

岩土工程

密度计法颗粒分析曲线的拟合及其修正

张书宪, 刘春平

(中国石化集团勘察设计院, 保定 071051)

[摘 要] 提出了密度计法颗粒分析试验的一种曲线拟合及修正方法, 经验证效果较好。

[关键词] 颗粒分析 曲线拟合 修正

[中图分类号] TU41 [文献标识码] A [文章编号] 0495-5331(2002)01-0077-03

0 引言

密度计法颗粒分析试验是土工试验中的常规项目之一。其试验结果的计算和绘制曲线是最烦琐的。计算中首先要查几个表, 进行温度校正、刻度弯液面校正、沉降距离校正和分散剂校正, 然后还要查沉降距离与各温度下土粒直径关系表。根据计算和查表的结果用小于某粒径土的质量百分数为纵坐标, 颗粒直径为对数横坐标绘制颗粒分布曲线, 再根据曲线得出各粒组含量、有效粒径、平均粒径、限制粒径和不均匀系数。这项工作不仅花费了大量的人力和时间, 而且在查表和凭经验绘制曲线的过程中还会产生人为误差。然而, 这项工作要实现计算机计算绘图, 其关键的问题是颗粒分析曲线的拟合及修正。目前国内上海、北京等地的此类软件中, 还未很好地解决拟合曲线的修正问题, 还需要人工修改曲线, 称为“橡皮拉筋”或“牛筋拉伸”。本文介绍一种曲线拟合及修正方法, 该方法是作者完成的岩土工程勘察绘图软件中绘图方法的一种, 成功地解决了颗粒分析曲线的拟合及其修正问题。

1 土颗粒直径及小于相应粒径土百分含量的计算^[1] (以乙种密度计为例)

密度计法颗粒分析试验用于颗粒小于 0.075 mm 的土。取土样制备悬液需要过 0.075 mm 筛。制备在 100 ml 量筒里的悬液, 用搅拌器搅拌 1 min

后, 测经 1、5、30、150 min 密度计读数 R 和相应的悬液温度 C 。

1.1 按司笃克公式计算颗粒直径

$$d = \sqrt{\frac{1800 \times 10^4 \cdot \eta}{(G_s - G_{wT}) \rho_{wT} g} \cdot \frac{L}{t}}$$

式中: d —土颗粒直径 (mm); G_s —土粒比重; η —水动力粘滞系数 ($\text{kPa} \cdot \text{s} \times 10^{-6}$), $\eta = \frac{1.814 \times 10^{-6}}{1 + 0.0337 T + 0.00022 T^2}$; T —温度; G_{wT} — T 时水的比重; ρ_{wT} — T 时纯水的密度 (g/cm^3); L —某时间 t 内土粒沉降距离 (cm); t —土粒沉降时间 (s); g —重力加速度 (cm/s^2)

1.2 计算小于某粒径土的质量百分含量

$$X = \frac{G_s}{G_s - 1} \times \frac{100 V}{W_s} \times \rho_{w_{20}} (R + n + m - C_D)$$

式中: X —小于某粒径的土质量百分数 (%); $\rho_{w_{20}}$ —20 时纯水的密度 ($= 0.998232 \text{ g/cm}^3$); W_s —试样干土质量 (g); R —密度计简化读数; V —悬液体积 (因系简化读数) 取 1, ml; n —刻度及弯液面校正值; m —温度校正值; C_D —分散剂校正值。

对于试验中所含粒径大于 0.075 mm 的土, 过洗筛后烘干进行筛分。分别称出 1~0.5 mm、0.5~0.25 mm、0.25~0.075 mm 粒组土的质量 $W_Y(1)$ 、 $W_Y(2)$ 、 $W_Y(3)$, 并计算小于各界限粒径的土质量百分含量。

[收稿日期] 2001-01-00; [修定日期] 2001-2-12; [责任编辑] 李石梦。

[基金项目] 中国石化集团公司技术开发项目 (合同 597014)。

[第一作者简介] 张书宪 (1954 年-), 男, 高级工程师, 1982 年毕业于华北水利水电学院, 现从事岩土工程勘察、试验的技术开发和研究工作。

2 由已知离散点拟合一条光滑曲线

2.1 以 8 个数据点为例

由试样干土质量、土粒比重、密度计简化读数和悬液温度,可计算出土粒直径和小于相应粒径土质量的百分含量 4 组数据。记为 (X_4, Y_4) 、 (X_5, Y_5) 、 (X_6, Y_6) 、 (X_7, Y_7) 。由各级留筛土质量可计算大于 0.075 mm 各粒组的百分含量 3 组数据,记为 (X_1, Y_1) 、 (X_2, Y_2) 、 (X_3, Y_3) 。根据试验要求,过 7 个点(如果 $WY(1)$ 为 0,则为 6 个点;如 $WY(1)$ 、 $WY(2)$ 为 0,则为 5 个点;如果不含大于 0.075 mm 的土,则为 4 个点)连接一条光滑曲线,并且让其两头自然延伸。但在计算机绘图过程中,当曲线向下自然延伸时,会由于缺少数据而使曲线不确定。

因此必须在 (X_7, Y_7) 之后补上数据点 (X_8, Y_8) 。根据实际情况,增设的 (X_8, Y_8) 令其为 $(0, 0)$,即当土的粒径为零时,它的含量为零。增设的这一数据点很关键,这就保证了级配曲线在末尾段曲线的光滑、自然和准确地确定出土的粘粒含量。

2.2 拟合三次多项式曲线

由已知数据点,用分段多项式拟合法,即两个数据点之间拟合一条三次多项式曲线,并在各节点上连续。在任何两个相邻的节点 (X_i, Y_i) 和 (X_{i+1}, Y_{i+1}) 之间的多项式方程^[2]为:

$$Y = P_0 + P_1(X - X_i) + P_2(X - X_i)^2 + P_3(X - X_i)^3 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= Y_i \\ P_1 &= t_i \\ P_2 &= \frac{3 \frac{Y_{i+1} - Y_i}{X_{i+1} - X_i} - 2t_i - t_{i+1}}{X_{i+1} - X_i} \\ P_3 &= \frac{t_{i+1} + t_i - 2 \frac{Y_{i+1} - Y_i}{X_{i+1} - X_i}}{(X_{i+1} - X_i)^2} \end{aligned} \right\} \quad \text{其中:}$$

其中: t_i 为曲线在点 (X_i, Y_i) 上的导数

$$t_i = \frac{\frac{m_{i+1} - m_i}{m_{i+1} - m_i} + \frac{m_{i-1} - m_{i-2}}{m_{i-1} - m_{i-2}}}{2} \quad (2)$$

m_i 为 (X_i, Y_i) 和 (X_{i+1}, Y_{i+1}) 之间直线的斜率。

$$m_i = \frac{b_i}{a_i}; a_i = X_{i+1} - X_i; b_i = Y_{i+1} - Y_i \quad (3)$$

对于已知的 8 个数据点,由(2)、(3)可求出 (X_3, Y_3) 、 (X_4, Y_4) 、 (X_5, Y_5) 、 (X_6, Y_6) 4 点的导数 t_3 、 t_4 、 t_5 、 t_6 。而求出另外 4 个点的导数,需要在 (X_1, Y_1) 前面和 (X_8, Y_8) 的后边分别增加两个数据点 (X_{-1}, Y_{-1}) 、 (X_0, Y_0) 和 (X_9, Y_9) 、 (X_{10}, Y_{10}) ,并且不需要知道这 4 点的具体位置,而只需知道它们的斜率:

$$m_0 = 2m_1 - m_2; m_{-1} = 2m_0 - m_1$$

$$m_8 = 2m_7 - m_6; m_9 = 2m_8 - m_7$$

便可求出 (X_1, Y_1) 、 (X_2, Y_2) 、 (X_7, Y_7) 、 (X_8, Y_8) 4 点的导数 t_1 、 t_2 、 t_7 、 t_8 。至此,任何两个相邻的节点之间的多项式方程都能确定下来,由公式(1)可绘出各段曲线即为所求曲线。

3 修正曲线在节点上的斜率

用以上方法拟合的光滑曲线在一般情况下是可行的。但在实际应用过程中遇到某些特殊数据时,曲线会发生不同程度的扭曲和摆动,即在同一个横坐标点上,对应出现了 3 个纵坐标值,在数值上会出现 d_{60} 小于 d_{50} ,或 d_{50} 小于 d_{10} 的情况,这样的曲线明显不合实际情况,为此,编制的计算机软件中,在拟合曲线时,需要边拟合边判断曲线是否扭曲。如判断有扭曲,形状如图 1 中的 AB 段。必须对曲线的扭曲段进行修正。修正这种现象的办法是要修正曲线在节点 A、B 上的斜率 t_i 与 t_{i+1} 。

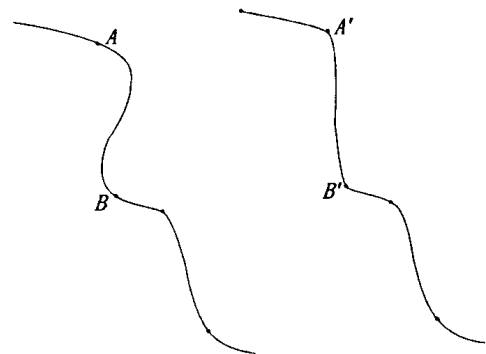


图 1 修正扭曲的曲线

从公式(2)可以看出 t_i 与 m_{i+1} 、 m_i 、 m_{i-1} 、 m_{i-2} 有关,当 t_i 、 t_{i+1} 与 AB 段的斜率 m_i 相差太大时曲线才会发生过度扭曲。如果令 $m_{i+1} = 0$ 、 $m_{i-2} = 0$,曲线过度弯曲的部分将被相对拉直。这里的拉直并不是直线,过节点上的曲线仍然光滑,使曲线上的一个横坐标点对应只有唯一的一个纵坐标点,所以公式(2)可写为:

$$t_i = \frac{\left| \frac{m_i}{m_i} \right| \left| \frac{m_{i-1}}{m_i} \right| + \left| \frac{m_{i-1}}{m_i} \right| \left| \frac{m_i}{m_i} \right|}{\left| \frac{m_i}{m_i} \right| + \left| \frac{m_{i-1}}{m_i} \right|}$$

按照上式修正后的节点斜率 t_i 和 t_{i+1} ,重新拟合该段曲线.就避免了曲线出现的扭曲或摆动现象,如图 1 中的 A B '段为修正后的结果,从而得到一条符合要求的光滑的颗粒分布曲线。

4 求粒组百分组成、有效粒径 d_{10} 、平均粒径 d_{50} 、限制粒径 d_{60} 和不均匀系数 C_u

根据界限粒径 0.5 mm、0.25 mm、0.075 mm、0.05 mm、0.01 mm、0.005 mm,在颗粒分布曲线上求出小于该粒径土的质量百分数。令 X_i 为颗粒直径, Y_i 为土的百分含量,首先由已知的 X_i 判断出它属于哪一段曲线,然后由多项式(1) 计算出该段曲线上的 Y_i 值.再由 $100 - Y_1$ 、 $Y_1 - Y_2$ 、 $Y_2 - Y_3$ 、 $Y_3 - Y_4$ 、 $Y_4 - Y_5$ 、 $Y_5 - Y_6$ 、 Y_6 , 即可求出 1 ~ 0.5 mm、0.5 ~ 0.25 mm、0.25 ~ 0.075 mm、0.075 ~ 0.05 mm、0.05 ~ 0.01 mm、0.01 ~ 0.005 mm 和 < 0.005 mm 各粒组的百分组成。

三次多项式由函数求自变量比较麻烦。为了便于计算,与上次相反,这次令 X_i 为百分含量, Y_i 为颗粒直径。 X_i 百分含量为自变量, Y_i 颗粒直径为函数,由多项式(1) 经判断可求出有效粒径 d_{10} 、平均粒径 d_{50} 、限制粒径 d_{60} 和不均匀系数 C_u 。 $C_u = d_{60}/d_{10}$ 。

5 绘制曲线图形

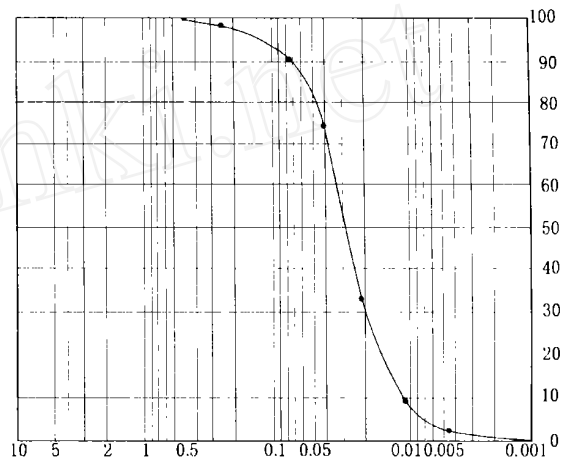
对横坐标取对数,绘出半对数坐标图。由 2.1 中的 8 个数据点分别求出每两个数据点之间的三次多项式,对数据进行坐标变换后逐点连接。绘图中,由于 (X_8, Y_8) 为(0,0),而零没有对数,再者根据设计的坐标图形,必须对曲线图形进行限制。当 $X \leq 0.001$ 时,曲线不再向下画,绘制出光滑的颗粒分布曲线。同时输出各粒组的颗粒质量百分组成等结果数据。

6 应用效果

将以上方法编成计算机程序,一次输入原始数据即可得到符合要求的光滑曲线和所有结果数据。生成的图形不需要人工修改。作为作者开发的岩土工程勘察绘图软件的一部分,经本单位和多家用户生产应用,已取得满意的效果。附一实例(表 1)。结果数据和曲线见图 2。

表 1 某炼油厂勘察中 1- 3 号土样原始试验数据

干土质量: $W_s = 35\text{ g}$ 土粒比重: $G_s = 2.70$ 留筛土质量: $WY(1) = 0.0\text{ g}$ $WY(2) = 0.5\text{ g}$ $WY(3) = 2.8\text{ g}$	沉降时间 t	温度 ()	密度计筒 化读数
	1 min	26.5	15.3
	5 min	27.0	6.2
	30 min	27.0	0.8
	150 min	26.5	- 0.6



土样编号: 1-3
 $d_{10}=0.0105$ $d_{50}=0.0292$ $d_{60}=0.0334$ $C_u=3.18$

粒 径 (mm)	2.0 ~0.5	0.5 ~0.25	0.25 ~0.075	0.075 ~0.05	0.05 ~0.01	0.01 ~0.005	<0.005
百分组成 (%)		1.4	8.0	2.8	78.7	6.5	2.6

图 2 修正扭曲的曲线

[参考文献]

[1] 《土工试验方法标准》编写组. 土工试验方法标准[M]. 北京:中国计划出版社,1999.
[2] 杨学平. 计算机绘图[M]. 北京:电力工业出版社,1980.

FITTING AND REVISING OF GRAIN ANALYSIS CURVE OF HYDROMETER

ZHANG Shu - Xian , LIU Chun - ping

(Geotechnical and Design Institute for China Petrochemical Corporation , Baoding 071051)

Abstract : A curve fitting and revising methods to solve hydrometer grain analysis is presented , and proved good satisfactory.
Key words : grain analysis , curve fitting , revising