

瞬态动测法桩基的弹性杆理论与应用

许光本

(桂林冶金地质学院)

本文讨论了桩内应力波传播的原理, 分析了应力波在摩擦桩与端承桩内的波形特征的主要区别, 以及各类缺陷桩的波形特征, 探讨了桩基承载力的主要误差来源, 从而为桩基动测法的定量分析提供理论依据。

关键词: 桩基动测法; 波形特征; 桩基承载力误差



桩基动测法确定单桩承载力大小的准确程度, 已成为测桩技术人员关心的问题。由于单桩承载力大小, 既受桩的承载方式所制约, 也受桩的自振频率、沉降量、桩周土的性质、桩的几何参数及桩身破损程度等多种因素影响。

应力波在桩内传播

的波动原理

当锤击桩头时, 将有一应力波在桩内向下传播, 当应力波到达桩底或桩身的反射界面时, 桩内应力波产生反射并被桩头传感器接收, 从而获得桩身结构质量的重要信息。

设桩长为 L , 桩底介质刚度为 K_0 , 桩质量密度为 ρ , 桩截面积为 A , 桩弹性模量为 E , 则由弹性波理论可知, 桩内应力波传播满足一维非齐次波动方程 (非齐次泛定方程):

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + a \frac{\partial u}{\partial t} \right) \quad (1)$$

式中 $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, 称为纵波波速; $a = \frac{1}{2} \times$

$\frac{f_c v^2}{EA}$, 称为桩土阻尼特性参数; f_c 称为桩

周土对桩的摩阻力系数。

用分离变量法解方程 (1)。令 $U(x, t) = X(x) \cdot T(t)$ 代入方程 (1), 并整理得

$$\begin{cases} \frac{d^2 X}{dx^2} + \frac{\omega_0^2}{v} X = 0 \\ \frac{d^2 T}{dt^2} + a \frac{dT}{dt} + \omega_0^2 T = 0 \end{cases} \quad (2)$$

从而得桩土任一点 x 处的振动位移解为

$$U(x, t) = X(x) \cdot T(t) = (C \cos \lambda x + D \sin \lambda x) \cdot e^{-a/2t} \cdot (A \cos \omega d t + B \sin \omega d t) \quad (3)$$

式中 $\omega d = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ 称为阻尼固有频率, λ 称为波长, ω_0 称为固有振动频率。 A, B, C, D 均为待定常数, C, D 由桩两端边界条件确定, A, B 由初始条件确定。 $X(x)$ 称为正规函数, $T(t)$ 称为时间函数。

由于桩埋置地下后, 具有如图 1 所示的 6 种支承条件。本文只讨论如下 3 种支承情况下方程 (1) 的通解形式。

图 1a, 当桩的上端土层松软, 桩尖位于软土层中, 桩底土的刚度 $K_0 \rightarrow 0$, 可简化为

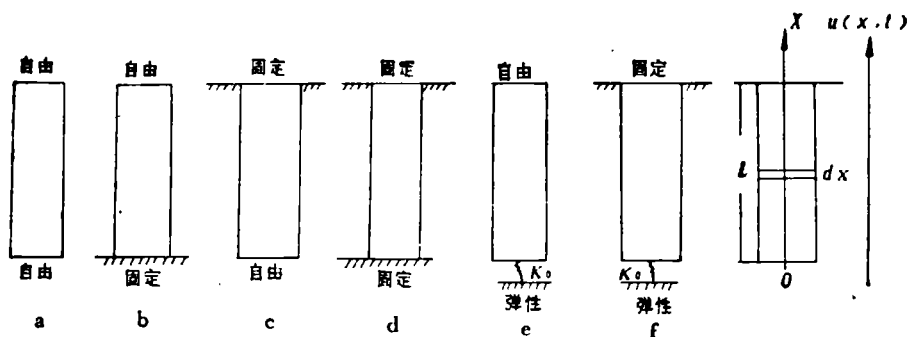


图 1 桩的 6 种支承情况示意图

桩上、下端自由情况，即摩擦桩情况，其边界条件为：

$$U_{|x=0} = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=L} = 0$$

则桩的纵向振动位移为

$$u = \sum_{i=1}^{\infty} \omega_i \frac{i\pi x}{L} \cdot e^{-\frac{a}{2}t} (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (4)$$

其频率方程为：

$$\sin \frac{\omega_i}{v} L = 0$$

由此解出各阶固有频率为：

$$\omega_i = \frac{i\pi v}{L} \quad (i=1, 2, 3, \dots)$$

取一阶谐振 $v = 2Lf = \frac{2L}{T}$

图1e，当桩之上端为软土层，下端为一般土层（其刚度系数 $K_0 (\neq 0)$ 较小）时，可简化为上端自由、下端弹性支承情况，即相当于摩擦端承桩，其边界条件为：

$$E_A \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = -K_0 u|_{x=0} \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=L} = 0$$

则桩的纵向振动位移为：

$$u = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\cos \frac{\omega_i}{v} x + \operatorname{tg} \frac{\omega_i L}{v} \sin \frac{\omega_i x}{v} \right) \cdot e^{-\frac{a}{2}t} (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (5)$$

其频率方程为：

$$\operatorname{tg} \frac{\omega L}{v} = \frac{K_0 v}{E A \omega}$$

此频率方程只有数值解，当 i 足够大时，

则得到各阶固有频率为： $\omega_i = \frac{i\pi L}{L}$ 。

图1b，当桩的上端土层松软，下端土层坚硬或嵌入岩层时，可简化为上端自由、下端固接的支承情况，其边界条件为：

$$U_{|x=0} = 0 \quad E_A \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=L} = -K_0 u|_{x=L}$$

则桩的纵向振动位移为：

$$u = \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi x}{2L} e^{-\frac{a}{2}t} (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \quad (6)$$

当桩底持力层刚度 $K_0 \rightarrow \infty$ 时，则频率方程变为：

$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{v} L \rightarrow \infty$$

由此解出各振型固有频率为：

$$\omega_i = \frac{(2i-1)\pi v}{2L} \quad (i=1, 2, 3, \dots)$$

取一阶谐振频率 $v = 4Lf = 4L/T$

式中 ω_i 称为第 i 阶振型阻尼固有频率且 $\omega_i = \sqrt{\omega_i^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$ ， ω_i 称为第 i 阶振型固有频率。对于不同的支承条件或承载方式， $X_i(x)$ 和 ω_i 均具有不同形式的表达方式。并且当 $i > 1$ 时，桩的振动固有频率称为泛频， $i=1$

取一阶谐振时,称为桩振动的基本固有频率。

由于桩两端的约束条件的改变,不仅影响到波形特征的变化,而且直接影响到桩底土的刚度变化,从而影响到桩土参振模型的固有频率,当桩底端由自由变成弹性或固接端时,桩土刚度增加,使各阶固有频率也变化。当桩长增加时,各阶固有频率变低,当桩内应力波速增加,桩土参振模型的固有频率也相应增加,桩土刚度也变大。

桩基波形特征分析

1. 完整桩的波形分析

(1) 摩擦桩 当桩尖位于软土层中,为桩上、下端自由情况,这时 $K_0 \rightarrow 0$,则有 $v=2L/T$ 。故摩擦桩的波形主频率以2倍桩长为其周期,即摩擦桩的桩底反射为同相反射(图2b)。

(2) 端承桩 当桩尖嵌入持力层时,则认为桩端固接,这时 $K_0 \rightarrow \infty$,则 $v=4L/T$,故端承桩的波形主频率以4倍桩长为其周期,即端承桩的桩底反射为反相反射(图2a)。

(3) 摩擦端承桩 当桩上端土层较软,下端为一般土层时,则认为上端自由,下端弹性,这时持力层刚度 K_0 介于0和 ∞ 之间,故这类桩的桩底反射由桩尖达到持力层土质所决定。

2. 破损桩的波形分析

在实践中,桩尖持力层刚度 K_0 介于0和 ∞ 之间,一般很难求得 v , L , f 的关系,但由于桩内应力波满足波阵面的动量守恒和连续条件,故波的反射情况可由波阻抗关系定性分析。

当弹性波从波阻抗 $Z_1=(V_1\rho_1)$ 的介质传向波阻抗 $Z_2=(V_2\rho_2)$ 的介质时,设 A_1 与 A_2 分别为两种介质杆件的横截面,则由连续条件和波阵面动量守恒条件并整理得反射波 V_r 与入射波 V_i 之间关系为:

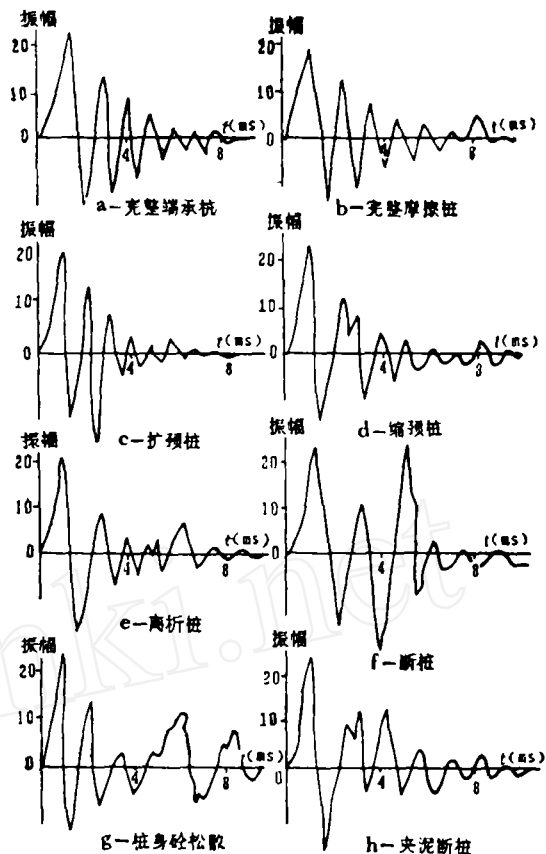


图2 各种类型模型桩的典型波形曲线

$$\begin{cases} U_R = -FU_i \\ F = \frac{1-n}{1+n} \\ n = (\rho_1 V_1 A_1) / (\rho_2 V_2 A_2) \end{cases} \quad (7)$$

式中 $(\rho_1 V_1 A_1)$ 定义为广义波阻抗,利用(7)式对桩内应力波波形特征分析并确定桩身缺陷反射的类型。

(1) 缩扩颈桩 在桩身缩扩颈处,桩身横截面由 A_1 变为 A_2 ,由介质连续条件可知,桩身内 ρv 不变($\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$),则缩颈桩 $A_1 > A_2$, $n > 1$;扩颈桩 $A_1 < A_2$, $n < 1$,故由(7)式知,桩在缩颈处其反射波为同相反射,桩在扩颈处则出现反相反射,且反射波的强度受桩截面比 A_1/A_2 所制约(图2c、d)。

(2) 断桩 当桩身断裂并严重离析或

存在夹泥层时, 桩在此处的广义波阻抗值, 由高($\rho_1 V_1 A_1$)变低($\rho_2 V_2 A_2$), 故桩在断裂位置均出现同相反射。即 $A_2 \rightarrow 0$ 时, 为问题严重的断桩, 且在断桩位置同相反射信号较大 (图2f)。

(3) 桩底沉渣 当桩内应力波传至桩底时, 介质的波阻抗也由高变低, 因桩底沉渣影响, 同样出现与摩擦桩相似的同相反射信号 (图2f)。

(4) 桩身混凝土质量松散 当桩身几何参数或物理参数改变时, 桩内应力波传播频率也发生变化, 使桩内应力波在传播过程中产生弥散效应, 造成桩内弹性波形发生畸变, 且相邻周期的波幅值比 $\left(\delta = \frac{1}{a} L_n(U_n / U_{n+1}) = T \right)$ 差异越大, 桩身混凝土质量越松散 (图2g)。

由图2分析可知, 桩内应力波传播特征受桩端的约束条件或承载分式所制约, 波形畸变受桩身缺损类型影响所致。故判断桩身结构的质量信息时, 关键在于正确分析桩身应力波传播特征, 从而为动力测桩的定量解释提供理论依据。

桩基参数确定及其误差分析

在动力测桩过程中, 由于参数土的重量

并不知道, 故测得的频率并非是桩土参振模型的真实自振频率, 而是某一特定频率的响应值。经过大量试桩结果表明, 采用动测法评估单桩承载力时, 必须引入动力修正系数 C , 故提出常用的动刚度法的经验公式为:

$$\text{动刚度 } K_d = \frac{(2\pi f_n)^2 (W_1 + W_2)}{C \cdot g}$$

$$\text{单桩承载力 } P_u = \frac{\mu}{K} \frac{(2\pi f_n)^2 (W_1 + W_2)}{C \cdot g}$$

式中 $(W_1 + W_2)$ 为桩土参振模型的折算重量, f_n 为桩的自振频率, K 为安全系数, μ 为动静对比系数, 且 μ 值与桩的承载方式、桩周土质有关。摩擦桩 $\mu = 0.0035 \sim 0.0044$, 端承桩 $\mu = 0.0045 \sim 0.0065$ 。

利用动刚度法及其他几种动测方法确定单桩承载力的对比结果如附表所示。附表表明, 几种动测结果均存在一定误差, 其准确程度受多种因素影响, 从理论分析得:

$$\Delta K_d = K'_d - K_d = \frac{(2\pi)^2 [(f_n + \Delta f_n)^2 \cdot (W + \Delta W) - f_n^2 W]}{C \cdot g}$$

设 K_d , f_n , W , μ , P_u 的相对误差分别为 ξ_K , ξ_f , ξ_w , ξ_μ , ξ_P 则得到动刚度与承载力的相对误差分别为:

$$\begin{aligned} \xi_K &= \frac{\Delta K_d}{K_d} = \frac{K'_d - K_d}{K_d} = 2\xi_f + \xi_f^2 + \\ &+ (1 + \xi_f^2)\xi_w = 2\xi_f + \xi_w \\ \xi_P &= (2\xi_f + \xi_w) \cdot \xi_\mu \end{aligned}$$

几种动测法确定单桩承载力结果对比表

工程名称	桩号	端承桩单桩允许承载力 (t)				
		频率法	导纳谱法	波速法	波速刚度法	设计载荷
桂林市甲工地	26	404.7	418.9	424.3	417.5	392.5
	30	398.5	389.3	407.4	418.5	
	34	394.8	407.4	415.9	414.6	
	45	421.0	419.3	409.5	418.4	
桂林市乙工地	22	275.3	271.1	268.5	269.3	251.2
	24	266.4	269.7	274.8	271.9	
	55	259.5	251.8	267.4	263.5	
	59	274.1	273.6	275.3	266.9	

由此可见,引起单桩承载力不准的原因有:

1. 单桩自振频率与桩土参振重量的误差,是造成单桩承载力不准的主要因素。

2. 单桩承载力大小受不同承载方式所制约,故正确判断桩的承载方式及合理选用 μ 值,是保证单桩承载力可靠程度的关键因素。

3. 动测法评估单桩承载力较适合于完整桩情况,当桩尖达持力层时,则单桩承载力更有保证。不适合于断桩承载力的估计。

究其原因是:当桩身断裂时,不仅改变了桩内应力波传播方式及桩的承载方式,也改变了桩土参振体系的重量与自振频率的关系,故产生无法估计的误差。

4. 桩基动测法的波形判读正确与否,是评估单桩承载力定量解释的关键,但其准确程度同时受到有关土工参数选取、地质资料分析、经验取值及人员素质的影响。因此开展桩基动测法的技术及理论研究,是一项势在必行的科研任务。

Determination of Bearing Capacity of Pile Foundation

Using Transient Dynamic Measuring

Method: It's Theory and Practice

Xu Guangben

The principle of stress wave propagation in pile is discussed in this paper. An analysis of the main distinction between waveform features of stress waves propagated in friction piles and end bearing piles was made. Wave form features of different defective piles were also studied. These studies disclose the major source of error in determining the bearing capacity of pile foundation and provide a theoretical basis for quantitative analysis of pile foundation dynamic measurements.

(上接第64页)

钎焊是完全可行的,其技术经济效益较显著。

参 考 文 献

[1] 冯韶乐等,《Cu-Mn-Zn-Si钎料的研制》,1987年。

[2] 焦馥杰,焊接学报,1984, №4.

[3] 熊祝华,《塑性力学基础知识》,高教出版社,1986年。

[4] 黄炎,《工程弹性力学》,清华大学出版社,1980年。

[5] Sih G. C., Mechanics of Fracture, 1975.

[6] Motl B. C., Welding with the Carborn Dioxide Welding Process, 1964.

Man-made Diamond Bit Welded by New

Copper Base Welding Alloy

Yuan Gongyu Liu Siqing

Wang Kaizhi Wang Dianjiang

A new copper base welding alloy and its welding technique have been developed. They are successfully used to weld impregnated bits. On the basis of an analysis on the stress distribution at the welding seam, This paper deals with the effects of the relative strength of the welding alloy and the relative thickness of the seam on the welding quality, and also the technical measures should be taken to prevent the influence of high welding temperature on the quality of the bit welded. Preliminary tests have brought about satisfactory technical and technival results.