

地质雷达正演中的频散压制和吸收边界改进方法

何兵寿¹, 张会星²

(1. 石油大学, 北京 102200; 2. 中国矿业大学, 北京 100083)

[摘 要]从麦克斯韦方程组出发,建立了地质雷达的时域有限差分法(FDTD)数学模型,导出了理想频散关系和超级吸收边界条件。理想频散关系即考虑了 FDTD 法的收敛性和稳定性,也考虑了高频电磁波在 Yee 氏网格中的传播特点;超级吸收边界条件则用磁场分量来提高电场分量精度。数值试验表明,理想频散关系能真实地反映雷达波在地下介质中的传播规律,超级吸收边界条件能有效减小截断边界的伪反射,提高正演精度。将之应用于实际计算,取得满意效果。

[关键词]地质雷达 正演 FDTD 法 理想频散关系 超级吸收边界条件

[中图分类号]P631.3⁺25 [文献标识码]A [文章编号]0495-5331(2000)03-0059-05

1 引言

正演模拟技术是地质雷达理论研究的主要内容之一,其意义主要表现在两个方面:首先,通过分析各种地电模型的正演结果,可以加深对地质雷达反射剖面的认识,提高解释精度;其次,利用已知模型的正演结果进行反演,可验证反演算法的正确性。同时,正演技术的发展,也能有效推动地质雷达技术向前发展。

FDTD 法已经被证明是计算电磁场问题的有效方法^[1,2],同其它方法相比,它具有存储量小、运算快、程序通用以及适于并行计算等优点。针对地质雷达这一特定高频电磁场问题,由于地下介质电性分布复杂,雷达观测方式灵活多样,常规的吸收边界条件和数值频散关系已不再适于地质雷达剖面的正演。本文通过理论分析,导出了适于地质雷达正演的理想频散关系和超级吸收边界条件,数值试验表明,

理想频散关系能有效减小高频电磁波在计算空间中的数值频散现象;超级吸收边界条件能减小截断边界产生的伪反射,提高正演精度。

2 基于麦克斯韦方程的 FDTD 格式

FDTD 法的出发点是麦克斯韦方程组中的两个旋度方程^[3]:

$$\begin{cases} \nabla \times E = -\mu \frac{\partial H}{\partial t} - \sigma_m H \\ \nabla \times H = \epsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E \end{cases} \quad (1)$$

其中: E —电场强度(V/m); H —磁场强度(A/m); ϵ —介电常数(F/m); μ —磁导率(H/m); σ —电导率(S/m); σ_m —等效磁阻率(Ω /m)。

二维 TM 波情况下,采用 Yee 氏网格^[3]对雷达波的传播空间进行剖分,用中心差商代替微商,即可建立适于地质雷达正演的 FDTD 格式:

$$E_z^{n+1}(i, j) = CA(i, j) E_z^n(i, j) + CD \times CB(i, j) \times \left[H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i - \frac{1}{2}, j) + H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j - \frac{1}{2}) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) \right] \quad (2a)$$

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j + \frac{1}{2}) + CD [E_z^n(i, j) - E_z^n(i, j + 1)] \quad (2b)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i + \frac{1}{2}, j) + CD [E_z^n(i + 1, j) - E_z^n(i, j)] \quad (2c)$$

$$\text{式中: } CA(i, j) = \frac{1 - \frac{\sigma(i, j) \Delta t}{2\epsilon(i, j)}}{1 + \frac{\sigma(i, j) \Delta t}{2\epsilon(i, j)}}, CD = \frac{\Delta t}{\Delta s} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}};$$

$$CB(i, j) = \frac{\epsilon_0}{\epsilon(i, j) + \frac{\sigma(i, j) \Delta t}{2}}; \Delta t, \Delta s \text{ 分别为差分时间和空间步长。}$$

3 数值频散

3.1 数值频散现象

理论上,非频散介质中电磁波的传播速度应当与频率无关。也就是说如果算法精确,则计算机中所模拟的各频率分量的电磁波相速度也应该与频率

无关,但由于 FDTD 法只是麦克斯韦方程组的一种近似,用计算机对地质雷达波的传播过程进行模拟时,在非频散介质中也会产生频散现象,即数值频散,它往往导致脉冲波形的破坏和人为的各向异性,限制了 FDTD 法的计算精度。

3.2 常规数值频散关系

理论推导可知,二维空间中 TM 波差分方程的数值频散关系为:

$$\left(\frac{1}{v\Delta t}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right)^2 = \frac{1}{\Delta x^2} \sin^2\left(\frac{K_x\Delta x}{2}\right) + \frac{1}{\Delta y^2} \sin^2\left(\frac{K_y\Delta y}{2}\right) \quad (3)$$

式中: ω —角频率; K_x, K_y —波矢量在 x 和 y 方向的分量; v —波速。

用解析方法得到的二维 TM 波频散关系为:

$$\frac{\omega^2}{v^2} = K_x^2 + K_y^2 \quad (4)$$

上式实际上是当 $\Delta t, \Delta x, \Delta y$ 趋近于零时(3)式的极限。这说明数值频散是由近似差商代替连续微商引起的,因此,通过取空间和时间的步长足够小,数值频散现象就可得到压制。而实际计算中,步长的无限小必然导致计算时间无限增大。因此,必须寻找一种方法,使算法既能满足正演精度要求,又不会过多增加计算量。

当采用正方形网格时,为方便起见令 $\Delta_s = \Delta x = \Delta y$ 。理论证明,如果 Δt 与 Δ_s 之间的对应关系正确,则当 $\Delta_s \leq \frac{1}{10}\lambda$ 时,电磁波各频率分量的相速度就能保持基本一致,再考虑到 FDTD 法的稳定性条件,一般将这一关系取为:

$$\Delta t = \frac{\Delta_s}{2v} = \frac{\lambda}{20v} \quad (5)$$

上式即为常规的数值频散关系。其主要症结在于对雷达波在剖分网格中的传播特点缺乏考虑,因此往往导致在非频散介质产生数值频散现象,正演精度受到影响。

图 1 为采用常规频散关系时非频散均匀介质中的宽角法雷达合成剖面。随着传播距离增大,同一介质中不同频率分量的电磁波相速度发生了变化,波列被明显拉长,数值频散现象十分严重会导致雷达波波形的失真,非频散介质中产生频散现象,因此常规频散关系不适于地质雷达正演。

3.3 理想频散关系

由几何光学原理, Yee 氏网格中,电磁场的最大传播路径为网格对角线。由此可得以下关系:

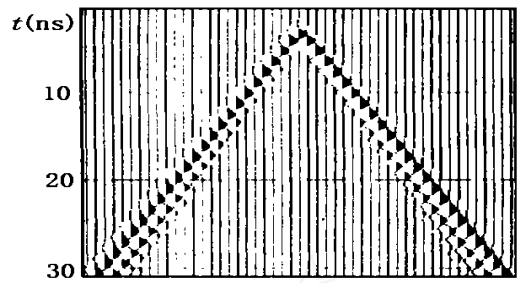


图 1 常规频散关系下的宽角法剖面

$$\Delta t \geq \frac{\Delta_s}{\sqrt{2}v} \quad (6)$$

二维 FDTD 法的稳定性条件为:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta_s}{\sqrt{2}v} \quad (7)$$

由式(6)和(7)可得:

$$\Delta t = \frac{\Delta_s}{\sqrt{2}v} \quad (8)$$

考虑到 FDTD 法的收敛性,取 $\Delta_s = \lambda/10$, 可得:

$$\Delta t = \frac{\Delta_s}{\sqrt{2}v} = \frac{\lambda}{10\sqrt{2}v} \quad (9)$$

上式即为适于地质雷达正演的理想频散关系,它同时考虑了 FDTD 法的收敛性、稳定性,以及 Yee 氏网格的特点,故能真实地反映脉冲电磁波在地下介质中的实际传播规律。

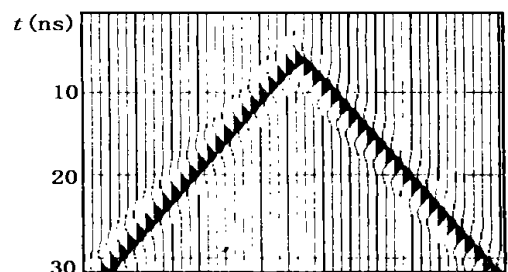


图 2 理想频散关系下的宽角法剖面

3.4 数值验证

将理想频散关系用于地质雷达剖面正演,图 2 为采用理想频散关系时非频散均匀介质中的宽角法雷达合成剖面,波列畸变得明显改善,克服了常规频散关系下非频散介质中的数值频散。

4 吸收边界条件

FDTD 法的特点是需要电磁场的全部分布空间建立 Yee 氏网格,任何计算中,任何计算机的存储空间都是有限的,因此必须以有限计算空间代替无限分布空间。为保证这两个空间等效,需要对计算空间的边界做特殊处理,即采用吸收边界条件,用边

界条件的吸收特性补偿计算空间有限的不足。

4.1 常规吸收边界条件引起的伪反射

这一算法已在许多问题中得到广泛应用,但仍存在一些缺点。在有些问题中边界反射过大,入射角适应范围不够宽广。图3为均匀介质中心激发时计算空间中某一时刻的电场分布图,波阵面保持圆形通过边界时(图的边框),边界产生了比较明显的反射,这对于精细构造问题或介质电性参数相差不大的问题必然产生明显影响,严重者甚至会淹没有效反射波。所以,改善边界条件的吸收性能,是用FDTD法合成地质雷达记录的一项关键技术。

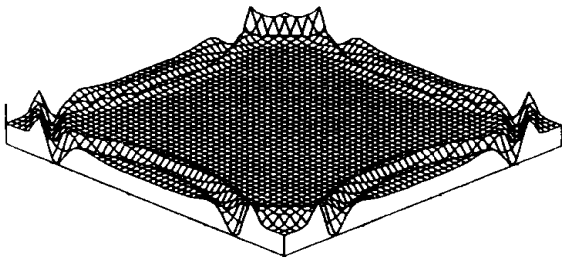


图3 截断边界的伪反射示意图

包括Mur吸收边界条件在内的传统吸收边界条件只是在边界网格点上对电场进行特殊处理,而同时计算二者,这是常规边界条件适应性差的主要症结。与此不同,超吸收技术则让磁场也参与计算,并

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(M-\frac{1}{2},j\right)=\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}(1)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)+\rho H_y^{n+\frac{1}{2}(2)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)}{1+\rho} \quad (11)$$

通过式(11)计算得到的 $H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$ 值比采用以上两种方法中的任何一种都更加精确,故它可以使截断边界产生的反射比原吸收边界条件明显减小,但是这种效果还没有在 $E_z^n(M,j)$ 的计算中充

$$E_z^n(M,j)=E_z^n\left(M-\frac{1}{2},j\right)+\frac{1}{CD}\left[H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(M-\frac{1}{2},j\right)-H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(M-\frac{1}{2},j\right)\right] \quad (12)$$

总结以上分析,超吸收边界条件的应用步骤可归结为:

- 1) 将Mur二阶吸收边界条件应用于 $E_z^n(M,j)$;
- 2) 把这一吸收边界条件同时应用于 $H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$, 即得到 $H_y^{n+\frac{1}{2}(2)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$;
- 3) 按正常的差分方程(2c)计算出

常规的Mur二级吸收边界条件的基本思想是在截断边界处对 E_z 分量进行如下计算:

$$E_z^{n+1}(0,j)=-E_z^{n-1}(1,j)+\frac{v\Delta t-\Delta s}{v\Delta t+\Delta s}\left[E_z^{n+1}(1,j)+E_z^{n-1}(0,j)\right]+\frac{2\Delta s}{v\Delta t+\Delta s}\left[E_z^n(0,j)+E_z^n(1,j)\right]+\frac{(v\Delta t)^2}{2\Delta s(v\Delta t)+\Delta s}\left[E_z^n(0,j+1)-2E_z^n(0,j)+E_z^n(0,j-1)+E_z^n(1,j+1)-2E_z^n(1,j)+E_z^n(1,j-1)\right] \quad (10)$$

用它来减小计算电场时所产生的非物理因素引起的反射,从而改善原吸收边界条件的性能,故称为超吸收边界条件。

4.2 超吸收边界条件

事实上,边界处 H_y 分量可由两种方法得到:

(1) 利用公式(2)通过计算区域内部或边界上的电磁场得到;

(2) 利用吸收边界条件直接得到。

理论证明,这两种方法得到的 H_y 分量的误差存在一定关系,其符号相反,大小与 $\rho=\frac{v\Delta t}{\Delta s}$ 有关。因此,通过这一关系即可以得到比较精确的边界 H_y 分量值。设 $i=M$ 为计算空间的某一边界,以该边界为例进行讨论,其它边界上的超吸收边界条件可用类似方法导出。

假定由公式(2)计算得到的边界磁场分量值为 $H_y^{n+\frac{1}{2}(1)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$; 对 H_y 的直接采用吸收边界是条件得到的边界是磁场分量值为 $H_y^{n+\frac{1}{2}(2)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$, 则边界上更加精确的 H_y 由下式确定:

分显示出来。如果 $E_z^n(M,j)$ 的精度不能改善,其误差将通过与它有关的计算传递、积累。为了提高 $E_z^n(M,j)$ 的计算精度,应利用式(9)得到的 H_y 值再计算一次 $E_z^n(M,j)$, 以修正电场分量值。计算公式为:

$$H_y^{n+\frac{1}{2}(1)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$$

4) 按式(11)通过 $H_y^{n+\frac{1}{2}(2)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$ 和 $H_y^{n+\frac{1}{2}(1)}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$ 计算出 $H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(M-\frac{1}{2},j\right)$;

5) 按式(12)再计算 $E_z^n(M,j)$ 。

4.3 数值验证

将超吸收边界条件代入差分格式,图 4 为相同条件下计算空间中某一时刻的电场分布图。波阵面保持圆形通过网格截断边界,边界伪反射得到明显改善,且没有引入新的误差,这显示出超吸收边界条件大大优于原吸收边界条件。

5 应用实例

本文中天线中心频率均取为 $f_0 = 100\text{ MHz}$ 。

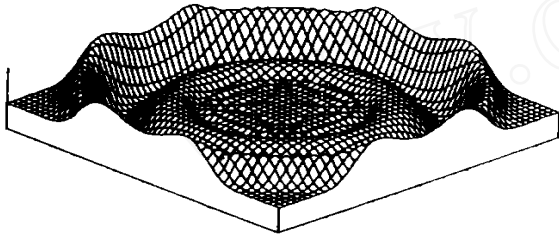


图 4 超吸收边界条件验证图

5.1 模型 1

模型 1 为地下水平界面上方存在一方形异常体的情况,其参数见图 5(a),异常体相对介电常数和电导率分别为 ϵ_2, σ_2 。激发源置于地表,考虑自激自收情况。图 5(b)为采用超吸收边界条件和理想频散关系时的合成雷达剖面。可以看出,水平和双曲型同相轴很好地反映了正演模型特征,在异常体绕射波下方存在曲率不同的同相轴轴,是水平和异常体之间的多次反射。剖面上没有边界反射波存在,没有因为计算空间的突然截断面影响场分布,也没有因为计算空间的离散而产生数值频散。可见,采用这两种技术的地质雷达正演结果能很好地反映高频电磁场在地下介质中的真实传播情况,正演精度得到明显改善。

5.2 模型 2

对于井下地质雷达勘探,图 6(a)为矿井地质雷达超前探测模型,设在巷道前方 6.7 m 处存在直立图 6(b)为其合成雷达剖面。由于巷道影响,直达波波形扭曲严重,巷道顶底附近各道波形扭曲更甚;断层反射波波列拉长,煤岩分界面附近反射波能量减弱,煤层中间道能量较强。符合高频电磁波在煤层中的传播规律,说明理想频散关系和超吸收边界条件适用于矿井地质雷达正演。

6 结论

1)理想频散关系即考虑了 FDTD 法的收敛性和稳定性,也考虑了 Yee 氏网格中高频电磁波的传播

特点,使非频散介质中电磁波各频率分量的相速度保持一致,克服了常规频散关系的不足。

2)超吸收边界用高精度的磁场分量来减小电场的误差,能够有效减小截断边界引起的伪反射,提高正演精度。

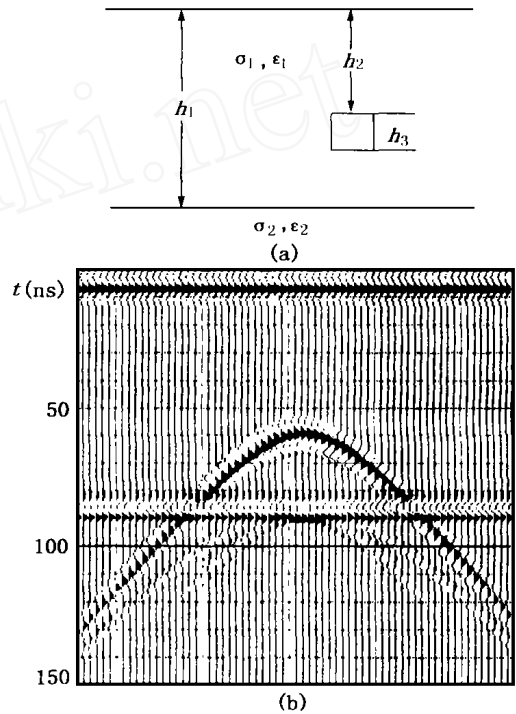


图 5 地面模型及其合成雷达剖面

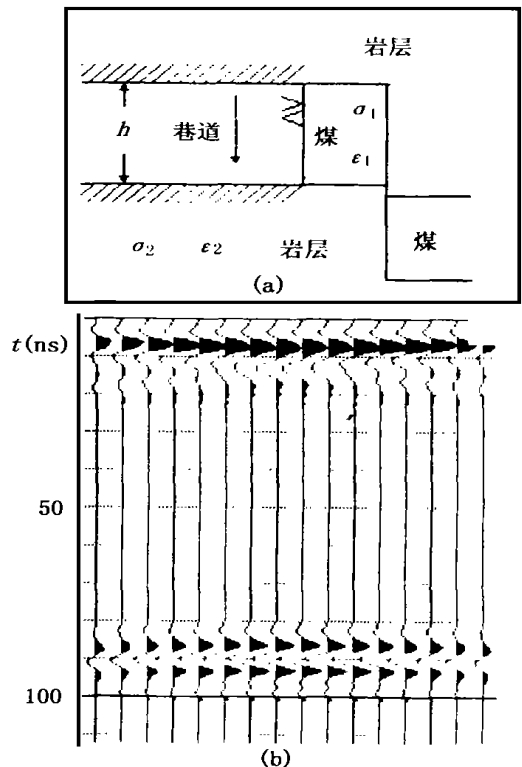


图 6 井下正演模型及其合成雷达剖面

3) 本文提出的超吸收边界条件仅适用于二维 TM 二阶吸收边界条件,但其原理可很方便地推广到三维情况或其他边界条件中去。

4) 这两种算法能够用于矿井地质雷达正演模拟。

[参考文献]

[1] 何兵寿.地质雷达的模拟计算与应用[D].中国矿业大学硕士

学位论文,1999.

[2] 何兵寿,等. FDID 法在地质雷达正演模拟中的应用[J]. 中国煤田地质,1999(4):81~83.

[3] K. S. Yee. Numerical solution of Initial Boundary Value problems Involving Maxwell's Equations in isotropic Media[J]. IEEE Trans. Antennas Propagate;1996(Ap - 14),302~307.

THE SUPPRESSION OF NUMERICAL DISPERSION AND IMPROVEMENT OF
ABSORBING BOUNDARY CONDITIONS IN FORWARD MODELING OF GPR

HE Bing - shou ,ZHANG Hui - xing

Abstract :A forward modeling technique called finite difference time domain method(FDID)of ground penetrating radar (GPR) is established by explicit second - order finite - difference approximations on Maxwell's equations.ideal stability condition and super absorbing boundary condition are proposed in the paper. Except stability and astringency of FDID,propagation characteristic of EM wave in Yee's grid is taken account in ideal stability condition,which can suppress numerical dispersion successfully And in super absorbing boundary condition magnetic field is used to increase the precision of electric field,which can decrease the pseudo reflection of truncating boundaries. Using the theories in forward modeling,a nicer result is abtained.

Key words :ground penetrating radar,forward modeling,FDID,ideal stability condition,super absorbing boundary condition



第一作者简介:

何兵寿(1973 年 -),男。1996 年毕业于中国矿业大学资源与环境科学学院,1999 年在中国矿业大学得获硕士学位,现在石油大学(北京)地球科学系攻读博士学位。

通讯地址:北京 昌平水库路 石油大学地球科学系博 99 邮政编码:102200

第四届国际非开挖技术研讨会回顾

由中国非开挖技术协会主办的第四届国际非开挖技术研讨会暨协会年会于 2000 年 4 月 25 日至 4 月 28 日在上海远洋宾馆召开。参加本次会议的代表达到 250 人,其中国内代表 200 多人、国外代表 30 多人,是历届会议中代表最多的一次,国内外参展公司也达到 23 家。这充分体现了我国非开挖技术的应用已步入新的发展期。会议代表来自全国各地从事非开挖工程,包括给排水、电力电讯、输气等管线工程领域和设备制造、教学、科研等单位。

国际非开挖技术协会主席 G. 费切尔博士、英国非开挖技术协会秘书长 I. 维克列奇、和日本非开挖技术协会技术委员长渡边隆博士和秘书长菅野等外宾出席了会议。中国非开挖技术协会主席颜纯文、中国工程院院士刘建航、上海市建委副主任钱达仁、上海市市政工程局前局长黄兴安和国家冶金地质局局长邢新田等领导和专家出席了会议并在开幕式上致词。建设部科技司副司长陈宜明、国土资源部国际合作与科技司和中国工程院院士刘广志也发来了贺电。

会议共发表论文和译稿 50 余篇,其中专题报告 3 篇,包括协会发表的《非开挖管线工程技术背景资料》、宋翔雁研究员的《国外定向钻进管线工程技术与设备的进展与趋势》和国际非开挖技术协会主席 G. 费切尔博士的《非开挖技术代表着未来》。

参展的 23 家厂商展出的产品涉及到非开挖技术的方方面面,包括水平定向钻进设备、微型隧道掘进(顶管)设备、跟踪导向仪、各类管道修复设备、仪器和材料,以及非开挖工程用管材等。美国威猛(Vermeer)公司、英国保路捷(PowerMole)公司还成功地进行了室外演示,给代表留下了深刻的印象。会议第三天,全体代表参观了位于上海郊区的美国神沟(Ditch Witch)公司的设备和位于浦东保税区的美国 Case 公司的设备。

中国非开挖技术协会理事会会议于会议的最后一天下午进行。会议听取了秘书长何宜章研究员就上年度工作总结和下年度工作计划的报告,并就新一轮理事人选进行了讨论。工作报告中还就成立地区分会、培训、吸收会员以及组织参加十月在澳大利亚佩斯举行的第十八届国际非开挖技术大会等内容进行了讨论。

(何宜章 供稿)