

抗滑桩内力计算“K”法的改进与应用

戴自航¹, 彭振斌²

(1. 湖南大学土木工程学院, 长沙 410082; 2. 中南大学资源环境与建筑工程学院, 长沙 410083)

[摘要]对传统的抗滑桩内力计算“K”法作了一些改进,如建立了滑动面上下统一的坐标系,将桩视为一个整体进行考虑,通过合理的假定,保证了桩身在滑动面处内力和位移的连续性。同时,采用著名的 MATLAB 数学软件设计了“K”法的计算程序,适用于滑坡推力和桩前滑体抗力分布的各种形式以及抗滑桩为刚性桩和弹性桩的情况。实例计算结果表明,较之传统的查表法,该方法有效地提高了抗滑桩内力和位移计算速度和精度,同时可得到理想的可视化计算结果,有助于抗滑桩结构的优化设计。

[关键词]抗滑桩 内力 “K”法 MATLAB 刚性桩 弹性桩 可视化

[中图分类号]TU473.1 **[文献标识码]**A **[文章编号]**0495-5331(2002)03-0079-05

0 前言

目前,抗滑桩的内力计算有很多方法,如悬臂桩法、地基系数法、矩阵分析法^[1]、双参法^[2]、 $p-y$ 曲线法^[3]、有限单元法^[4]等。悬臂桩法是最早提出的一种方法,具有简单实用的优点,因而至今仍被许多滑坡治理设计工程所采用。该方法将抗滑桩视为被滑动面分割的两部分,因认为滑动面以上桩段受力和变形特点类似于悬臂梁而得名,滑动面以下则视为 Winkler 弹性地基梁。根据对地基系数的假定不同,又可分为“K”法、“m”法和“c”法。其中“K”法假定滑动面上、下地基系数均为常数,一般认为“K”法适用于较完整的硬质岩层、未扰动的硬质粘土或性质相近的半岩质地层。然而,长期以来,人们在采用悬臂桩法进行抗滑桩内力分析时,传统的做法是将抗滑桩以滑动面为界,上、下分两段分别独立考虑,建立各自的坐标系,以进行受力和变形分析。若将上段(受荷段)视为锚固在滑床中的简单的(固定支座)悬臂梁,显然,桩顶处桩身位移最大,滑动面处桩身位移为零。而下段(锚固段)计算结果,相对来说,往往滑动面处位移最大。这样容易导致桩身位移在滑动面处不连续,造成与理论和实际不符的矛盾。因而,大多数文献均避开对受荷段桩身位移的分析。有鉴于此,笔者认为,将受荷段视为简单的固定支座悬臂梁有欠合理。由于滑坡推力作用,桩

身变位使桩前土体受压,产生弹性压缩变形,同时在桩前滑面以上具有剩余抗滑力的滑体和滑面以下地层均产生抗力,抵制变形,因此将受荷段视为弹性定向铰支的悬臂梁应更为合理,可保证桩身在滑动面处位移和内力的连续性。

1 统一坐标系的建立

笔者认为,滑动面处桩身的位移大小由锚固段计算结果决定,滑动面以上桩身位移由悬臂梁法计算结果与按锚固段计算的滑面处转角计算的位移二者叠加。可建立图1所示的统一坐标系,坐标系的原点取在地面处,设桩的总埋深为 H ,滑动面以上,即受荷桩长为 h_1 ,滑动面以下,即锚固段桩长为 h_2 。为便于分析,假设滑坡推力 E 和桩前滑体剩余抗滑力 E' 均为矩形分布(实际上,可假设为任何能用函数式表达的分布形式^[5]),二者代数叠加后设受荷段沿桩长线荷载分布集度为 q 。

2 受荷段内力计算

受荷段即悬臂部分($Z \leq h_1$ 时)内力计算可根据材料力学的知识^[6],不难得到

$$\text{剪力 } Q(z) = qz \quad (1)$$

$$\text{弯矩 } M(z) = \frac{1}{2}qz^2 \quad (2)$$

根据转角、位移与弯矩的微分关系,可得

[收稿日期]2001-04-09; **[修订日期]**2001-11-23; **[责任编辑]**李石梦。

[基金项目]国家教育部博士点基金资助项目(9453305)。

[第一作者简介]戴自航(1966年-),男,2001年毕业于中南大学,获博士学位,现为湖南大学土木工程学院副教授,主要从事教学和边坡稳定性分析、滑坡治理、建筑基础、深基坑支护等方面的设计和研究工作。

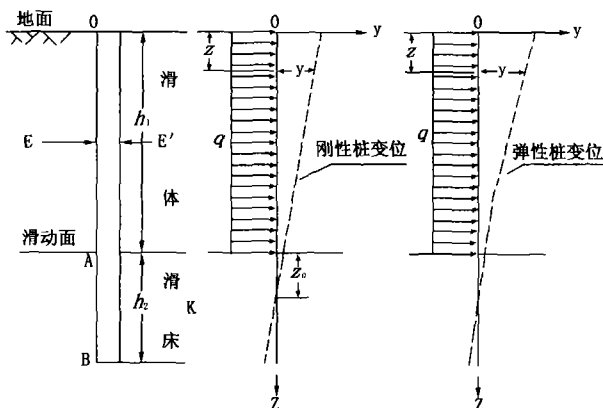


图1 抗滑桩桩身内力分析统一坐标系

$$\theta(z) = \frac{dy}{dz} = \int \frac{M(z)}{EI} dz + C \quad (3)$$

$$y(z) = \iint \frac{M(z)}{EI} dz dz + Cz + D \quad (4)$$

再由桩端的约束条件:当 $z = h_1$ 时, $\theta(h_1) = 0$, $y(h_1) = 0$, 易求得

$$y(z) = \frac{q}{24EI} (z^4 - 4h_1^3 z + 3h_1^4) \quad (5)$$

$$\text{桩侧应力 } \sigma = q/b_0 \quad (6)$$

式(6)中 b_0 为桩的计算宽度^[7]。

根据位移的叠加原理,悬臂部分桩身的最终位移为

$$y(z) = \frac{q}{24EI} (z^4 - 4h_1^3 z + 3h_1^4) + \theta(h_1 - z) + y_A \quad (7)$$

式(7)中 θ 为由锚固段计算所得滑动面处的桩身转角, y_A 为由锚固段计算所得滑动面处的位移。

3 锚固段内力计算

由于抗滑桩有刚性桩和弹性桩(或称柔性桩)之分,它们的受力特点是不同的,因而应注意区分,按“K”法计算时,先计算出桩的变形系数

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{Kb_0}{4EI}} \quad (8)$$

式中 K 为地基系数(桩前和桩后均相同), kN/m^3 ; EI 为桩的抗弯刚度, $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ 。

当 $\beta h_2 \leq 1.0$ 时,为刚性桩; $\beta h_2 > 1.0$ 时,为弹性桩。

3.1 刚性桩锚固段内力计算

对刚性桩而言,由于桩的刚度相对土体大得多,其弹性挠曲可忽略不计,桩身绕滑面以下 z_0 处转动且各处的转角 θ 均相同,故桩身位移及桩侧应力($h_1 \leq z \leq H$) 分别为

$$y(z) = (h_1 + z_0 - z)\theta \quad (9)$$

$$\sigma(z) = K(h_1 + z_0 - z)\theta \quad (10)$$

设滑动面处的弯矩为 M_A , 剪力为 Q_A , 则

当 $h_1 < z \leq h_1 + z_0$ 时,

$$Q(z) = Q_A - \frac{1}{2}b_0K\theta(z - h_1)(2z_0 + h_1 - z) \quad (11)$$

$$M(z) = M_A + Q_A(z - h_1) - \frac{1}{6}b_0K\theta(z - h_1)^2(3z_0 + h_1 - z) \quad (12)$$

当 $h_1 + z_0 \leq z \leq H$ 时,

$$Q(z) = Q_A - \frac{1}{2}b_0K\theta z_0^2 + \frac{1}{2}b_0K\theta(z - h_1 - z_0)^2 \quad (13)$$

$$M(z) = M_A + Q_A(z - h_1) - \frac{1}{6}b_0K\theta z_0^2(3z - 3h_1 - z_0) + \frac{1}{6}b_0K\theta(z - h_1 - z_0)^3 \quad (14)$$

由刚性桩桩底边界条件 $Q(H) = 0, M(H) = 0$ 则可导出上列式中, z_0 和 θ 分别为,

$$z_0 = \frac{h_2(3M_A + 2Q_A h_2)}{3K(2M_A + Q_A h_2)} \quad (15)$$

$$\theta = \frac{2Q_A}{b_0K(2h_2 z_0 - h_2^2)} \quad (16)$$

将 z_0 和 θ 回代式(9)~(14)即可得到任意截面处的位移、桩侧应力、弯矩和剪力。将 θ 代入(7)式可得悬臂段桩身位移。

3.2 弹性桩锚固段内力计算

对于弹性抗滑桩,锚固段在滑面处受水平荷载,其挠曲微分方程为

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} = p(z) \quad (17)$$

式中 p 为土的抗力集度,当采用“K”法时, $p = -Kb_0 z$, 上式即

$$EI \frac{d^4 y}{dz^4} = -Kb_0 z \quad (18)$$

根据位移、弯矩和剪力的微分关系,可得

$$M(z) = EI \frac{d^2 y}{dz^2} \text{ 或 } \frac{d^2 y}{dz^2} = \frac{M(z)}{EI} \quad (19)$$

$$Q(z) = EI \frac{d^3 y}{dz^3} \text{ 或 } \frac{d^3 y}{dz^3} = \frac{Q(z)}{EI} \quad (20)$$

$$\text{桩侧应力 } \sigma(z) = Ky \quad (21)$$

根据桩在滑动面处 $M(h_1) = M_A, Q(h_1) = Q_A$ 即

$$\frac{d^2 y}{dz^2} \Big|_{z=h_1} = \frac{M_A}{EI} \quad (22)$$

$$\frac{d^3 y}{dz^3} \Big|_{z=h_1} = \frac{Q(z)}{EI} \quad (23)$$

再加上桩底的两个边界条件,可得到高阶微分方程(18),即桩身位移的通解,进而可得到桩身内力的通解。

桩底的边界条件有三种情况,主要应视锚固段地层条件而定,即

1) 桩底为自由端:即, $M(H) = 0, Q(H) = 0$ 适用于地层为土体、松软破碎岩。

2) 桩底为铰支端:即, $y(H) = 0, M(H) = 0$ 适用于桩底为较坚硬而完整的岩层,但桩嵌岩不深。

3) 桩底为固定端:即, $y(H) = 0, \theta(H) = 0$ 即,适用于桩底岩层完整、极坚硬,且桩嵌岩较深。

4 程序设计及计算实例

4.1 MATLAB 程序设计方法

由于桩身位移和内力计算工作量大,不便于手算,为此笔者利用功能强大的 MATLAB 程序设计语言^[8],编写相应的计算程序。悬臂段的内力在已知参数确定后均为埋深的一般二维函数,可直接由式(7)、式(6)、式(2)和式(1)构成语句。采用循环结构语句,在确定计算步长后,可计算出各循环段点处的内力;采用 plot 命令语句可使计算结果转换成可视化图形。刚性桩锚固段的内力计算按(9)~(14)构筑内力函数表达式;弹性桩锚固段位移和内力需按三种约束,即边界条件,利用 dsolve 命令语句求解常系数高阶符号微分方程,得到桩身内力表达式,同理可算出桩身各处的内力及绘制桩身内力图。利用

MATLAB 工作区矩阵列表,还可查看任一循环段点处桩身的位移和内力大小。

4.2 计算实例

为便于比较,笔者曾引用文献^[1]第 63 页的算例。已知 $E_n = 981 \text{ kN/m}$, $E_n' = 588.6 \text{ kN/m}$, 桩间距 $L = 6 \text{ m}$, $H = 15 \text{ m}$, $h_1 = 10 \text{ m}$, $h_2 = 5 \text{ m}$, $K = 245250 \text{ kN/m}^3$, $b_0 = 3 \text{ m}$, $EI = 114777000 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, 侧壁容许抗压强度 $[\sigma] = 1667.7 \text{ kN}$ 。

按(8)式可算得桩的变形系数 $\beta = 0.200 \text{ m}^{-1}$, 则 $\beta h_2 = 1.000$, 故对该抗滑桩按刚性桩或弹性桩计算均可。抗滑桩所受的外力为滑坡推力和滑动面以上桩前土体的剩余抗滑力,每根桩的滑坡推力 $E = E_n \cdot L = 5886 \text{ kN}$ 、剩余抗滑力 $E' = E_n' \cdot L = 3531.6 \text{ kN}$ 。滑坡推力和土体的剩余抗滑力均按矩形分布考虑,则受荷段(即悬臂段)荷载集度 $q = (E - E')/h_1 = 235.44 \text{ kN/m}$ 。将其与上述已知数据一并代入设计程序,即可得到桩身内力计算结果。按弹性桩计算时,桩身内力计算通解表达式为复级数的形式,且表达式冗长而复杂,限于篇幅,在此不便列出。下图 2~图 3 分别为刚性桩和桩底自由弹性桩桩身位移和内力的可视化图形。

由图 2 和图 3 可见按刚性桩和按桩底自由的弹性桩计算结果除位移差别略偏大外,桩侧应力、弯矩和剪力几乎完全相同的,同时各图的计算结果和理论分析结果也完全吻合。计算精度比文献^[1]的查表法高(因计算用表中系数存在截断误差),说明改进后的方法是精确可靠的。

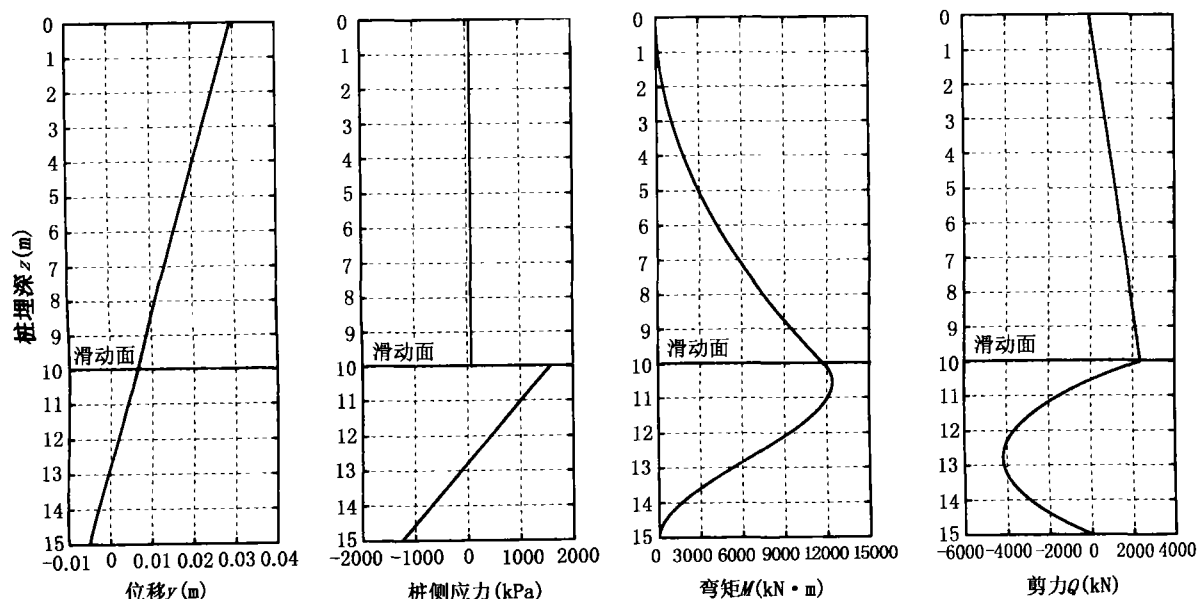


图2 刚性抗滑桩桩身位移和内力

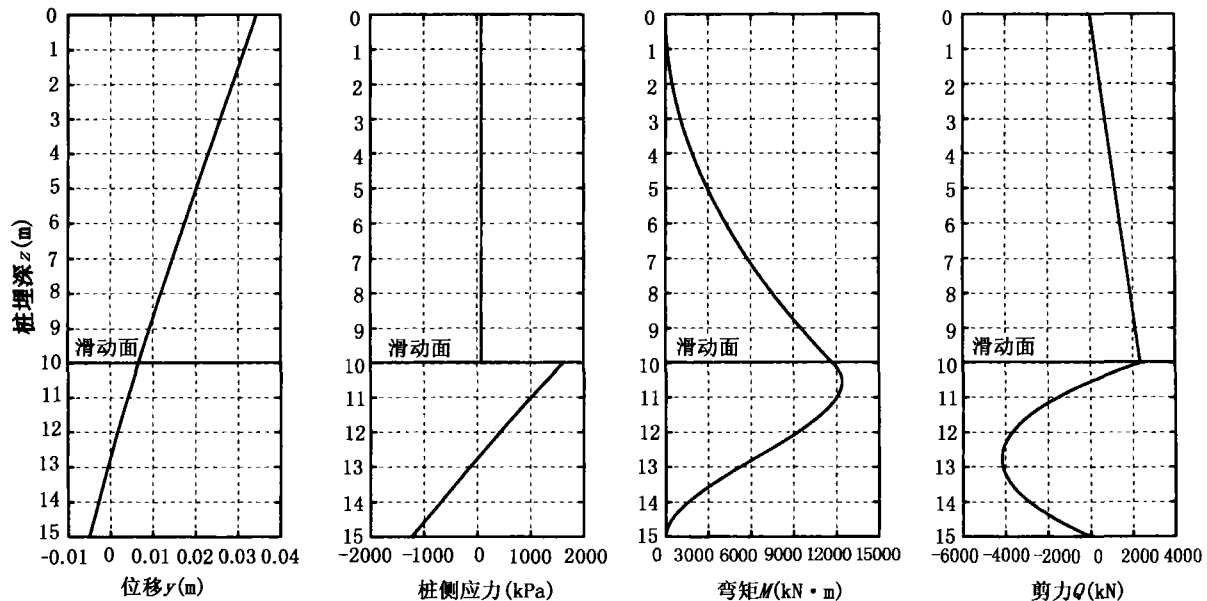


图3 桩底自由时弹性抗滑桩桩身位移和内力

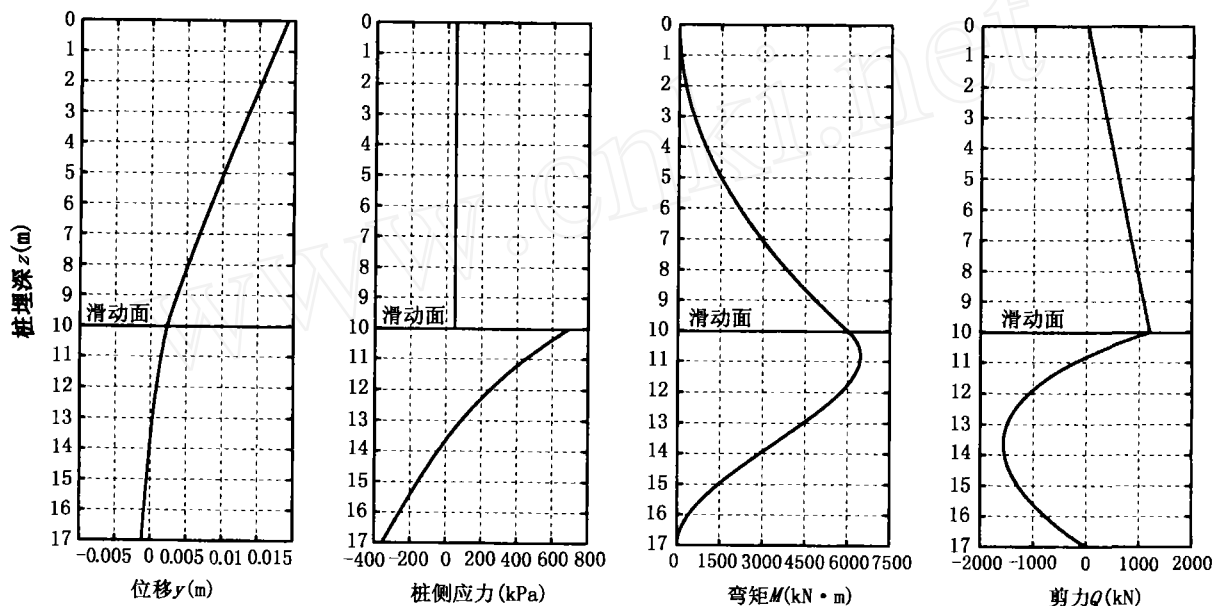


图4 某工程抗滑桩桩身位移和内力

笔者在对某工程抗滑桩内力进行计算时,曾采用了文中所述方法。该滑坡为砂粘土和轻亚粘土沿岩体表面滑动。设计桩位处,作用在每根桩上的剩余下滑力为 1200 kN,滑面以上桩长 $h_1 = 10$ m,滑面以下桩长 $h_2 = 7$ m,桩底为自由端。滑面以下为强风化红砂岩,地基系数为 $K = 300000 \text{ kN/m}^3$ 。桩的截面尺寸为 $b \times a = 1.5 \text{ m} \times 2.4 \text{ m}$,桩身砼为 C_{20} , $E = 2.55 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 。

根据以上已知条件可算得 $\beta h_2 = 1.788$,故设计的抗滑桩为弹性桩。桩底按自由端考虑,采用等量分段长度 $h = 0.050 \text{ m}$,其内力计算结果见图 4。

5 结论

1)建立了悬臂桩“K”法分析抗滑桩内力统一坐标系,通过合理的假定,使桩在滑动面处位移和内力连续性得到满足,符合抗滑桩实际受力和变形情况。

2)导出了刚性抗滑桩内力计算的理论公式,建立了弹性抗滑桩在各种边界条件下的计算模式。

3)本方法适用于各种分布形式的滑坡推力和土体抗力(只要能用函数式表示出其分布形式)。既适合于刚性桩,也适合于弹性桩。

4)计算程序的编制,简化了抗滑桩内力计算过

程,提高了计算速度和精度。计算结果的可视化和便读性,可使抗滑桩的结构设计更为经济和合理。

[参考文献]

- [1] 铁道部第二勘测设计院. 抗滑桩设计与计算[M]. 北京:中国铁道出版社,1983.
- [2] 吴恒立. 计算推力桩的综合刚度原理和双参数法(第二版)[M]. 北京:人民交通出版社,2000.
- [3] Sullivan W R, Reese L C, Fenske C W. Unified Method for Analysis of Laterally Loaded Piles in Clay[M]. Conf On Num Methods in Off shore Piling London Inst, Civ Engrs, Paper no. 17, 1979.
- [4] 高同玠. 在有软弱滑动带时滑坡推力、桩身应力、桩前抗力的

整体分析算法[M]. 滑坡文集(第四集),北京:中国铁道出版社,1984:38~141.

- [5] 戴自航. 抗滑桩滑坡推力和桩前滑体抗力分布规律的研究[J]. 岩石力学与工程学报,2002,21(4):517~521.
- [6] 赵九江,张少实,王春香. 材料力学[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1992.
- [7] 中华人民共和国原城乡建设环境保护部编. GBJ 10-89 中华人民共和国国家标准. 混凝土结构设计规范. 北京:中国建筑工业出版社,1989.
- [8] 龚剑,朱亮. MATLAB5. X入门与提高[M]. 北京:清华大学出版社,2000.

IMPROVEMENTS AND APPLICATIONS IN "K" METHOD OF INTERNAL FORCES CALCULATION OF STABILIZING PILES

DAI Zi-hang¹, PENG Zhen-bin²

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082;

2. College of Resources, Environment and Civil Engineering, Central South University, Changsha 410083)

Abstract: Some improvements are made on the traditional "K" method about internal force analysis of the stabilizing pile against landslide. For examples, a universal coordinate including above and below sliding surfaces is established. The pile is considered as a whole body. The continuity of internal forces and displacement is assured through reasonable supposition. Meanwhile, the well-known mathematic software MATLAB is used to design a program of "K" method. The program can be applied to all sorts of distributions of lateral force and soil reaction as well as rigid or elastic stabilizing piles. Compared with the traditional method, a calculated case shows that this method can effectively improve calculation speed and precision of internal forces of stabilizing piles. Reasonable visual results of calculation can be obtained. The visual figures are helpful to optimize the structural design of stabilizing piles.

Key words: stabilizing pile, internal force, the "K" method, MATLAB, rigid pile, elastic pile, visual

中国联合铜业公司在京成立

据报载 中国联合铜业有限责任公司(China United copper co. Ltd - CUC,以下简称“中国联合铜业公司”)近日在北京正式成立。

中国联合铜业公司是由中国五矿有色金属股份有限公司与江西铜业公司、铜陵有色金属(集团)公司、云南铜业(集团)公司、大冶有色金属公司、山西中条山有色金属(集团)公司6家国内大型铜冶炼企业共同发起的股份制企业。

五矿总公司去年经营额为60多亿美元,是我国最大的有色金属资源商。江铜、铜陵、云铜、大冶和中条山均是国内铜生产的大型骨干企业,其铜的粗炼能力占全国总量的80%以上。因此,中国联合铜业公司的成立,形成了我国最大的有色金属资源商和铜生产商的强强联合,标志着我国铜产业的发展进入了一个新的阶段。

中国联合铜业公司的成立,旨在使我国的有色金属资源商与生产企业联合成为一个整体,使铜精矿进口从目前的单独对外商洽谈逐步过渡到与国外矿山统一谈判,以便充分发挥整体优势,保证各企业的共同利益;统一同国外矿山和机构进行磋商,商讨联合在海外进行矿山的勘探和开发事宜,实现我国铜资源稳定供应的长期战略构想。

该公司的成立,是国内各大企业应对我国入世挑战和经济全球化趋势而采取的有效措施。公司将按照现代企业制度的要求和市场经济的模式积极进行运作,共担风险,共享利益;将借助国内外资本市场,加速企业发展;将充分借助各方面的力量和支持,特别是政府的支持,果断地实施“走出去”战略,积极探讨国外铜资源的开发,推进企业的健康持续发展。