

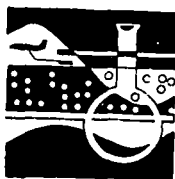
层状大地有限长接地导线频域电磁响应的快速计算方法

王 军 王庆乙

(中国有色金属工业总公司北京矿产地质研究所)

利用层状介质情况下地表水平电偶极子的电磁位基本公式,本文直接导出有限长接地导线频域EM响应的解析表达式。为充分利用Hankel变换的相关特性,文中采用Anderson自适应数字线性滤波器和 Gauss-Legendre 积分法进行计算。由此设计出的计算机程序具有快速、准确、灵活等特点为我国可控源电磁测深法的理论研究和数据解释 提供了一个有效的工具。

关键词: 有限长导线; 快速计算; EM测深



物探与化探

可控源音频大地电磁测深法(CSAMT), 通常采用1~3km的接地导线向地下供入大功率交变电流, 并要求在远区进行观测。但在实际工作中, 远区条件未能满足, 致使测深曲线出现畸变。为解决这一问题, Yamashita、铃木、Bartel 和 佐佐木等人, 分别提出几种近场校正方法, 力图将实测曲线转化为MT曲线^[1]。但实践证明, 这些方法只能在一定程度上削弱场源效应, 当解释深部信息时, 尤其在多层介质情况下, 其结果往往不可靠, 甚至导致错误结论。

Zonge公司和Phoenix 公司曾相继推出商业软件, 国内有些单位引进其执行程序, 但在使用过程中发现, 在计算方法上二者均存在一些值得商榷的问题。

本文以层状介质情况下地表水平谐变电偶极子的电磁位公式为基础, 直接导出数值计算稳定性较好的有限长导线电磁响应表达

式, 并提出一种快速算法, 可同时计算地表EM场5个分量, 以及CSAMT法矢量测量时不同方式的4组视电阻率与视相位值, 且观测点的位置与个数可随意选取, 因而具有较好的灵活性; 在IBM386微机上计算上述全部数据(1个测点, 16个频率), 仅需35秒左右; 从而为我国可控源电磁测深法的理论研究和数据解释提供了一个快速有效的工具。

理论公式的推导

电磁系统如图1所示。有限长导线AB可看作由多个水平电偶极子组成。根据叠加原理, 其电磁场可由极矩为 Idx 的电偶极子场积分得到。

据Kaufmann, A.A.等^[2], 层状大地上水平电偶源 Idx 在地表所产生的电磁位及其偏导数为:

• 本项目得到国家自然科学基金资助。

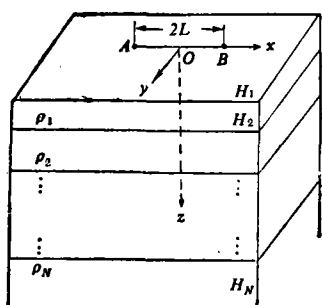


图 1 电磁系统图

$$A_z = \frac{I dx}{2\pi} \int_0^\infty \frac{m}{m + n_1/R^*} J_0(mr) dm \quad (1)$$

$$A_z = -\frac{I dx}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{m}{m + n_1/R^*} \cdot \frac{n_1}{R^*} J_0(mr) dm \quad (2)$$

$$u = -\frac{\rho_1 I dx}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \int_0^\infty \frac{1}{m} \left(\frac{n_1}{R} + \frac{i\omega\mu_0}{\rho_1} \cdot \frac{1}{m + n_1/R^*} \right) J_0(mr) dm \quad (3)$$

$$\frac{\partial A_z}{\partial z} = -\frac{I dx}{2\pi} \int_0^\infty \frac{m}{m + n_1/R^*} \cdot \frac{n_1}{R^*} J_0(mr) dm \quad (4)$$

为便于后面计算，我们对 (2)、(3) 式中的偏导数暂不展开，这时地表的电偶极子场为：

$$\begin{aligned} E_z &= i\omega\mu_0 A_z - \frac{\partial u}{\partial x} \\ &= \frac{I dx}{2\pi} \cdot i\omega\mu_0 \int_0^\infty \frac{m}{m + n_1/R^*} J_0(mr) \\ &\quad \cdot dm - \frac{\rho_1 I dx}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \\ &\quad \left[\frac{x}{r} \int_0^\infty \left(\frac{n_1}{R} + \frac{i\omega\mu_0}{\rho_1} \cdot \frac{1}{m + n_1/R^*} \right) \right. \end{aligned}$$

$$\left. \cdot J_1(mr) dm \right] \quad (5)$$

$$\begin{aligned} E_y &= -\frac{\partial u}{\partial y} \\ &= -\frac{\rho_1 I dx}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{y}{r} \int_0^\infty \left(\frac{n_1}{R} + \frac{i\omega\mu_0}{\rho_1} \cdot \frac{1}{m + n_1/R^*} \right) J_1(mr) dm \right] \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_z &= \frac{\partial A_z}{\partial y} \\ &= \frac{I dx}{2\pi} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{y}{r} \cdot \int_0^\infty \frac{m}{m + n_1/R^*} \cdot J_1(mr) dm \right] \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_y &= \frac{\partial A_z}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \\ &= -\frac{I dx}{2\pi} \left\{ \int_0^\infty \frac{m}{m + n_1/R^*} J_0(mr) dm - \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{x}{r} \cdot \int_0^\infty \frac{m}{m + n_1/R^*} \cdot J_1(mr) dm \right] \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_z &= -\frac{\partial A_z}{\partial y} \\ &= \frac{I dx}{2\pi} \cdot \frac{y}{r} \int_0^\infty \frac{m^2}{m + n_1/R^*} \cdot J_1(mr) dm \quad (9) \end{aligned}$$

若记

$$\begin{aligned} C_1 &= n_1/R, \\ C_2 &= n_1/R^*, \\ C_3 &= \frac{1}{m + C_2}, \\ C_4 &= mC_3, \\ C_5 &= m(1 - C_4), \end{aligned}$$

和

$$C_6 = m - C_5 \quad (10)$$

且将其相应的Hankel变换记作:

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_0^{\infty} C_1 J_1(mr) dm \\ A_2 &= \int_0^{\infty} C_3 J_1(mr) dm \\ A_3 &= \int_0^{\infty} C_4 J_0(mr) dm \\ A_4 &= \int_0^{\infty} C_4 J_1(mr) dm \quad (3) \\ A_5 &= \int_0^{\infty} C_5 J_0(mr) dm \\ A_6 &= \int_0^{\infty} C_6 J_1(mr) dm \end{aligned}$$

再对式(5)~(9)在区间 $[-L, +L]$ 上分别积分,并注意如下变换: $dx \rightarrow dx'$,
 $\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow -\frac{\partial}{\partial x'}$,即得层状大地上有限长接地导线在地表所产生的电磁场表达式:

$$E_x = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{x}{r} \left(A_1 + \frac{i\omega\mu_0}{\rho_1} A_2 \right) \right]_{-L}^{+L} + \frac{I}{2\pi} \cdot i\omega\mu_0 \int_{-L}^{+L} A_3 dx \quad (12)$$

$$E_y = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{y}{r} \left(A_1 + \frac{i\omega\mu_0}{\rho_1} A_2 \right) \right]_{-L}^{+L} \quad (13)$$

$$H_x = -\frac{I}{2\pi} \left[\frac{y}{r} A_4 \right]_{-L}^{+L} \quad (14)$$

$$H_y = -\frac{I}{2\pi} \left[\left(\frac{x}{r} A_4 \right)_{-L}^{+L} - \int_0^{\infty} A_5 dx \right] \quad (15)$$

$$H_z = \frac{I}{2\pi} \int_{-L}^{+L} \left(\frac{y}{r} A_6 \right) dx \quad (16)$$

上述诸式中, R 和 R^* 分别为地电参数的电性和磁性传输函数,具体表达式详见文献[2]。

计算方法

1. Hankel变换的自适应数字线性滤波法

式(11)所表示的0阶或1阶Hankel变换是本文计算的关键。目前在地球物理文献

中,Hankel变换传统的数值积分法已逐渐为速度快而精度高的数字线性滤波法所替代。陈乐寿^[3]、殷长春^[4]等,为计算电偶极子的电磁场曾分别设计出一套滤波器,并取得了较好的计算效果。我们在这里为了充分利用当前问题中Hankel变换的相关特性,采用Anderson, W.L.^[5]的自适应数字线性滤波器(Adaptive Digital Linear Filter)。

由(10)式可以看出,核函数 C_j ($j=1, 2, \dots, 6$)之间具有简单的线性关系,Anderson将这类函数的Hankel变换称作相关Hankel变换,并采用零点相对偏移技术,先设计出0阶滤波器,然后对其横坐标进行内插,由此得到1阶滤波器,从而使两个滤波器具有如下特点:

(1)横坐标相同,且分布在较长的区间上(共283个滤波因子):适应面较宽,可根据核函数的特征和计算精度的要求,有选择地确定滤波器的长短。

(2)特别适用于相关Hankel变换:第一次调用滤波器(无论0阶还是1阶)时,所求得的核函数值均被存贮起来,再次调用时,核函数只需由上次求得的相应核函数值作一次简单的代数运算即可直接得到,因而可以大大节约计算时间。

为加快核函数的收敛速度和提高计算精度,我们将式(10)中的部分核函数作如下变换:

$$\begin{aligned} C'_1 &= C_1 - m \\ C'_5 &= C_5 - mn_1 / (m + n_1) \\ C'_6 &= C_6 - m^2 / (m + n_1) = -C'_5 \quad (17) \end{aligned}$$

并考虑下述特殊Hankel变换:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} m J_1(mr) dm &= \frac{1}{r^2} \\ \int_0^{\infty} \frac{mn_1}{m+n_1} J_0(mr) dm \\ &= \frac{1}{r^2} \{ S \cdot [I_1(S) K_0(S) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -I_0(S)K_1(S)] + 2I_1(S)K_1(S)\}, \\
S &= \frac{i}{2}k_1r \\
& \int_0^\infty \frac{m^2}{m+n_1} J_1(mr) dm \\
&= \frac{1}{k_1^2 r^4} [3 - (3 - 3ik_1r - k_1^2 r^2) e^{ik_1r}]
\end{aligned} \quad (18)$$

其中 k_1 为第一层介质的波数, I_j , K_j ($j=0, 1$) 分别为第一类和第二类变型Bessel函数。于是

$$\begin{aligned}
A_1 &= \int_0^\infty C'_1 J_1(mr) dm + \frac{1}{r^2} \\
A_5 &= \int_0^\infty C'_5 J_0(mr) dm \\
&+ \frac{1}{r^2} \{ S \cdot [I_1(S)K_0(S) \\
&- I_0(S)K_1(S)] \\
&+ 2I_1(S)K_1(S) \} \\
A_6 &= \int_0^\infty C'_6 J_1(mr) dm \\
&+ \frac{1}{k_1^2 r^4} [3 - (3 - 3ik_1r \\
&- k_1^2 r^2) e^{ik_1r}]
\end{aligned} \quad (19)$$

2. Gauss-Legendre积分法

对式(12)~(15)中的定积分, 我们采用文献[6]所给出的 Gauss-Legendre 积分法来计算。其中, 采样点的横坐标 x_i 为 Legendre多项式 $PN(x)$ 的零点, 权系数 W_i 采用下式计算:

$$W_i = \frac{2}{(1-x_i^2) \cdot [PN'(x_i)]^2} \quad (20)$$

其中 $PN'(x)$ 表示 $PN(x)$ 的1阶导数。

按文献[7], 当收发距 r 与导线长度 $2L$ 的比值大于5时, 导线可视作电偶极子。因此, 我们将由下式来确定采样点数 N :

$$N = \text{INT}\left(\frac{10L}{r}\right) + 1 \quad (21)$$

这里INT表示取整函数。

3. 程序说明与框图

程序采用Fortran4.1编写, 框图如图2所示。其主要功能包括: ①可以有选择地计算5个场分量的全部或部分; ②可计算标量和矢量CSAMT法的视电阻率或视相位值; ③计算点的个数与位置可随意选取; ④可显

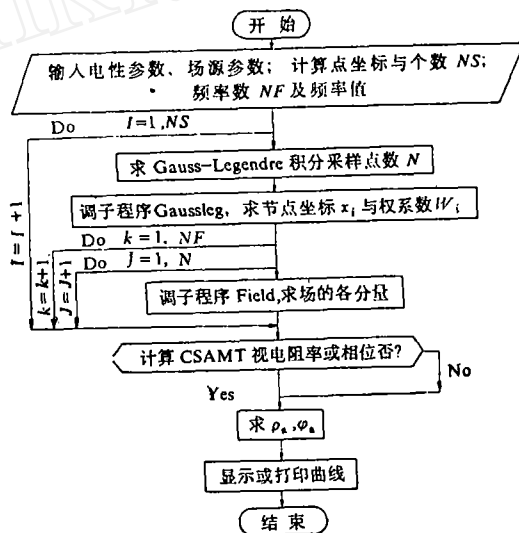


图2 程序框图

示或打印计算出来的测深曲线。

应用情况

用上述算法对各种模型进行了试算, 均取得满意的效果, 突出表现在两个方面, 即: 计算结果正确可靠, 并发现了国外同类软件存在的严重错误; 计算速度较国内一般算法要快几十倍甚至更多(如国内普遍采用的电偶源快速正演程序UNIVERSE 137上计算1条20频点的测深曲线需用几分钟, 而利用本文给出的算法计算相应的4组曲线和5个场分量, 且按有限长导线计算, 在IBM 386微机上总共才不到40秒钟)。

1. 同Phoenix公司软件计算结果比较

得到如下结论:

(1) E_z 、 H_z 、 H_y 和 H_x 4个分量以及相应的视电阻率和视相位, 计算两个程序

所得结果基本一致。图3 a 给出了H型模型 E_x 振幅的对比情况。

(2) E_y 分量及 ρ_{yx} 和 φ_{yx} , 两种结果差异甚大(图3 b、图3 c)。可见Phonix 公司

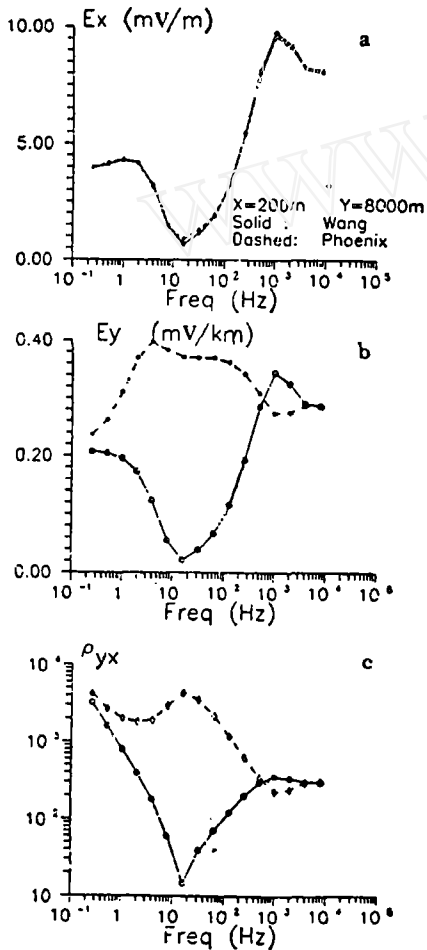


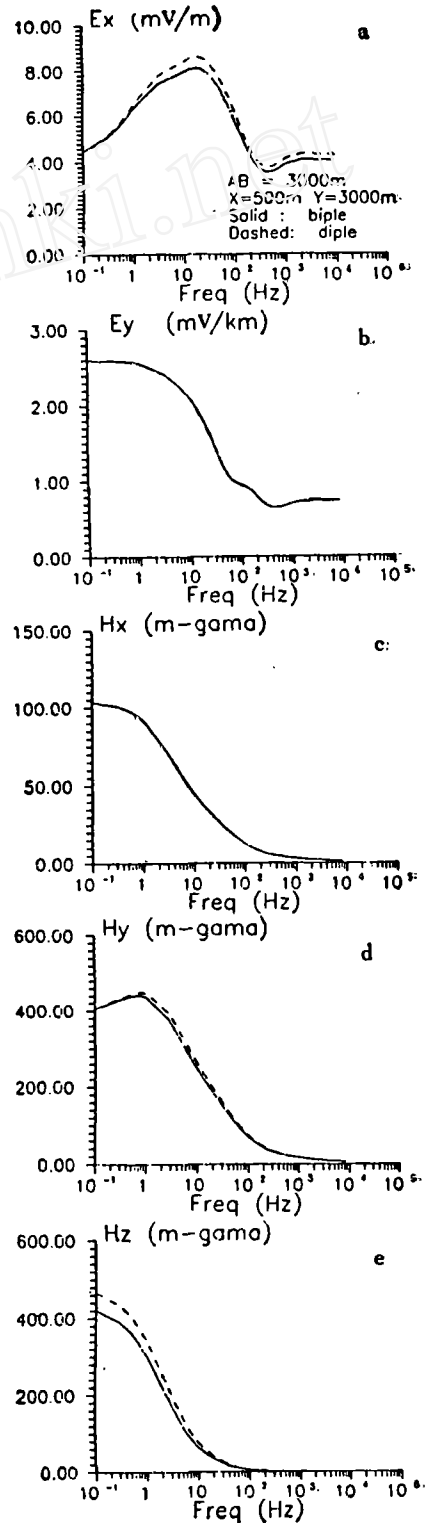
图 3 与Phonix公司计算结果对比

模型: $\rho_1 = 300 \Omega \cdot m$, $\rho_2 = 10 \Omega \cdot m$, $\rho_3 = 1000 \Omega \cdot m$, $H_1 = 300m$, $H_2 = 200m$
场源: $I = 15Amp$, $AB = 3km$

的程序是有问题的, 所计算出来的 E_y 和相应的视电阻率或相位测深曲线根本未能反映

图 4 与电偶极子计算结果的对比 (场分量振幅)

模型: $\rho_1 = 10 \Omega \cdot m$, $\rho_2 = 300 \Omega \cdot m$, $\rho_3 = 10 \Omega \cdot m$, $H_1 = 100m$, $H_2 = 200m$
场源: $I = 15Amp$, $AB = 3km$



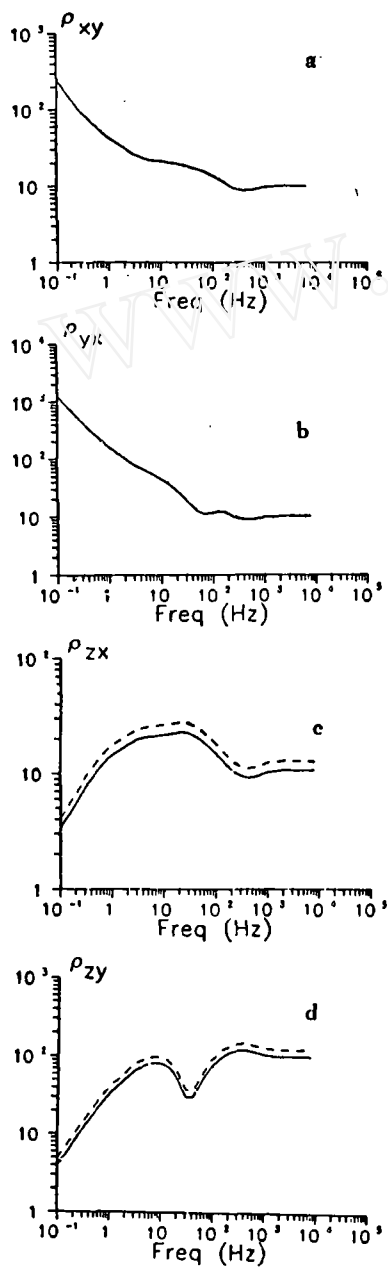


图 5 与电偶极子计算结果对比 (视电阻率)
(模型与场源参数同图4)

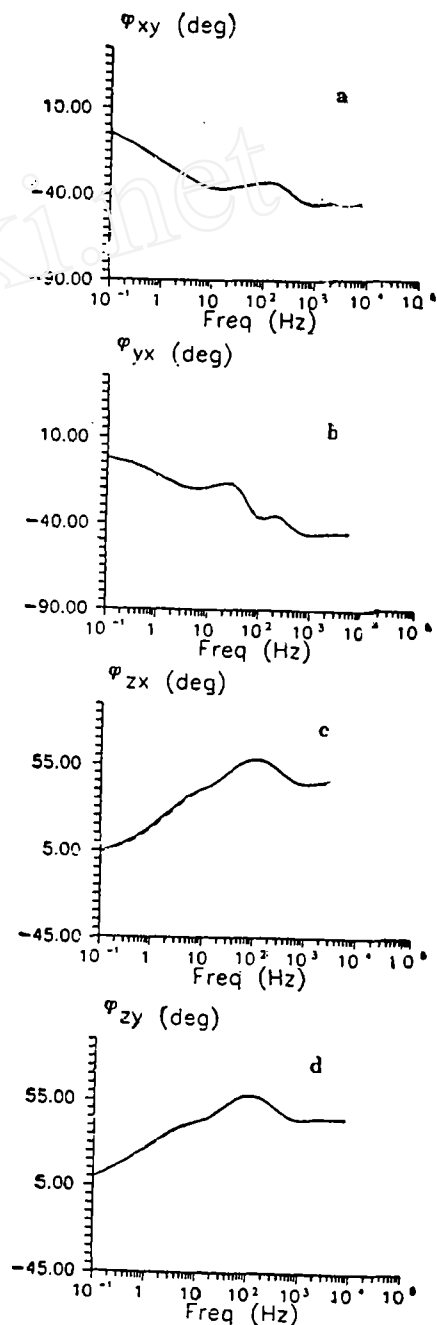


图 6 与电偶极子计算结果对比 (视相位)
(模型和场源参数同图4)

出地电模型中的低阻地层；而我们的计算结果则不存在此种问题。这一点，Phoenix 公司亦承认。

2. 与水平电偶极子计算结果比较

图4~6为K型地电断面分别按有限长导线和水平电偶极子计算出的电磁场各分量振

幅、CSAMT矢量测量时的4组视电阻率,以及视相位曲线。其中视电阻率按以下公式计算:

$$\rho_{xy} = \frac{1}{\omega \mu_0} \cdot \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad (22)$$

$$\rho_{yx} = \frac{1}{\omega \mu_0} \cdot \left| \frac{E_y}{H_x} \right|^2 \quad (23)$$

$$\rho_{zx} = \omega \mu_0 \cdot \left| x \cdot \frac{H_z}{H_x} \right|^2 \quad (24)$$

$$\rho_{zy} = \omega \mu_0 \cdot \left| \frac{2y^2 - x^2}{3y} \cdot \frac{H_z}{H_y} \right|^2 \quad (25)$$

由图4可以看出, H_y 、 H_z 、 E_x 3个分量的两种算法的结果差异较大,且按偶极子算出的场值大于按有限长导线算出的场值,这主要表现在 E_x 的中区和远区,以及 H_y 、 H_z 的中区和近区;与此相比, E_y 和 H_x 分量两种算法结果却基本一致,这是因为在表达式(13)、(14)中, E_y 和 H_x 不含定积分,场值主要由地下电流场所决定,不像其他3个分量那样,受导线长度的影响较大。

在视电阻率曲线(图5)中,两种算法的 ρ_{xy} 和 ρ_{yx} 曲线重合;而 ρ_{zx} 和 ρ_{zy} 则有较大的差异,偶极源计算结果较有限长导线结果均有1个向上偏移(近乎平行)。但对所有的视相位曲线来说(图6),两种算法结果基本一致,这是因为相位所反映的实质上是相应视电阻率曲线的斜率。

3. 方位角对同一测线观测结果的影响

同一测线上不同测点观测数据的变化规律,是野外工作中的一个重要问题,图6~9给出了方位角 θ (即 r 与 AB 的夹角),取 5° 、 15° 和 30° 时的计算结果。

图6为场的5个分量的振幅频率特性曲线,可见 θ 的变化对场的影响是相当大的,尤其表现在电场的两个分量 E_x 和 E_y 中;对磁场分量来说,高频段受影响很小,频率越低影响程度越明显。但对视电阻率(图8)和视相位(图9)曲线来说,它们受 θ 的影

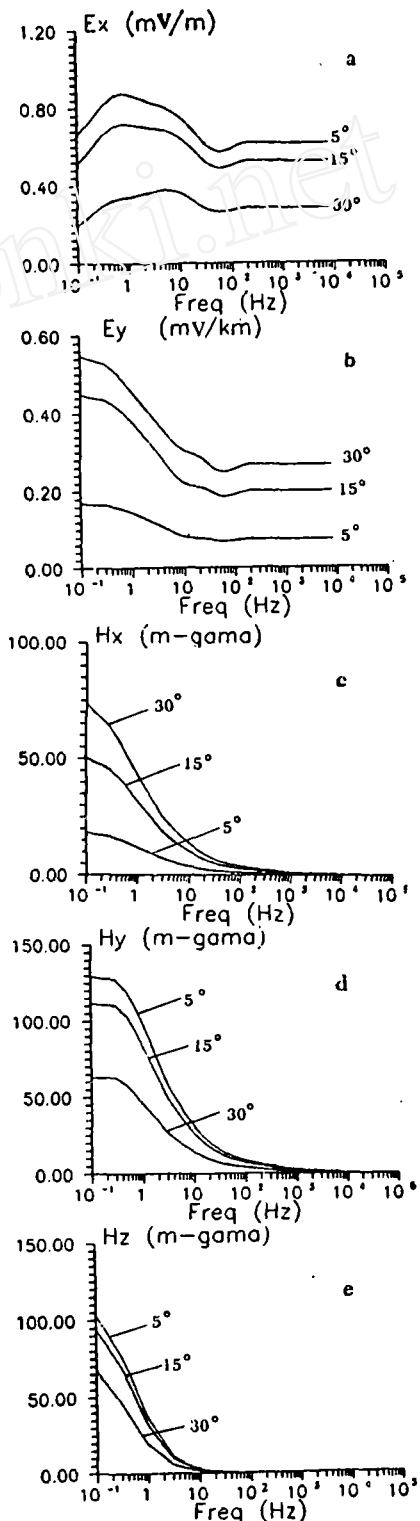


图7 方位角对场分量的影响
(模型与场源参数见图9)

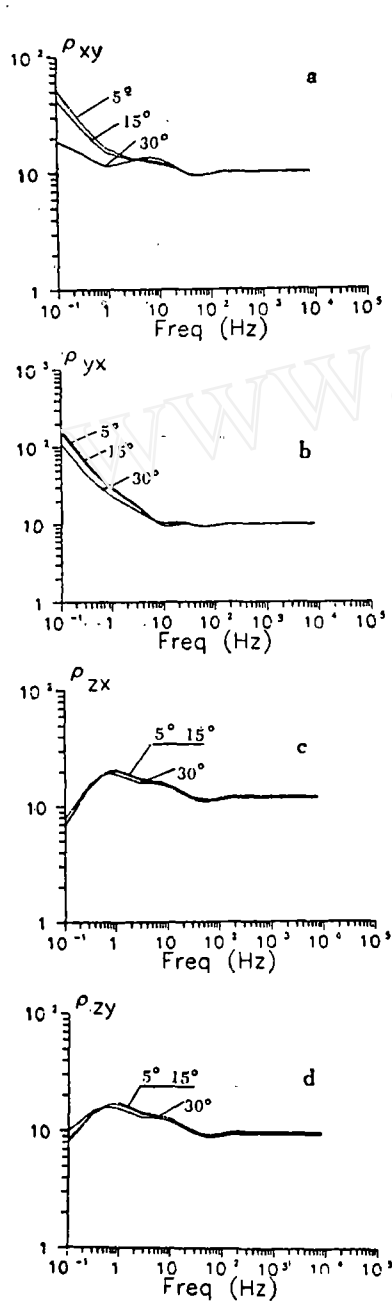


图 8 方位角对视电阻率的影响
(模型与场源参数见图9)

响程度则小得多。不过与人们通常所预想的情况相比, 计算出的测深曲线受 θ 影响的程度仍然不容乐观, 只有当 $\theta \leq 15^\circ$ 时, 这种影响才可忽视。在野外工作中, 一般将工作

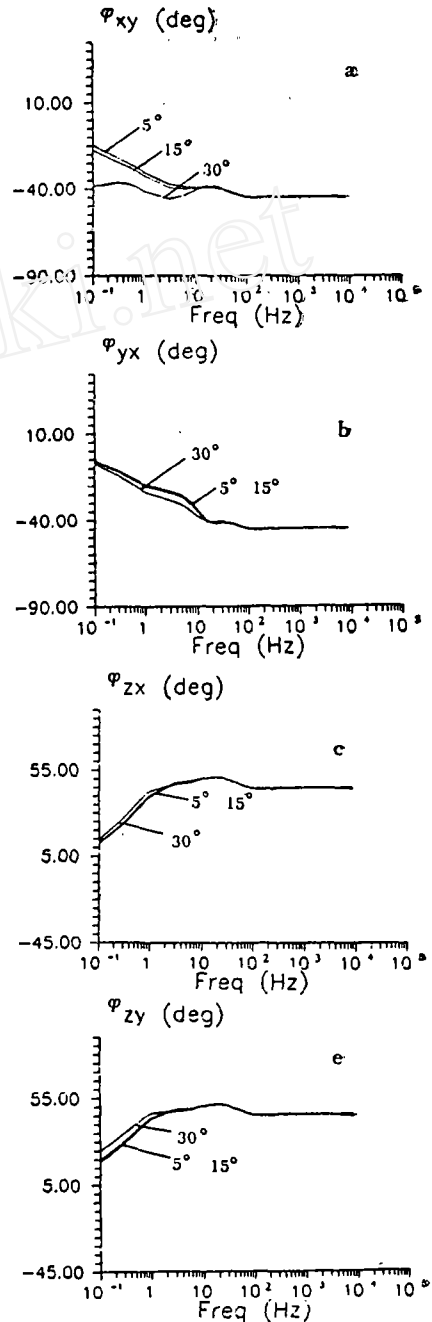


图 9 方位角对视相位的影响

模型: $\rho_1 = 10 \Omega \cdot m$, $\rho_2 = 300 \Omega \cdot m$, $\rho_3 = 10 \Omega \cdot m$, $H_1 = 300m$, $H_2 = 200m$
场源: $I = 15Apm$, $AB = 3km$
测点纵坐标: $y = 6km$

区布置在 $\theta \leq 30^\circ$ 的范围内, 这对于远区来说是切实可行的, 但在近区甚至中区, 则带

有较大的近似性。

本文在程序设计中,引用了徐世浙教授提供的Gauss-Legendre积分程序,谨表衷心的感谢。

参 考 文 献

- [1] 佐佐木 裕,物化探译丛,1990,第3期.
- [2] Kaufmann, A. A., Keller, G. V. (王建

谋泽),《频率域与时间域电磁测深》,地质出版社,1987年.

- [3] 陈乐寿、张汝杰,石油地球物理勘探,1985,第6期.
- [4] 殷长春,物探化探计算技术,1991,第2期.
- [5] Anderson, W.L., Geophysics, 1979, v.44, №7.
- [6] William, H. Press etc., Numerical Recipes, Cambridge Univ. Press, 1985.
- [7] Electromagnetic Methods in Applied Geophysics, v.2, Theory, SEG, 1987.

A Fast Method for Calculating the Frequency-domain EM Response of a Finitely Long Grounded Wire over a Layered Earth

Wang Jun Wang Qingyi

Theoretical expressions of the frequency EM response of a finitely long grounded cable over a layered-earth have been directly derived from potential formulas of a horizontal electrical dipole, with a fast, accuracy and flexible algorithm developed through adaptive digital linear filtering and Gauss-Legendre numerical integration for theoretical study and data interpretation in Controlled Source EM Sounding.

(上接第6页)

中性、中基性火山岩分布区,而次火山岩(包括斑岩)型金矿则发育在浅成侵入隐爆火山角砾岩中,或者说,前者成矿是在近地表的开放系统中,而后者是在地表以下相对封闭的环境下完成的。因此,在热泉型金矿的找矿与研究工作中,既要注意火山、

次火山岩发育区,热液活动强烈有利成矿,加强找矿工作,但又不能把产在相似环境下的所有金矿床都认为与热泉活动有关,必须按照热泉金矿成矿模式,结合区域成矿地质背景进行系统的研究,才能使热泉型金矿的研究与找矿工作,取得符合地质实际的效果。

Geological Setting and Exploration Prospect of Hot Spring Type Gold Deposits in China

Hou Zonglin

A general account on the geological setting and distribution of hot spring type gold deposits is given. Some world famous Au-deposits of this type both at home and abroad are described in this paper. The focal points are laid on the most prospective metallogenetic belts (eight in number) in our country. The author points out emphatically that the presence of hot spring activities will not implicate a concentration and formation of gold deposit. A comprehensive analysis of the geological setting for the formation of a hot spring type gold deposit and a further investigation of its minerogenic model are necessary.