

标准正态分布表的程序设计

吴之敏 韩忠义

(安徽省地矿局三二七地质队)



本文设计的标准正态分布表程序,从分布函数出发,采用一定的计算方法,可在限定的精度范围勘探方法内,进行制表或计算。所得结果与原表相比偏差很小(当 $u>3$ 时,最大绝对误差为0.001),且具有程序占用内存少(约197字节),检索速度快(计算1~6秒,制表平均3秒)等优点。现介绍如下。

标准正态分布函数及其特征

众所周知,标准正态分布的密度函数及分布函数分别为:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right);$$

$$F(u) = \int_{-\infty}^u f(x) dx \\ = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

其图形见图1、图2。

由密度函数 $f(x)$ 为非负连续偶函数这一特征,不难证明以下几点:

$$1. \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (\text{证明从略})$$

$$2. F(-u) = \int_{-\infty}^{-u} f(x) dx \\ = \int_u^{+\infty} f(x) dx \\ = \int_{-\infty}^u f(x) dx -$$

$$- \int_{-\infty}^u f(x) dx = 1 - F(u)$$

$$\text{即 } F(u) + F(-u) = 1 \quad (1)$$

$$3. F(u) + F(-u) \\ = \int_{-\infty}^u f(x) dx - \int_{-\infty}^{-u} f(x) dx \\ = \int_{-\infty}^u f(x) dx \\ = 2 \int_0^u f(x) dx \quad (2)$$

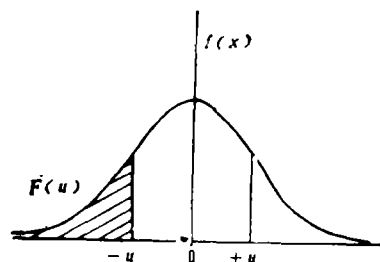


图1 标准正态分布密度函数 $f(x)$ 与分布函数 $F(u)$

若令 $Z = \int_0^u f(x) dx$, 则解(1)、(2)两

式得

$$F(u) = 0.5 + Z$$

$$F(-u) = 0.5 - Z$$

这样,分布函数便从广义积分变为定积分,极大地方便了计算。

计算方法

由于分布函数 $F(u)$ 不属于初等函数范畴,故其计算只能逼近。本文采用的方法是

先将被积函数 $f(x)$ 展开成麦克劳林级数，然后再以幂级数形式积分。

首先，以 $-\frac{x^2}{2}$ 替换展开式

$$\exp(x) = 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!} = \sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!}$$

中的 x ，得

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^N \left[\left(-\frac{x^2}{2} \right)^n / n! \right]$$

然后，依上述结果便可计算 $F(u)$ 中的 Z ：

$$\begin{aligned} Z &= \int_0^u f(x) dx \\ &= \int_0^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^N \left[\left(-\frac{x^2}{2} \right)^n / n! \right] dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^N \left[\frac{1}{(-2)^n \cdot n!} \cdot \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \right] \Big|_0^u \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^N \left[\frac{1}{(-2)^n \cdot n!} \cdot \frac{u^{2n+1}}{2n+1} \right] \end{aligned}$$

显然，展开式项数 N 越大，误差越小，精度越高。

程序设计

根据上述计算方法，笔者用 BASIC 语言设计编制了计算程序。

```
200: FOR K=-309 TO 3
    09: U=K/100
210: B=ABS U:X=B*B:
    E=.000001:N=1:
    Z2=B
220: N=N+1:Z1=Z2:B=-B*X/2/(N-1):Z2=
    Z2+B/(2*N-1)
230: IF ABS (Z2-Z1) >=E*sqrt(2*pi) GO TO
    220
240: Z=.5+SGN U * Z2/sqrt(2*pi)
250: CSIZE 1:LPRINT
    USING"###.###" Z+.00005:
    NEXT K:END
```

程序中的变量 E 为任意确定的精度。误差估计采用事后估计法，即 $Z_{i+1} - Z_i < E$ 。 Z_{i+1} 、 Z_i 分别对应于程序中变量 Z_2 、 Z_1 ，其余变量意义同前述。

所附程序是制表程序，若一般计算做如下改动：即 200: INPUT "U="; U (250 行中 "NEXT K:END" 必须相应改为 "GOTO 200")；亦可删去 200 行作为子程序使用 (250 行中 "NEXT K:END" 则改为 "RETURN")。

笔者使用本程序已打印出标准正态分布函数图 (图2)。

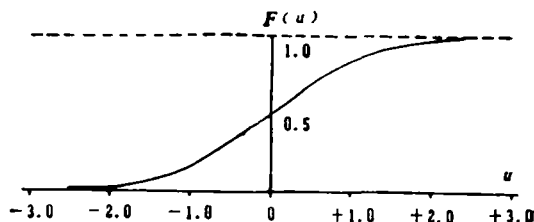


图 2 标准正态分布函数

本程序在 PC-1500 机上通过，输出格式语句略作变动后也可在长城 0520CH 机上运行。

江西斑岩型矿床的勘查不断取得进展

廖 经 桢

(南昌有色冶金设计研究院)

70年代对德兴特大型斑岩铜矿的勘探使江西铜的探明储量居全国首位，从资源上保

证了铜基地的顺利建设。对以德兴斑岩铜矿床为主的成矿理论和模式的深入研究，扩大