂地形条件下直流电阻率异常三维数值模拟研究

熊彬¹, 阮百尧², 罗延钟¹

(1. 中国地质大学地球物理系, 武汉 430074; 2. 桂林工学院, 桂林 541004)

[摘要]复杂地形条件下的电阻率异常解释是十分困难的: ①地形的起伏改变了地下电流场, 使其分布规律不同于水平地电条件下的电流场; ②在实际的观测过程中, 测点至场源的距离与地表水平情况的差异直接影响到了正常的解释工作。针对这一实际工作中遇到的问题, 运用四面体单元的三维有限元数值方法对复杂条件下的电阻率异常进行了理论研究, 文中选用了几例典型地质模型。结果表明, 采用四面体单元的有限元法研究复杂条件的影响是可行的, 有效的。

[关键词]复杂地形 直流电阻率 三维 四面体单元

[中图分类号]P631.3 **[文献标识码]**A **[文章编号]**0495-5331(2003)04-0060-05

0 引言

在山区进行电阻率法勘探时^[1], 复杂的地形条件是个重要的干扰因素。它往往会导致视电阻率曲线发生严重的畸变, 产生形似高、低阻体的假异常; 有时甚至会淹没地质体的有用异常; 有时又歪曲有用异常, 造成地质体异常形态的变更和位置的移动。而且, 我国的金属矿又多位于山区^[2], 因此对复杂条件下的电阻率异常规律进行研究具有重要的理论及实际意义, 是提高电阻率法地质效果的重要问题之一。

以往的文献中有不少用数值模拟的办法来研究复杂条件下的电场变化规律, 但这其中大都是对二维问题进行计算, 或者是仅仅就纯地形的情况进行了讨论、分析, 比如 Wannamaker 等^[3] (1986), Chouteau 和 Bouchard^[4] (1988), 徐世浙等^[5,6] (1992, 1994), 王绪本^[7]等 (1999), 张翔^[8] (1999), 陈小斌^[9] (2000), 熊彬^[10]等 (2002)。复杂条件下三维电阻率法数值模拟的研究是个难度很大的问题, 20世纪80年代以前, 没有人涉及到这个问题。1984年, 美国地球物理学家 Holcombe^[11]和 Jirack 试图用有限单元法来解决这一问题, 然而需要求解含有几万个未知数的线性方程组, 这只有在大型计算机上才能实现。同年, Oppliger^[12]用边界积分方程研究

这个问题, 需解含 1681 个未知数的方程组。后来, 徐世浙等^[13,14] (1985, 1991) 开始用边界单元法研究这个问题, 陈伯舫等^[15] (1998) 又采用有限差分的方法计算了三维地形影响的电磁感应。

众所周知, 有限单元法最适合于物性复杂分布的地球物理问题, 而有限差分法和边界元法在这一领域又各有其局限性。本文将在前期数值模拟工作^[16,17]的基础上, 给出对具有复杂地形条件的地下异常体进行有限元数值模拟的具体办法。

1 边值问题

三维构造中双点电源电场中电位的边值问题归纳如下:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\sigma \nabla u) = -2I\delta(A) + 2I\delta(B) & \in \Omega \\ \partial u / \partial n = 0 & \in \Gamma_s \\ \partial u / \partial n + 1/(\gamma_B - \gamma_A) \cdot [\gamma_B / \gamma_A \cos(\gamma_A, n) - \gamma_A / \gamma_B \cos(\gamma_B, n)] u = 0 & \in \Gamma_\infty \end{cases} \quad (1)$$

式中, Γ_s 为区域 Ω 的地面边界, Γ_∞ 为区域 Ω 的地下边界, n 为边界的外法向方向, σ 为介质的电导率, u 为电位。

2 变分问题

与上述边值问题(1)等价的变分问题为:

[收稿日期]2002-07-26; **[修订日期]**2002-12-24; **[责任编辑]**曲丽莉。

[基金项目]国家自然科学基金项目(编号:40064001)、广西自然科学基金项目(编号:0007024)、教育部高等学校骨干教师资助计划项目、广西培养新世纪学术和技术带头人专项资金资助项目资助。

[第一作者简介]熊彬(1974年-),男,2001年毕业于桂林工学院,获硕士学位,在读博士生,现主要从事电磁法正演模拟和反演成像研究工作。

$$\begin{cases} F(u) = \int_{\Omega} [1/2 \sigma (\nabla u)^2 - 2I\delta(A)u + 2I\delta \\ (B)u] d\Omega + 1/2 \int_{\Gamma_{\infty}} \sigma / (\gamma_B - \gamma_A) [\gamma_B / \gamma_A \\ \cos(\gamma_A, n) - \gamma_A / \gamma_B \cos(\gamma_B, n)] u^2 d\Gamma \\ \delta F(u) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

3 有限单元法

3.1 单元剖分

在六面体单元^[16~17]中,物性界面只能是直

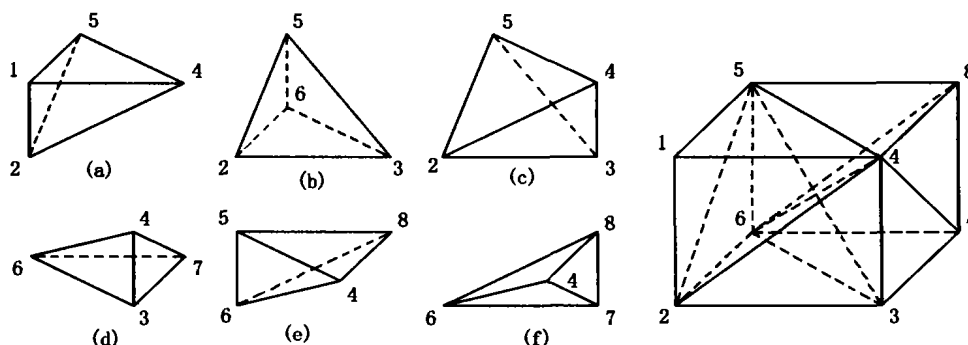


图1 四面体单元示意图

3.2 插值

在单元 e 内进行线性函数插值。设

$$u = N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 = \sum_{i=1}^4 N_i u_i$$

是单元中的线性函数,其中

$$N_i = \frac{V_i}{V} = \frac{1}{6V} (a_i x + b_i y + c_i z + d_i)$$

$$\int_{\epsilon} \frac{1}{2} \sigma (\nabla u)^2 d\Omega = \int_{\epsilon} \frac{1}{2} \sigma \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy dz = \frac{\sigma}{2} u^T K_{\epsilon} u_{\epsilon} \quad (3)$$

$$\text{其中: } K_{\epsilon} = (k_{ij}), k_{ij} = k_{ji}, u_{\epsilon} = (u_i)^T, i, j = 1, 2, 3, 4, k_{ij} = \int_{\epsilon} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] dx dy dz \quad (4)$$

求偏导,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial N_1}{\partial x} u_1 + \frac{\partial N_2}{\partial x} u_2 + \frac{\partial N_3}{\partial x} u_3 + \frac{\partial N_4}{\partial x} u_4 = \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^T u = u^T \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right) \quad (5)$$

式中,

$$\left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^T = \left(\frac{\partial N_1}{\partial x} \frac{\partial N_2}{\partial x} \frac{\partial N_3}{\partial x} \frac{\partial N_4}{\partial x} \right) = \frac{1}{6V} (a_1, a_2, a_3, a_4)$$

$$\text{依照同样的道理,有 } \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial N_1}{\partial y} u_1 + \frac{\partial N_2}{\partial y} u_2 + \frac{\partial N_3}{\partial y} u_3 + \frac{\partial N_4}{\partial y} u_4 = \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right)^T u = u^T \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right) \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial N}{\partial y} \right)^T = \left(\frac{\partial N_1}{\partial y} \frac{\partial N_2}{\partial y} \frac{\partial N_3}{\partial y} \frac{\partial N_4}{\partial y} \right) = \frac{1}{6V} (b_1, b_2, b_3, b_4) \text{ 及}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial N_1}{\partial z} u_1 + \frac{\partial N_2}{\partial z} u_2 + \frac{\partial N_3}{\partial z} u_3 + \frac{\partial N_4}{\partial z} u_4 = \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)^T u = u^T \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right) \quad (7)$$

$$\left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)^T = \left(\frac{\partial N_1}{\partial z} \frac{\partial N_2}{\partial z} \frac{\partial N_3}{\partial z} \frac{\partial N_4}{\partial z} \right) = \frac{1}{6V} (c_1, c_2, c_3, c_4)$$

立线或水平线。如果物性界面是斜线,六面体单元就不能适应这种情形,需要采用四面体单元剖分。一般情况下,这将增加总的网格节点数,文中现介绍一种既不增加节点,而又适应于倾斜物性界面的六面体网格剖分。

将六面体单元再剖分为六个四面体,如图1中所示。以1,2,3,...,8表示单元节点,其分布遵循图中右手螺旋关系。将方程(2)中对区域 Ω 和边界 Γ_{∞} 的积分分解为对各单元 e 和 Γ_e 的积分之和^[17]。

是形函数; u_i 是单元中4个节点的电位待定值; V 是用行列式计算出的四面体单元体积; a_i, b_i, c_i, d_i ($i = 1, 2, 3, 4$)是只与四面体单元节点坐标有关的常数^[18]。

3.3 单元分析

3.3.1 单元积分

将式(5)、(6)、(7)代入(4)中,得

$$k_{ij} = u^T \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial N}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial x} \right)^T + \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial y} \right)^T + \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial z} \right)^T \right] dx dy dz u = u^T \cdot \frac{1}{36V} (a_i a_j + b_i b_j + c_i c_j) \cdot u \quad (8)$$

3.3.2 积分

$$\int_{\Omega} [-2I\delta(A)u + 2I\delta(B)u] d\Omega = -u_A I + u_B I \quad (9)$$

3.3.3 边界积分

考虑到本文的研究侧重于复杂的地表条件, (2) 式中第四项对无穷远边界^[19] 的积分详细过程可直接参看文献^[17], 这里不再赘述, 式(2) 积分可得到 K_{2e} ^[17]。

3.4 总体合成

将对(2) 式各项单元分析后所得的结果相加, 再扩展成由全体节点组成的矩阵或列阵, 进而全部单元相加, 得

$$\begin{aligned} F(u) &= \sum F_e(u) = \sum \frac{\sigma}{2} u_e^T (K_{1e} + K_{2e}) u_e - u_A I + u_B I \\ &= \sum \frac{1}{2} u_e^T K_e u_e - u_A I + u_B I = \sum \frac{1}{2} u^T \bar{K}_e u - u^T p \\ &= \frac{1}{2} u^T \sum \bar{K}_e u - u^T p = \frac{1}{2} u^T K u - u^T p \quad (10) \end{aligned}$$

其中, u 是全部节点的组成的列向量; $K_e = \sigma(K_{1e} + K_{2e})$, $\bar{K}_e$ 是 K_e 的扩展矩阵, $K = \sum \bar{K}_e$; $p = (0 \cdots u_A \cdots u_B \cdots 0)^T$, p 中只有与电源点(A,B) 所在节点相对应的元为 u_A 和 u_B , 其余均为零。

3.5 求变分和解方程组

令(10) 式的变分为零, 得线性方程组

$$Ku = p$$

解方程组, 得各节点的电位, 由此可计算地表的视电阻率。

4 算例

4.1 模型 1

模型为 3 层水平层状介质大地, 其层参数为: 第一层厚度为 2 m, 电阻率为 $100 \Omega \cdot m$; 第二层厚度为 10 m, 电阻率为 $50 \Omega \cdot m$; 第三层电阻率为 $200 \Omega \cdot m$ 。计算结果与解析解对比如图 2 所示, 两者拟合得非常好。

4.2 模型 2

模型 2 是一无限长对称纯山脊地形。作有限元正演计算时各参数取值为: 围岩电阻率为 $30 \Omega \cdot m$, 两山坡坡角均为 45° , 两山坡间成直角, 研究区域左右边界分别取为 $-600 m$ 到 $600 m$, 见图 3(b) 所示, 供电电极与测量电极间距 $AM = 8 m$, 剖分的节点数

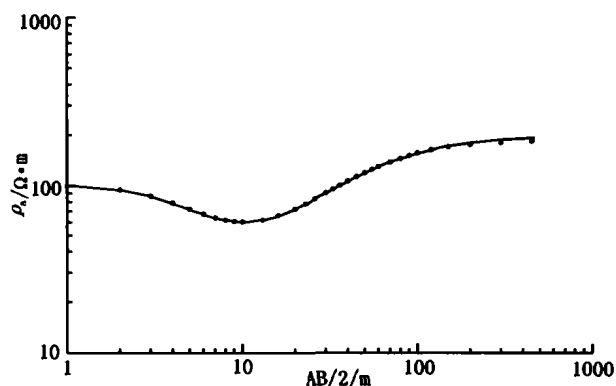


图 2 三维有限元法(四面体网格)与解析解结果对比

为 $79 \times 29 \times 16$ 。图 3(a) 二极法的 ρ_s 剖面曲线具有明显的异常, 山脊上 ρ_s 有极大, 这是左右坡排斥电流作用逐渐增强的结果, ρ_s 异常与地形起伏变化具有相同规律。

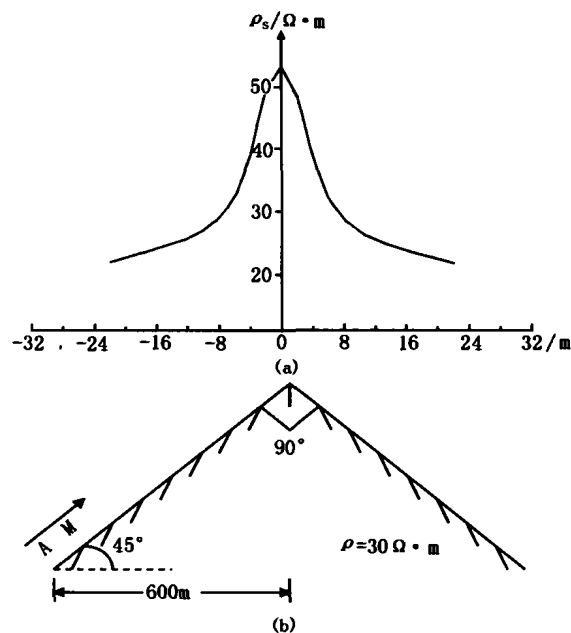


图 3 对称山脊上二极法的视电阻率剖面曲线

4.3 模型 3

模型 3 见图 4(b) 所示, 为一山谷地形下赋存有良导矿体的构造^[20]。计算时参数取为: 围岩电阻率为 $30 \Omega \cdot m$, 低阻矿体电阻率为 $0.01 \Omega \cdot m$, $AM = 2 m$, 有限元网格节点数为 $61 \times 29 \times 16$ 。计算结果见图 4(a), 可见, 当地下矿体与围岩在导电性方面有一定差异时, 二极测深剖面的视电阻率曲线有明显异常。在良导矿体上, ρ_s 异常呈极小型。

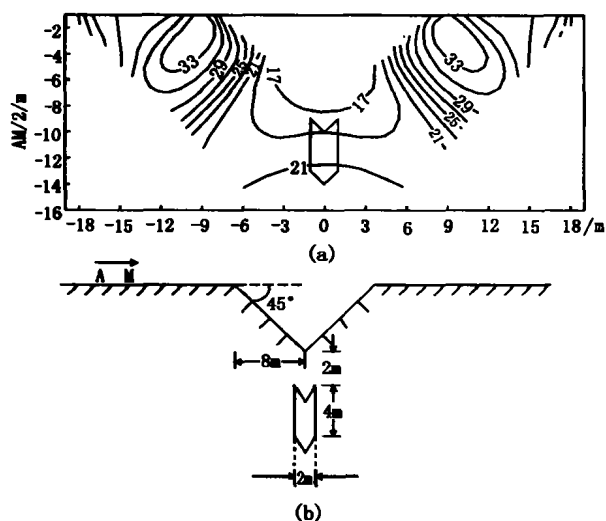
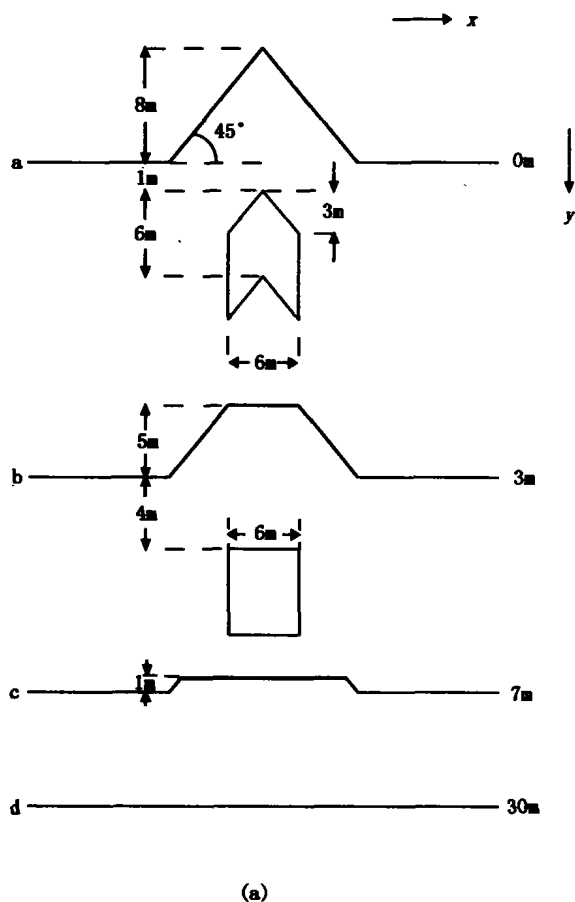


图4 山谷地形下赋存良导矿体时,二极测深剖面曲线

4.4 模型4



模型4为一金字塔,其下还另赋存有一形状不规则的良导矿体如图5(a)所示。地形变化范围内均以单位步长划分, x, y 两方向上呈现对称性,总节点数 $79 \times 35 \times 16$ 。金字塔在地面的垂直投影为 $8 \text{ m} \times 8 \text{ m}$ 的方形,围岩电阻率为 $30 \Omega \cdot \text{m}$,低阻异常体以塔顶点处铅垂线为轴,呈轴对称,电阻率为 $0.01 \Omega \cdot \text{m}$ 。

图5(a)中a为过金字塔顶点的中心断面,b为低阻体侧面所在的断面,c为塔内近塔边缘处一断面,d为远离金字塔和低阻异常体的断面。

图5(b)为二极法测深剖面的视电阻率等值线图,图中的标号a、b、c、d与(a)中的标号相对应,供电电极与测量电极的间距 $AM = 2 \text{ m}$ 。

将5(a)、(b)两图加以对照,不难发现,视电阻率的曲线形态在逼真地体现具体地质条件的同时,对地下赋存有的矿体也能有正确的反映。

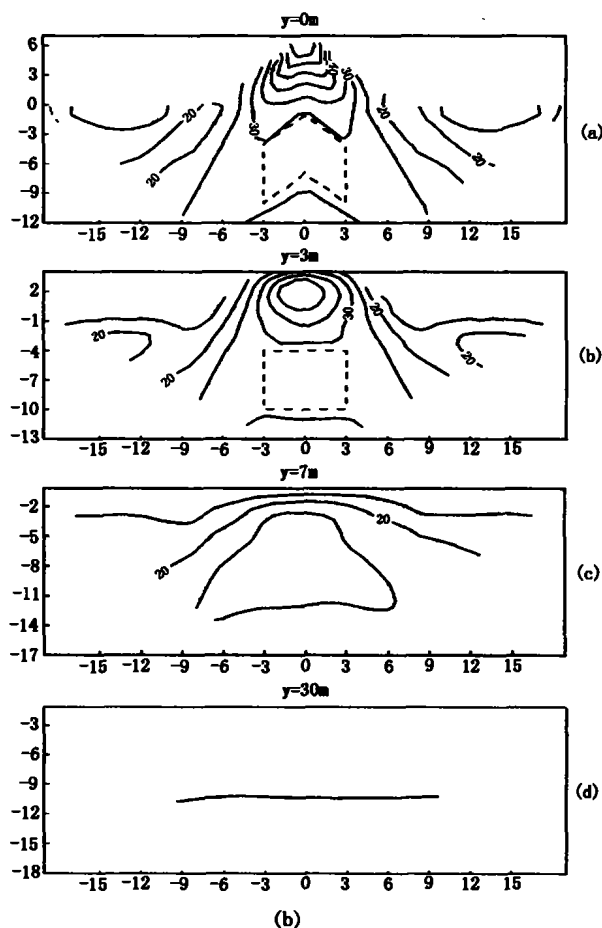


图5 断面模型及相应的视电阻率等值线图

5 结语

对复杂条件下的直流电阻率异常的数值研究,本

文的前期探讨是成功的。文中4个算例充分说明了本文所采用方法的正确性,也证实了复杂的地质条件对电阻率实测资料会有很大的影响,若不对其进行相

应的处理,很容易造成“谬之千里”的错误解释。

用四面体网格进行剖分的优越性已在上面阐述了,但是本文所采用的并非任意的四面体单元剖分,而是先进行六面体单元剖分,然后在六面体中进行四面体单元的剖分,这虽然在模型的适应性上有所减弱,但简化和规范了程序设计和实现,有利于方便高效地实现地质条件复杂的反演,从而具有较强的实用意义。

[参考文献]

- [1] 王聿军. 贫水山区电法找水的应用实例[J]. 地质与勘探, 2001, 37(3): 73 ~ 74.
- [2] 徐振超, 敬荣中, 徐诗春, 等. 用坑道直流电法圈定祁雨沟角砾岩筒型金矿富集带及其产状[J]. 地质与勘探, 1994, 30(1): 49 ~ 54.
- [3] Wannamaker P E, Stodt J A, Rijo L. Two - dimensional topographic responses in magnetotellurics modeled using finite elements [J]. Geophysics, 1986, 51(11): 2131 ~ 2144.
- [4] Chouteau M, Bouchard K. Two - dimensional terrain correction in magnetotelluric surveys [J]. Geophysics, 1988, 53(6): 854 ~ 862.
- [5] 徐世浙, 王庆乙, 王 军. 用边界单元法模拟二维地形对大地电磁场的影响[J]. 地球物理学报, 1992, 35(3): 380 ~ 388.
- [6] 徐世浙, 胡圣标. 地热二维地形影响的边界单元法模拟[J]. 物探化探计算技术, 1994, 14(2): 93 ~ 95.
- [7] 王绪本, 李永年, 高永才. 大地电磁测深二维地形影响及其校正方法研究[J]. 物探化探计算技术, 1999, 21(4): 327 ~ 332.
- [8] 张 翔, 胡文宝. 带地形的大地电磁测深联合二维反演[J]. 石油地球物理勘探, 1999, 34(2): 190 ~ 196.
- [9] 陈小斌. MT 二维正演计算中地形影响的研究[J]. 石油物探, 2000, 39(3): 112 ~ 120.
- [10] 熊 彬, 阮百尧. 电位双二次变化二维地电断面电阻率测深有限元数值模拟[J]. 地球物理学报, 2002, 45(2): 285 ~ 295.
- [11] Holcombe H T., Jiracek G R. Three - dimensional terrain correction in resistivity surveys [J]. Geophysics, 1984, 49(4): 436 ~ 452.
- [12] Oppliger G L. Three - dimensional terrain corrections for mise - a - la - masse and magnetometric resistivity surveys [J]. Geophysics, 1984, 49: 1718 ~ 1729.
- [13] 徐世浙. 三维地形均匀各向异性岩石点源电场的边界单元解法[J]. 山东海洋学院学报, 1985, 15(2): 54 ~ 61.
- [14] 徐世浙, 倪 逸. 复杂地电条件下点源三维电阻率模拟的新方法[J]. 物探化探计算技术, 1991, 11(1): 13 ~ 20.
- [15] 陈伯舫, 侯作中, 范围华. 有限差分法计算三维地形影响的电磁感应[J]. 地震学报, 1998, 20(5): 541 ~ 544.
- [16] 阮百尧, 熊 彬. 电导率连续变化的三维电阻率测深有限元数值模拟[J]. 地球物理学报, 2002, 45(1): 131 ~ 138.
- [17] 阮百尧, 熊 彬, 徐世浙. 三维地电断面电阻率测深有限元数值模拟[J]. 地球科学, 2001, 26(1): 73 ~ 77.
- [18] 徐世浙. 地球物理中的有限单元法[M]. 北京: 科学出版社, 1994.
- [19] 杨 进, 傅良魁. 迭代有限元法数值模拟若干问题的讨论[J]. 地质与勘探, 1994, 30(3): 49 ~ 52.
- [20] 傅良魁. 应用地球物理教程——电法放射性地热[M]. 北京: 地质出版社, 1991.

3 - D NUMERICAL SIMULATION STUDY OF DC RESISTIVITY ANOMALY UNDER COMPLICATED TERRAIN

XIONG Bin¹, RUAN Bai - yao², LUO Yan - zhong¹

(1. Department of Geophysics, China University of Geosciences, Wuhan 430074;

2. Guilin Institute of Technology, Guilin 541004)

Abstract: The anomalous interpretation of resistivity under complicated terrain is very difficult. Firstly, the undulate of topography alters the subsurface electric field, which makes the distribution rule of the field differ from that of the field under horizontal case. Secondly, the difference of the distance from the observing point to the field source between the rolling and the horizontal affects the normal interpretation directly. With respect to the problem, a new 3 - D FEM with tetrahedral element applied to the theory study of resistivity anomaly under complicated conditions is presented in this paper, and several typical geological models are selected. Some graphic results are given to illustrate the accuracy and effectiveness of the FEM with tetrahedral mesh.

Key words: complicated terrain, DC resistivity, 3 - D, tetrahedral element