

褶皱构造产状的测算及其在 区域应变场研究和矿床勘探中的应用

林银山

(华东地质学院·杭州)

介绍一组用矢量代数方法计算褶皱构造产状的数学公式, 并列举这些公式在区域应变场研究和矿床勘探等方面的实际应用。

关键词: 褶皱构造; 枢纽; 轴面; 主应力轴; 埋藏深度; 单剪应变



工作方法

对褶皱构造产状测定和形态的研究, 不仅可概略地了解某地区构造变形的性质特点、应力作用方式、方向和强度, 而且对寻找和勘查与褶皱构造有关的矿体, 了解矿体的形态、产状和规模都有一定的实际意义。

褶皱构造产状有时可在野外直接测量, 如对露头良好并能从不同方向剖面观察和建立立体形态的小型褶皱测量是精确可靠的。但对大多数褶皱来说, 野外直接观察测量总会受到各种自然条件的限制, 如地面的起伏效应或不同方向和位置自然剖面的影响, 褶皱的真实形态常被严重歪曲, 无法直接测量其精确的产状, 这时就需通过对零星露头或局部剖面上的岩层产状进行系统测量, 经室内整理, 采用几何图解、赤平投影或数学计算等方法, 来确定褶皱构造的产状和几何类型。在数学计算方法上, 笔者运用矢量代数理论, 推导并简化出一组求褶皱构造产状的计算公式, 其对分析区域应变状态和探明与褶皱构造有关的矿体形态、产状和埋藏深度

都有一定的实用性。该组公式较简单, 不仅适用于微机运算, 也适于计算器和手工计算。

褶皱构造产状几何关系

分析和公式推导

取用 x 轴的正向指北, y 轴正向指东, z 轴正向铅直向下的空间右手直角坐标系。设某一构造线的产状为 φ/θ , 则其方向单位矢量的坐标表达式为:

$$\vec{n} = \cos\theta \cos\varphi \vec{x} + \cos\theta \sin\varphi \vec{y} + \sin\theta \vec{z}$$

若某一构造线方向矢量 (不一定是单位矢量) 坐标表达式为:

$$\vec{m} = A\vec{x} + B\vec{y} + C\vec{z}$$

那么该构造线的产状 φ/θ 为:

$$\text{倾伏角 } \theta = \arcsin\left(\frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}\right)$$

$$\text{倾伏向 } \varphi = \arctg\left(\frac{B}{A}\right)$$

根据式中 A 、 B 的正负确定构造线所在的卦限, 并以此决定倾伏向是否要加 180° [1]。

由于岩层面法线倾伏向是岩层面倾向的反方向,而法线倾伏角与岩层面倾角互为余角,为推导方便取褶皱两翼岩层面法线的产状来代替两翼产状,待公式推导后再把法线产状换算为岩层面产状。

计算条件选择远离褶皱转折端处的两翼岩层产状。

1. 褶皱两翼夹角(顶角)

根据两翼产状的不同倾向可采用两翼法线的夹角(褶皱倒转时)或用 180° 减去两翼法线的夹角(图1)。两翼法线的夹角可用两矢量的夹角余弦公式获得,即:

$$\cos \alpha = A_1 A_2 + B_1 B_2 + C_1 C_2$$

式中, A , B 和 C 分别为矢量在 x , y 和 z 轴上的投影。

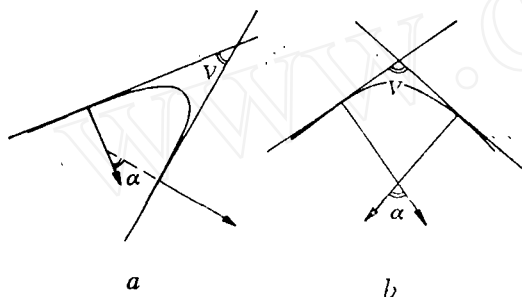


图1 褶皱两翼夹角与两翼法线夹角的关系示意图(正交剖面)
 $a-V=\alpha$, $b-V=180^\circ-\alpha$

2. 褶皱枢纽方向

褶皱枢纽是两翼褶皱面的交线(有时也用任意两个产状不同的褶皱面的交线,即褶皱轴来代替),也即为两翼法线的共垂线。而两矢量的矢量积构成的新矢量与两原矢量垂直,与两原矢量法平面的交线平行,所以取两翼法线单位矢量的矢量积所构成的新矢量方向代表枢纽的方向:

$$\vec{m} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$$

3. 褶皱轴面法线方向

褶皱轴面法线存在于两翼法线所构成的平面中,其方向是两翼法线单位矢量的相加

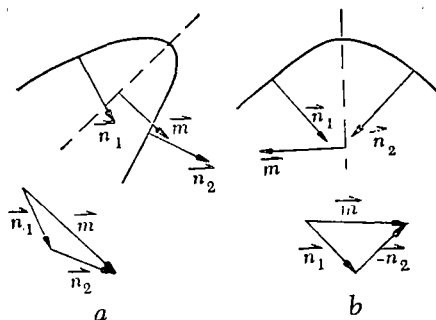


图2 褶皱轴面法线矢量 $\vec{m}$ 与两翼法线单位矢量 $\vec{n}_1$, $\vec{n}_2$ 关系示意图(正交剖面)
 $a-\vec{m}=\vec{n}_1+\vec{n}_2$, $b-\vec{m}=\vec{n}_1-\vec{n}_2$

或相减的方向(图2):

$$\vec{m} = \vec{n}_1 \pm \vec{n}_2$$

4. 褶皱形成时的3个主应力轴方位

若把褶皱做为1个整体来研究,即有:

(1) 中间应力轴(δ_2)的方向即为褶皱枢纽的方向;

(2) 主压应力轴(δ_1)的方向即为褶皱轴面法线的方向;

(3) 主张应力轴(δ_3)存在于褶皱轴面上,而与枢纽成 90° 夹角,亦即是褶皱两翼法线矢量的相减或相加的方向上,可取 $\vec{m} = \vec{n}_1 \mp \vec{n}_2$ 的方向代表(图3)。

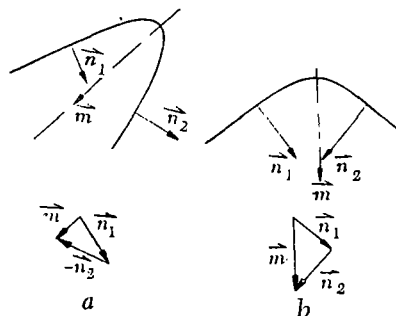


图3 褶皱正交剖面示意图
(δ_3 的作用方向平行该剖面的轴迹)
 $a-\vec{m}=\vec{n}_1-\vec{n}_2$, $b-\vec{m}=\vec{n}_1+\vec{n}_2$

计算公式

设褶皱两翼岩层产状为 $F_1 \angle S_1, F_2 \angle S_2$ ($S_2 \geq S_1$), 对应的法线产状为 $\varphi_1 \angle \theta_1$,

$\varphi_2 \angle \theta_2$, 两法线单位矢量坐标表达式为:

$$\begin{aligned}\vec{n}_1 &= \cos\theta_1 \cos\varphi_1 \vec{x} + \cos\theta_1 \sin\varphi_1 \vec{y} \\ &\quad + \sin\theta_1 \vec{z} \\ \vec{n}_2 &= \cos\theta_2 \cos\varphi_2 \vec{x} + \cos\theta_2 \sin\varphi_2 \vec{y} \\ &\quad + \sin\theta_2 \vec{z}\end{aligned}$$

1. 求顶角(V)

根据褶皱几何关系分析和计算原理有两法线矢量的夹角余弦:

$$\begin{aligned}\cos\alpha &= \sin\theta_1 \sin\theta_2 \\ &\quad + \cos\theta_1 \cos\theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)\end{aligned}$$

由于野外测量的数据常是层面产状, 为使用上方便, 把公式中的法线产状换成岩层面产状(下同), 并令 $V' = \cos\alpha$, 则有:

$$\begin{aligned}V' &= \cos(S_1) \cos(S_2) + \\ &\quad \sin(S_1) \sin(S_2) \cos(F_1 - F_2)\end{aligned} \quad (1)$$

褶皱的顶角

$$V = \begin{cases} \arccos(V') \\ \text{当 } \cos(F_1 - F_2) \geq 0 \text{ (褶皱倒转时)} \\ 180^\circ - \arccos(V') \\ \text{当 } \cos(F_1 - F_2) < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (2)$$

2. 求褶皱枢纽产状($F_S \angle S_S$)

$$\begin{aligned}S'_S &= \arcsin \left[\frac{-\sin(S_1) \sin(S_2) \sin(F_1 - F_2)}{\sin(V)} \right] \\ S_S &= |S'_S|\end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}F'_S &= F_2 - \arccos \left[\frac{\operatorname{tg}(S'_S)}{\operatorname{tg}(S_2)} \right] \\ F_S &= \begin{cases} F'_S & \text{当 } S'_S \geq 0 \text{ 时} \\ F'_S + 180^\circ & \text{当 } S'_S < 0 \text{ 时} \end{cases}\end{aligned} \quad (4)$$

3. 求轴面产状($F_Z \angle S_Z$)

$$S_Z = \arccos \left[\frac{\cos(S_1) \pm \cos(S_2)}{\sqrt{2(1 \pm V')}} \right] \quad (5)$$

$$F_Z = F'_S \pm \arccos \left[\frac{\operatorname{tg}(S'_S)}{\operatorname{tg}(S_Z)} \right] \quad (6)$$

4. 求枢纽在轴面上的侧伏向(L)和侧伏角(K)

$$K = \arcsin \left[\frac{\sin(S_S)}{\sin(S_Z)} \right] \quad (7)$$

$$L = \begin{cases} F_Z - 90^\circ & \text{当 } \sin(F_Z - F_S) \geq 0 \text{ 时} \\ F_Z + 90^\circ & \text{当 } \sin(F_Z - F_S) < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (8)$$

5. 求褶皱形成时的3个主应力轴方位

(1) 主压应力轴(δ_1)的方位

$$\begin{aligned}\text{倾伏向 } P_1 &= F_Z - 180^\circ; \text{ 倾伏角 } Q_1 = \\ &90^\circ - S_Z\end{aligned} \quad (9)$$

(2) 中间应力轴(δ_2)的方位

$$\text{倾伏向 } P_2 = F_S; \text{ 倾伏角 } Q_2 = S_S \quad (10)$$

(3) 主张应力轴(δ_3)的方位

$$\text{倾伏向 } Q_3 = \arcsin \left[\frac{\cos(S_1) \mp \cos(S_2)}{\sqrt{2(1 \mp V')}} \right]$$

$$\text{或 } Q_3 = \arcsin[\sin(S_Z) \cos(K)] \quad (11)$$

倾伏向 $P_3 =$

$$F'_S \pm \arccos[-\operatorname{tg}(S'_S) \operatorname{tg}(Q_3)] \quad (12)$$

(S'_S 和 Q_3 中任何1个等于 90° 时, P_3 等于 F'_S)

计算实例

1. 某复式向斜的次级褶皱产状变化规律明显, 表1是选自复式向斜两翼的两个次级背斜的原始数据。为研究复式向斜的形态特征和分析其应变状态, 室内整理时需要确定如下定量数据, 见表2。

当褶皱的轴面倾斜、枢纽倾伏时, 形成褶皱时的主压应力轴(δ_1)是倾斜的, 将在沿褶皱正交剖面上分解为剪切力偶, 力偶剪切方向偏离主压应力轴的倾伏向。上水平剪

①求倾(伏)向时, 若结果小于 0° , 则加 360° ; 若结果大于 360° , 则减 360° , 下同。

②当分母是 $\operatorname{tg}(90^\circ)$ 时, 可把分子式当做零来计算, 下同。

③公式中若有两种运算符号时, 当 $\cos(F_1 - F_2) \geq 0$, 即褶皱为倒转时, 取上面的运算符号; 当 $\cos(F_1 - F_2) < 0$, 即褶皱为正常时取下面的运算符号, 下同。

次级褶皱原始数据 表 1

褶皱编号	两翼产状				$\cos(F_1 - F_2)$	构造部位
	F_1	S_1	F_2	S_2		
1号褶皱	105°	24°	123°	79°	> 0	复式向斜南东翼
8号褶皱	304°	28°	133°	84°	< 0	复式向斜北西翼

计算结果 表 2

计算内容及公式		1 号 褶 皱	8 号 褶 皱
褶皱顶角 V (用公式 1, 2)		$V' = 0.5540$ $V = 56.36^\circ$	$V' = -0.368858$ $V = 68.35^\circ$
褶皱枢纽产状 $F_s \angle S_s$ (用公式 3, 4)		$S_s = S'_s = 8.52^\circ$ $F_s = F'_s = 34.67^\circ$	$S'_s = -4.51^\circ$ $S_s = 4.51^\circ$ $F'_s = 42.52^\circ$ $F_s = 222.52^\circ$
褶皱轴面产状 $F_z \angle S_z$ (用公式 5, 6)		$S_z = 51.21^\circ$ $F_z = 117.75^\circ$	$S_z = 61.94^\circ$ $F_z = 310.11^\circ$
枢纽在轴面上的侧伏角 K 和侧伏向 L (用公式 7, 8)		$K = 10.96^\circ$ $L = 27.75^\circ$	$K = 5.11^\circ$ $L = 220.11^\circ$
褶皱形成时的 方位 P/Q 主应力轴	δ_1 (用公式 9)	$Q_1 = 38.79^\circ$ $P_1 = 297.75^\circ$	$Q_2 = 28.06^\circ$ $P_2 = 130.11^\circ$
	δ_2 (用公式 10)	$Q_2 = 8.52^\circ$ $P_2 = 34.67^\circ$	$Q_2 = 4.51^\circ$ $P_2 = 222.52$
	δ_3 (用公式 11, 12)	$Q_3 = 49.93^\circ$ $P_3 = 134.93^\circ$	$Q_3 = 61.51^\circ$ $P_3 = 320.88^\circ$
δ_1 分解在褶皱正交剖面上水平剪切力偶的方向 T (用公式 13)		$T = 304.67^\circ$	$T = 132.52^\circ$
δ_1 的水平剪切分量 δ'_1 (用公式 14)		$\delta'_1 = 0.773769\delta_1$	$\delta'_1 = 0.881675\delta_1$

切力矩的方向为:

$$T = F'_s \mp 90^\circ \quad (13)$$

其数值为:

$$\delta'_1 = \cos Q_1 \cos(P_1 - T) \delta_1 \quad (14)$$

下水平剪切力矩的大小与上水平剪切力矩相等, 方向相反 (图 4)。实例见表 2 中的 6、7 项。

从以上位于复式向斜两翼的两个次级褶皱产状的测算结果发现, 轴面向外撒开倾斜, 枢纽倾伏方向相反。通过分析和计算主压应力分解在褶皱正交剖面上的力偶其水平剪切方向和主应力值分解在该方向上的分量

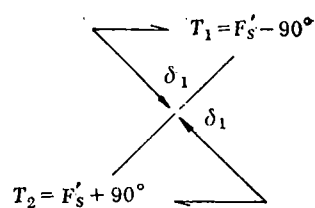


图 4 主压应力 (δ_1) 分解在正交剖面上的力偶示意图

T_1 —上水平剪切力矩; T_2 —下水平剪切力矩

可见, 形成复式向斜时, 两侧局部构造应力的作用方式除以挤压为主外, 还兼有剖面和平面的左行剪切^①, 而且通过对复式向斜中所有次级褶皱产状的测算, 在复式向斜的中心部位次级褶皱近似直立水平褶皱, 从复式向斜的两侧向复式向斜的核部观察, 次级褶皱产状具有明显的变化规律: 远离复式向斜核部的南东侧次级褶皱的枢纽向北东倾伏, 轴面向南东倾斜, 北西侧枢纽向南西倾伏, 轴面向北西倾斜。而且越靠近复式向斜核部枢纽倾伏角越小, 直至水平, 轴面倾角越大, 直至近直立, 求出的主压应力轴方位越趋水平, δ_1 的方向与其分解在正交剖面上的力偶剪切方向的偏离角度越小, 剪切分量越接近 δ_1 值, 以上的变化规律表明, 在复式向斜形成的递进变形过程中, 随着复式向斜的形成, 边界条件逐渐发生变化, 从而导致应变状态从初始的纯剪到后来的纯剪加单剪, 空间上复式向斜核部保持纯剪应变, 两侧向外, 应变状态由纯剪→纯剪加单剪→单剪应变。

2. 湖南某钨矿经初步勘查, 有 4 层矿体叠瓦状产于背斜鞍部的虚脱部位^[2], 经地表观察, 测量到背斜两翼产状 $347^\circ \angle 24^\circ$ 和 $115^\circ \angle 73^\circ$ 。为进一步查明矿体的延伸和形态, 在选择勘探线方向和布设钻孔时, 需要预测矿体向深部的延展方向和见矿深度。

(1) 求中间系数 V' 及背斜顶角 V

根据公式 (1), (2) 有:

① 观察剖面剪切时, 观察者面向枢纽倾伏向。

$$V' = \cos(24^\circ)\cos(73^\circ) + \sin(24^\circ)\sin(73^\circ)\cos(347^\circ - 115^\circ) = 0.0276$$

$$V = 180^\circ - \arccos(0.0276) = 91.58^\circ$$

(2) 求矿体向深部的延伸方向 (枢纽方向)

根据公式 (3), (4) 得

$$S_s = \arcsin$$

$$\left[\frac{-\sin(24^\circ)\sin(73^\circ)\sin(347^\circ - 115^\circ)}{\sin(91.58^\circ)} \right]$$

$$= 17.86^\circ$$

$$F_s = 347^\circ + \arccos \left[\frac{\lg(17.86^\circ)}{\lg(24^\circ)} \right]$$

$$= 30.64$$

(3) 选择勘探线方向和预测见矿深度
根据以上计算结果, 选择矿体的倾伏方向 30.64° 的方向为勘探线基线, 各位置的见矿深度

$$H = D \cdot \lg(S_i) \cos(F_i - E) + h + J \quad (15)$$

式中, h 为已知钻孔的见矿深度, 对矿体自然露头点 h 为 0; J 为设计钻孔和已知钻孔的高程差; D 为已知见矿钻孔 (点) 到设计钻孔之间的水平距离; E 为连接已知见矿钻孔 (点) 和设计钻孔的方向; F_i 、 S_i 为褶皱某一翼的产状, 下标 i 视设计钻孔位于褶皱的哪一翼而定。

设某已知钻孔见矿深度为 130m, 从已知钻孔到设计钻孔的方位为 31° , 水平距离为 150m, 高程差为 0m, 利用公式 (15) 求得

$$H = 50 \times \lg(73^\circ) \cos(115^\circ - 31^\circ) + 130 + 0 = 147.09(\text{m})$$

由于该方向约为鞍状矿体的倾伏方向, 也可

用另一翼的产状求取

$$H = 50 \times \lg(24^\circ) \cos(347^\circ - 31^\circ) + 130 + 0 = 146.01(\text{m})$$

若改 $E = 30.64^\circ$ 即为精确的矿体的倾伏方向, 则根据两翼产状求得的见矿深度为 146.11m 和 146.07m, 误差仅为 0.027%。

公式 (15) 也适用于产状稳定的单斜层状矿体的见矿深度预测, 如某赤铁矿层的产状 $87^\circ \angle 5.04^\circ$, 已知钻孔 ZK5 开孔高程为 150m, 见矿深度为 80m, 在设计钻孔 ZK9 时要预测其见矿深度 (ZK9 的地表高程为 220m, $\overrightarrow{ZK5ZK9}$ 的方位为 133.25° , 水平距离为 1340m) [3]。

根据已知条件 $D = 1340\text{m}$, $S_i = 5.04^\circ$, $F_i = 87^\circ$, $E = 133.25^\circ$, $h = 80\text{m}$, $J = 220 - 150 = 70\text{m}$, 用公式 (15) 求得 ZK9 的见矿深度为:

$$H = 1340 \times \lg(5.04^\circ) \cos(87^\circ - 133.25^\circ) + 80 + 70 = 231.72(\text{m})$$

上述两个实例可表明, 研究与褶皱构造有关的地质问题时, 详细观察褶皱形态和精确测算褶皱产状是一项不可忽视的基础工作, 而数学计算方法比较简便, 只要拥有一台计算器或带有三角函数表, 在野外也能够计算。如果将求褶皱产状的有关公式, 根据需要编写电算程序, 利用计算机进行运算, 将可大大地提高精度和速度。

参 考 文 献

- [1] 林银山, 地质与勘探, 1987 年, 第 7 期。
- [2] 陈国达, 《成矿构造研究法》, 地质出版社, 1978 年。
- [3] 徐开礼、朱志澄, 《构造地质学》(附本), 地质出版社, 1989 年。

Calculation of Occurrence Mode of Fold Structures and Its Application in Regional Strain Field Investigation and Mineral Exploration

Lin Yinshan

A set of mathematical formulas are derived by using vector algebra method for determining the mode of occurrence of fold structure. Examples are cited to illustrate the practical application of these formulas in regional strain field investigation and mineral exploration.