

58-62

利用岩层产状确定褶皱的几何函数

谢国源 杨新岳 李志纯
(中国科学院长沙大地构造研究所)

P542.2

A 经典的构造地质理论常以傅里叶级数对褶皱形态进行拟合, 并根据褶皱层面不同位置的坐标值来确定傅里叶系数, 进而用系数 b_3/b_1 比值来判别褶皱形状。现通过对褶皱层面产状的系统测定来求解傅里叶级数, 并提出了判别褶皱形状的切线比图解。

关键词 层面产状 褶皱函数 切线比图解

自 60 年代 Harbaugh^[1] 提出用傅里叶级数描述褶皱变形以来, 这一函数已成为褶皱,

尤其是对称型褶皱几何学研究的经典公式, 其变换方程为:

$$y = a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + a_3 \cos 3x + \dots + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + b_3 \sin 3x + \dots \quad (1)$$

曲线由称为傅里叶系数的不同 a_i 和 b_i 参数确定, 选取适当的坐标系, 使所有的 a_i 及偶

数号的 b_i 变为零, 得简化的傅里叶级数:

$$y = b_1 \sin x + b_3 \sin 3x + b_5 \sin 5x + \dots \quad (2)$$

这是一个迅速收敛的数列, 系数 b_i 越来越小, 只有前 3 个系数对描述波形有重要意义, 而且其中的第 3 个系数的值很小。前两个谐波组分的相互作用造成不同形态的褶皱, 主要波幅得自 b_1 , 同时受到 b_3 的轻微影响。 b_3

为正值时使褶皱转折端加宽, 并趋于形成箱状褶皱, 而 b_3 为负值时使褶皱翼变得陡而直, 并造成更象尖棱状的褶皱(图 1), 很显然, 当 b_3 为零时, 该褶皱为一标准的正弦函数形态。由于第 5 个谐波组分很小, 对褶皱几何

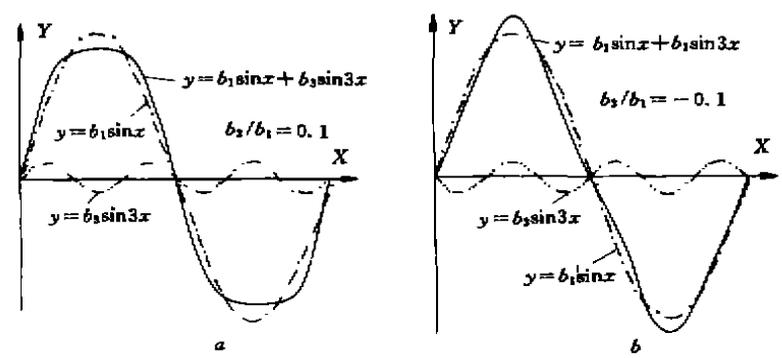


图 1 系数 b_3 对褶皱形状的影响

a 为正值使褶皱趋于箱状; b 为负值使褶皱趋于尖棱状

形态的影响甚微, 因此, Hudleston 提出过一个标绘褶皱形态的图解^[2]。该图解用 b_1 为横

本文受国家自然科学基金和国家三〇五“八五”重大科技攻关项目资助。
本文 1994 年 2 月收到, 于纯烈编辑。

坐标, b_3 为纵坐标, 以 b_3/b_1 的比值来确定褶皱的类型, 其中尖棱状为 -0.111, 正弦波状 0.000, 抛物线状 0.037, 半椭圆状 0.165 和箱状褶皱 0.333。

系数 b_i 的确定是通过 $1/4$ 波长内褶皱原始层面上若干个点的坐标值来求解, 通常是利用矩阵法, 根据 2~3 个点的坐标值来近似计算前两个或三个 b_i 系数值。这种方法对于分析地表露头上出露完整的小型褶皱是十分有效的。但对于具有相当剥蚀程度中型尺度

$$y = b_1 \sin x + b_3 \sin 3x \quad (3)$$

其坐标系的 X 轴代表着褶皱拐点的连线, 纵坐标 Y 轴则是经过某一拐点, 平行褶

的褶皱, 同一层面在 $1/4$ 波长内沿剖面往往只能找到一个观测点, 这显然给褶皱函数和类型的确定带来很大的困难。因此, 探索一种适合野外操作的褶皱变形几何学分析方法是十分有益的。

1 坐标系的确定

考虑到第 3 个谐波组分对褶皱几何形态的影响甚微, 这里将褶皱层面在横切面与 B 轴垂直的面上的函数定义为:

褶皱面并垂直于 X 轴的直线(图 2)。

这是一个以 2π 为波长、 b_1+b_3 为波幅的

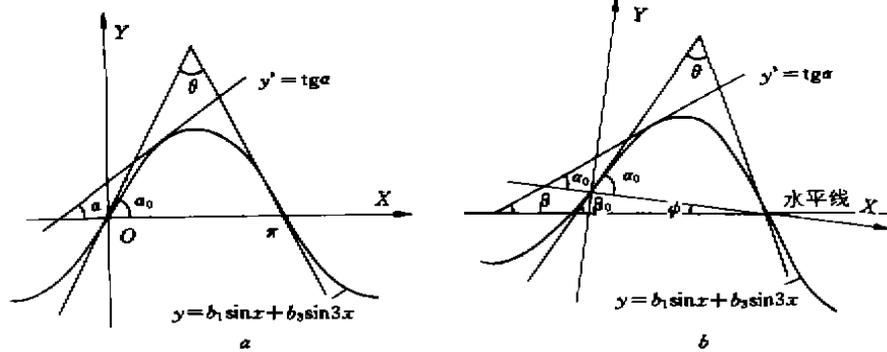


图 2 褶皱坐标系的确定

a 为 X 轴与水平线重合; b 为 X 轴与水平线斜交; θ —翼间角; ϕ — X 轴的侧伏角; α_0, β_0 —拐点的切线角和侧伏角; α, β —任意点的切线角和侧伏角

周期性函数, 因此, 将任意波长 L 、波幅为 A 的褶皱转换为以 2π 为波长的函数时, 存在如下关系式:

$$L \times d = 2\pi \quad (d \text{ 为转换系数}) \quad (4)$$

$$A \times d = 2\pi A/L = b_1 + b_3 \quad (5)$$

横切面的产状有赖于对褶皱 π 圆的优选统计, 而 π 圆图上所指示的两翼产状代表着褶皱拐点处的产状。当褶皱两翼倾角不一致时, 所确定的轴 X 并非处于水平线上。

严格地说, 只有对称的褶皱才适合用式 (3) 来进行拟合, 但这种褶皱在地壳中是很少见的。因此, 可以将轴面与两翼平分面基本重

$$y' = b_1 \cos x + 3b_3 \cos 3x \quad (6)$$

根据解析几何原理, 导数 y' 即为函数 y 的切线函数 $\text{tg}\alpha$, 其中 α 为 y 函数曲线上任意

合的褶皱视作为对称型褶皱。

2 褶皱函数与岩层产状的关系

由于褶皱函数在某点处的切线, 实际上是该点岩层产状在横截面上的侧伏线, 因而两者之间存在着函数关系。

对式 (3) 进行求导:

点之切线与 X 轴的夹角(图 2), 因此, 只要已知坐标系原点(函数的拐点)的切线角 α_0 和

1/4 波长内某一点的切线角 α , 即可求解系数 b_1, b_3 , 其公式为:

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = b_1 + 3b_3 \quad (x = 0) \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = b_1 \cos x + 3b_3 \cos 3x \quad (0 < x < \pi/2) \quad (8)$$

对于轴面倾角呈 90° 直立, B 轴倾角呈 0° 水平的褶皱(图 2a)。同一岩层上拐点和 1/4 波长内另一点的倾角即分别为 α_0 和 α 。代入 (7)、(8) 式即可求解该褶皱方程。

$$\alpha = \beta + \psi = \beta + (\alpha_0 - \beta_0) = \beta - \beta_0 + (180^\circ - \theta)/2 \quad (9)$$

褶皱拐点的 β_0 角在野外是很难测到的, 不过可以通过剖面上大量的产状数据在 π 圆图上进行优选。为反映褶皱的总体形态, 必须选择坐标为 $0 < x < \pi/2$ 区域内(点 $\pi/4$ 附近最好)一个力学性质相对稳定的标志层为对象, 用该点优选层面产状在横截面上的侧伏角 β , 结合其他已知参数来对该褶皱进行拟合。

然而, 地壳中多数褶皱的产状表现为斜歪型。在这种情况下, 切线角 α_0, α 和横截面上相应的侧伏角 β_0, β , 因 X 轴与水平线夹角 ψ 的存在, 而具以下几何关系(图 2b):

由此可知, 上述分析为褶皱方程的确定提供了一条可行的途径。

3 褶皱形状的切线比图解

将某褶皱曲线上任意点的切线斜率除以原点处的切线斜率定义为切线比函数 k 。那么, 用式(8)÷(7) 得:

$$k = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \alpha_0 = (b_1 \cos x + 3b_3 \cos 3x) / (b_1 + b_3) \quad (10)$$

由于每种褶皱形状都有其特征的 b_3/b_1 值, 因而它的 k 函数也是确定的。根据 Hudleston 对几种不同形状褶皱 b_3/b_1 值的定义(前述), 可以推导出其各自对应的 k 函数:

尖棱状: $b_3/b_1 = -0.111$

$$k = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \alpha_0 = (\cos x - 0.333 \cos 3x) / 0.667 \quad (11)$$

正弦状: $b_3/b_1 = 0.000$

$$k = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \alpha_0 = \cos x \quad (12)$$

抛物线状: $b_3/b_1 = 0.037$

$$k = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \alpha_0 = (\cos x + 0.111 \cos 3x) / 1.111 \quad (13)$$

半椭圆状: $b_3/b_1 = 0.165$

$$k = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \alpha_0 = (\cos x + 0.495 \cos 3x) / 1.495 \quad (14)$$

箱状: $b_3/b_1 = 0.333$

$$k = \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \alpha_0 = (\cos x + 0.999 \cos 3x) / 1.999 \quad (15)$$

为了便于野外迅速地对褶皱形状进行判别和检验, 笔者标绘了一个以 X 轴为横坐标、 K 轴为纵坐标的切线比图解(图 3), 图中

的 5 条曲线分别代表式(11)至(15)在区域 $0 \leq x \leq \pi/2$ 范围内的变化。

很显然, 大致接近于正弦状和抛物线状

的褶皱,其 k 值价于 0 与 1 之间;当 k 出现负值时,说明该褶皱形态向半椭圆状或箱状靠近;当 k 出现大于 1 的值时,反映其类型接近于尖棱状。在具有大量层面产状资料的情况下, π 圆图往往可以指示褶皱的大致形态,因此,当两种判别的信息不矛盾时,这时所拟合的褶皱函数是可信的。如果 π 圆图指示出一个箱状褶皱的极点分布,而 k 值却出现了大于 1 的切线比,说明观测点的产状受到了局部褶皱或断层的影响,这时则应另外选择观测点。

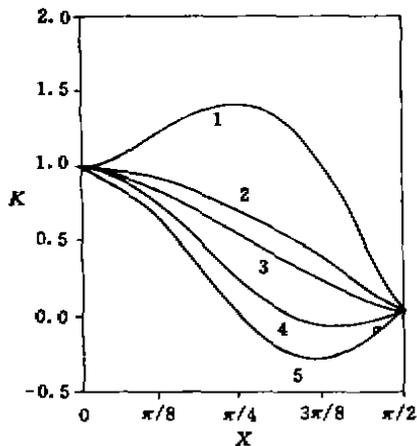


图3 褶皱的切线比图解

1—尖棱状褶皱;2—正弦状褶皱;3—抛物线状褶皱;4—半椭圆状褶皱;5—箱状褶皱

4 实例分析

已知一对称型褶皱轴向 153° ,两相邻转折端的水平距离为 120m,层面极点的投影较为规整(图 4a),各产状要素见图示。选择郁江组(D_2y_1)砂岩为标志层,测定点位于背斜南西翼,离该背斜转折端枢纽的水平距离为 30m,求解该褶皱砂岩层的函数。

解:根据赤平投影,知横截面上 X 轴的侧伏角为 $\psi = 2.5E$,选择背斜南西翼的拐点为原点,往北东方向为正,将波长换算为 2π ,则:

$$\text{波长 } L = 2 \times 120 \cos \psi = 239.8(\text{m})$$

坐标值转换系数 $d = 2\pi/L \doteq 0.008\pi$,可

知标志层测定点在 X 轴上的对应值为:

$$x = \pi/2 - 30 \times d = 0.25\pi = 45^\circ$$

因 $\alpha_0 = (180^\circ - \theta)/2 = 34^\circ$, $\beta_0 = 31.2^\circ W$, $\beta = 20^\circ W$ (图 4b),故标志层于观测点在横截面(π 圆)上的切线角为 $\alpha = \beta - \beta_0 + \alpha_0 = 22.8^\circ$

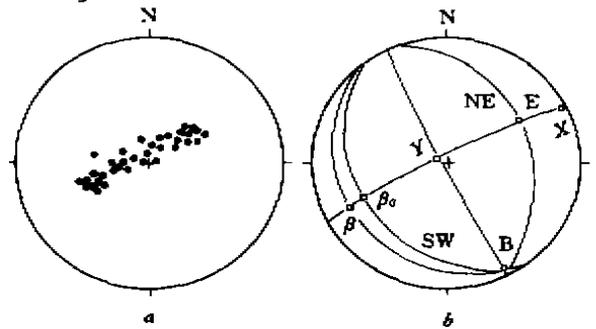


图4 广西新路一褶皱层面极点分布及产状要素 a 为 π 圆图(48点); b 为优选产状要素, π 圆弧 $333^\circ/84^\circ$,枢纽 $B153^\circ/6^\circ$,南西翼(SW) $234^\circ/32^\circ$, $\beta_0 31.2^\circ W$,标志面 $231^\circ/20^\circ$, $\beta 20^\circ W$,北东翼(NE) $72^\circ/37^\circ$,翼间角(θ) 112.8° , X 轴 $63^\circ/3^\circ$, $\phi 2.5^\circ E$,轴面 $243^\circ/87^\circ$

将 α_0 、 α 、 x 值分别代入(7)、(8)、(10)式,解得系数 $b_1 = 0.635$, $b_3 = 0.014$;比值 $k = 0.623$ 。因此,该褶皱为一波长为 239.8m、波幅 $A = (b_1 + b_3)/d = 24.87(\text{m})$ 的对称型构造,换算为 2π 波长下的函数为:

$$y = 0.635 \sin x + 0.014 \sin 3x$$

另将 k 值投入图 3,知该褶皱为一近似正弦状的褶皱,与层面极点的分布是不矛盾的。

5 讨论

傅里叶级数具有对称性和周期性的变化规律,但天然褶皱却没有这么绝对规整的变化。因此,在实际应用中,应当划分不同的褶皱域来作单独分析。地壳中分布着许多非对称型的褶皱,有些表现为轴面与两翼平分面的明显分离,有的则两翼不等长,对于这些褶皱,除非为明显的不协调性,相邻转折端之间的翼部可能仍然是以拐点为对称的,因而可以考虑用不同的坐标系分别对两翼进行拟合(图 5)。

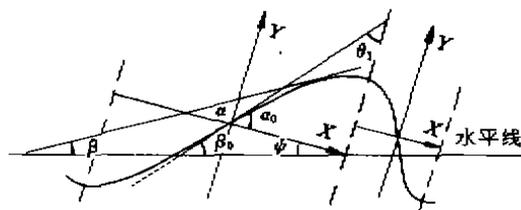


图5 非对称型褶皱坐标系的确定

θ_1 为褶皱翼在拐点处产状与轴面夹角,虚线为轴面,其他代号同图2

这时,式(9)仍是适用的,但 $\alpha_0 = 90^\circ - \theta_1$ 。

褶皱函数的拟合具有十分重要的意义。对于已知的褶皱方程,可以根据弧微分定义和辛普生求积法,借助于计算机求出研究区域褶皱的弧长(S),从而求得褶皱作用在水

平方向上的缩短总量:

$$D = \sum (S - L) \cos \psi \quad (16)$$

在找矿勘探应用中,通过对已知褶皱进行拟合,结合矿床(点)的分布规律等信息,可以对相邻第四系覆盖地区的成矿进行预测,并合理地布置勘探工程。

因此,本文所讨论的方法无疑为构造地质剖面的平衡恢复提供了一种新的手段,同时也具有找矿的应用价值。

参考文献

- 1 Harbaugh J W and Preston F W. Symp Comput Appl Miner Explor Tuscon Ariz, 1965, 1 R1~R46.
- 2 Hudleston, P J. Tectonophysics, 1973, 16, 1~46.

Fitting Fold Function from Layer Strike-dip Data

Xie Guoyuan, Yang Xinyue, Li Zhichun

Fourier series was used to fit a fold shape in traditional ideas of structural geology. Its coefficients are gotten according to several coordinate values of a fold layer. The ratio b_2/b_1 is used to distinguish the shape type of a fold. After discussing the relationship between the fourier series and the strike-dip of a folded layer, the authors give a new thinking for getting fourier coefficients and suggest a tangent ratio graph used to distinguish the shape type of a fold.

(上接第75页)

流体中沉淀富集成矿。同时,区域棋坪组少量成矿物质被岩浆加热建造水溶液携带向矿区迁移并在矿区发生弱程度富集。

参考文献

- 1 Boyle R W. The geochemistry of gold and its deposits. Canada Geological Survey, Bulletin, 11979.
- 2 Taylor SR, McLennan SM. The continental crust: its composition and evolution. Blackwell Scientific Publications, 1985.

- 3 Roser BP, Koksom KJ. Discrimination of tectonic setting of sandstone-mudstone suites using SiO_2 content and K_2O/Na_2O ratio. The Journal of Geology, 1986, 94(5), 635~650.
- 4 刘英俊等. 赣西北地体金分布及其成矿地球化学研究. 地质找矿论丛, 1992, (4), 1~11.
- 5 柳德荣等. 江南古陆中段中元古界地层中金成矿地球化学特征. 中南工业大学学报增刊, 1993.

Geology and Geochemistry of Baishu Gold Deposit in Tonggu, Jiangxi

Liu Derong, Xie Guozhu

The metallogenic material mainly came from deeper magma in Boshu deposit. The metallogenic element association of deposit was obviously different from that of surrounding rock, mid-proterozoic Juling group. Metallogenic sulfur came from deeper magma. Metallogenic solution was magmatic hydrothermal solution of high temperature and rich in K^+ , Na^+ , HCO_3^- , Cl^- , the deposit was formed under the circumstance of low pressure, weak alkalinity and reduction.