第26卷 第5期 地质与勘探 Vol. 26, No. 5
1990年5月 GEOLOGY AND PROSPECTING May, 1990

熵——研究矿体内部结构的重要工具

池 顺 都

（中国地质大学·武汉）

文中论述了用熵函数研究矿体内部结构的基本理论。并以某铁矿为例，用熵函数进行了多状态动态的矿体内部结构研究。给出了用熵函数研究矿体内部结构的计算机程序。

关键词：矿床勘探；矿体内部结构；熵函数；储量误差

对矿体内部结构研究的新要求

对于不连续矿体，矿体内部结构的连续程度和复杂性，是影响储量误差和形位误差(ошибка геометризации)的最重要因素。维肯奥耶夫（B.A.Викинтьев）等人[1]指出：若含矿系数小于0.5，则不可能求得C_2级储量。B级储量含矿系数要接近于1。A级储量仅能从连续的（就矿山技术而言）矿体上求取。

笔者曾对一些锡矿体的储量误差作过电算模拟研究[2]，研究结果同样表明，矿体内部结构的连续性和复杂性，是影响不连续矿体储量误差的主导因素。

以往，习惯用含矿系数来表征矿体内部结构的复杂程度。但含矿系数仅能用来表征只有两种状态（矿与非矿）时矿体内部结构的复杂程度，并不能反映出随着勘程度的加深，对矿体内部结构控制程度的提高。随着对矿床勘查研究的深入，含矿系数已经不能满足研究的需要，迫切要求提出表征矿体内部结构的新参数。该参数应满足如下条件：

1. 不仅能满足两种状态时矿体内部结构复杂程度的评价，而且能满足多状态时的评价；

2. 应能反映出随着勘探程度的加深对勘查对象内部结构查明程度的提高，即反映出对其标志状态确定程度平均水平的提高；

3. 应满足相同指标值有相似的复杂程度。含矿系数不能满足这个要求，例如虽然含矿系数相同，但非矿地段个数不同其复杂性仍不同。

熵函数这个数学工具能满足上述要求。

熵函数的基本理论

熵函数是研究矿体标志结构不均匀性的有力工具。在研究时，首先要将标志划分为不同状态。

1. 矿体标志值的状态

矿体标志值，例如矿石品位、矿体厚度、米百分比、不同组份的含量等，是在一定范围内连续取值的。为便于利用，常根据某1个指标或1组指标，将其划分为一定的等级，每1等级就是1种状态。状态的划分方式有多种，例如：

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

A：等频率划分。将在矿体范围内获得的所有某标志值按数值大小排列，根据所划分的各状态组内样本数相等的原则，在此序列上选取分组界限值。

B：将表外矿分为1组，剩余的按等频率原则划分为$n-1$个组。

C：按照具有特定意义的某1个或1组指标值分组。

用“状态划分方式，状态数”来表示状态的特点。例如“A，4”就是表示用A方式（即等频率分组），状态数是4。“C，10”即表示用C方式划分状态，状态数为10。用C方式划分状态时，应具体交代划分状态的界限值。

2．相对熵函数

用一定的勘探网勘探矿体，则相当于将矿体划分为一个个四边形的矿块。连接四边形的对角线，即得到三角形矿块。这些四边形或三角形称作基本单元。基本单元的每个顶点有一个确定的状态取值。

在每个基本单元内，设标志值状态可能取得的值为x_1，x_2，…，x_n。$p_i=p(x=x_i)$，$(i=1, 2, \cdots, n)$，将

$$H[x]=-\sum_{i=1}^{n} p_i \ln p_i \qquad (1)$$

称为标志值状态x的熵。其中如有$p_i=0$，则约定$p_i \ln p_i=0$。

对于任何正整数n，当$p_1=p_2=\cdots=p_n$时（1）式有最大值$\ln n$，于是将

$$TR[x]=H[x]/\ln n \qquad (2)$$

称为标志值状态x的相对熵。

用不同的勘探网对矿体进行勘探，显然，勘探网越密，从平均意义上说，基本单元内状态就越确定，相对熵也就越低。这就是说，相对熵是勘探网密度的函数。如果用m种网格形状相似、大小不同的勘探网进行勘探，可将网格从小到大依次排列，其中第k个四边形的长边a_k，其余四边形对应边为a_j（$j=1, 2, \cdots, m$），称

$$H_j=a_j/a_k \qquad (j=1, 2, \cdots, m \quad 1\leqslant k\leqslant m) \qquad (3)$$

为勘探网相对密度，用它作为勘探条件的量度。一般取$k=1$。

在$H=H_j$（$j=1, 2, \cdots, m$）时，勘探范围内，相对密度为H_j的所有基本单元的平均相对熵为

$$TR[x](H_j)=E\left\{-\sum_{i=1}^{n} p_i(H_j)\ln p_i(H_j)/\ln n\right\} \qquad (4)$$

所有H（$0<H<\infty$）的平均相对熵

$$TR[x](H)=E\left\{-\sum_{i=1}^{n} p_i(H)\ln p_i(H)/\ln n\right\} \qquad (5)$$

称为标志值状态x关于相对密度H的相对熵函数。

$$\lim_{k\to\infty} TR[x](H)=\text{常数}C \qquad 0\leqslant C\leqslant 1$$

称为极限值。若状态用等频率方式划分，则可用概率论方法计算出C值。对于三角形基本单元，其计算公式为

$$C=[(n-1)(n-2)/n^2\times 1.09861+3(n-1)/n^2\times 0.63651]/\ln n \qquad (6)$$

式中，n为状态数。称

$$TR_0[x](H)=TR[x](H)/C \qquad (7)$$

为规一化的矿体标志值状态x关于相对网度H的相对熵函数。

用熵函数研究矿体结构的实例

笔者以铁矿地质勘探规范附件中矿床勘探附图作为实例，用上述熵函数的方法分别在平、剖面图上进行对比研究。限于篇幅，在此仅介绍四号铁矿406和407勘探线地质剖面图上的研究结果。

在剖面上，矿石划出5个品级：自熔性

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

富矿、半自熔性富矿、酸性富矿、贫矿和表外矿。这就是矿石品级的状态。状态的特点为“C，5”。划分状态的工业指标如下表。

矿石品级	TFe(%)		$CaO+MgO$ / $SiO_2+Al_2O_3$
	边界品位	最低工业品位	
自熔性富矿	≥30	≥35	>0.8
半自熔性富矿	≥35	≥40	0.5～0.8
酸性富矿	≥40	≥45	<0.5
贫　矿	≥20	≥30	
表外矿	≥20	<30	

从这两个剖面看，不同品级矿石的分布有不同的特点。406剖面不同品级矿石分布的结构较为复杂，互相穿插，相间成层。在5个品级中，以贫矿为主，表外矿和酸性富矿较少，自熔性富矿和半自熔性富矿次之。407剖面不同品级矿石分布的结构较为简单。在5个品级中，以自熔性富矿和贫矿为主，约占剖面内矿体总面积的90%，而且自熔性富矿呈相对集中分布。这些特点，对于认识矿床特征，指导开采，具有实际意义。如何定量表征这些不同特点呢？笔者根据剖面资料，以约为70×20m的网度取网格交点的状态值。状态取值是人为规定的，不同规定方案并不影响计算结果。本例中，自熔性富矿取1，半自熔性富矿取2，酸性富矿取3，贫矿取4，表外矿取5，无值为0。

根据上述所取得的矿石品级状态值进行熵函数计算。计算时选用三角形基本单元。以取值时用的网格70×20m作为基础，规定相对密度为1。然后放稀网度至140×40m，210×60m，…；其相对密度分别为2，3，…。对于不同的网度，计算所有可能的方案，即分别计算1^2，2^2，3^2，…等多个方案。计算时规定，若三角形单元内不是所有顶点都有值，则不计算熵值。每个相对密度的平均熵值，以该网度所有方案的熵值用算术平均法求得。若该网度有一半以上的方案求不到值，则不求该网度的平均熵值，且中止以后的计算。

图1，图2为406，407勘探线地质剖面图及其相应的熵值—网距图。在熵值—网距图中，连“●”得平均熵值$E(TR)$曲线；连“○”得规一化平均熵值$E(TR_0)$曲线。应当说明，在等频率分组的情况下，状态随机取值时，TR_0接近于1。虽然，例中不符合等频率分组条件，大体上也可用TR^0接近于1来判断状态是否是随机取值。

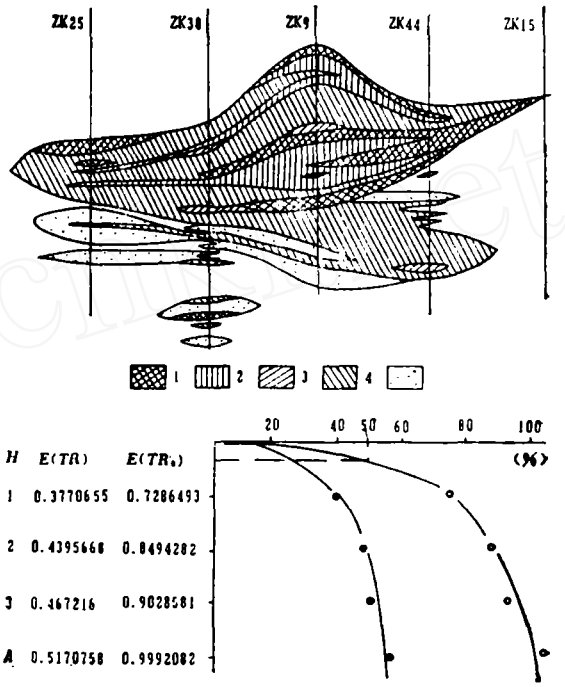

图1　406勘探线地质剖面图及相应的矿石品级熵值—网距图

1—自熔性富矿；2—半自熔性富矿；3—酸性富矿；4—贫矿；5—表外矿

分析图1、图2，可得出如下初步看法：

1. 406勘探线剖面上，由不同品级矿石的分布反映出的矿体内部结构，要比407勘探线剖面复杂。这表现在相对密度H相同时，其平均熵值$E(TR)$前者总是大于后者。进一步分析可以得出，要在矿体内部结构做到同等程度的查明，407剖面上的观测

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

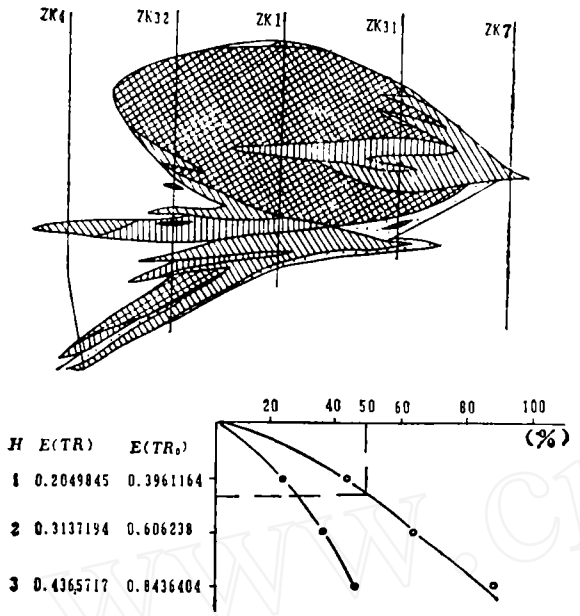

图 2 407勘探线地质剖面图及相应的矿石品级熵值—网距图

(图例同图1)

网度可比406剖面稀。即前者用140×40m，210×60m的观测网与后者以70×20m，140×40m的观测网所达到的研究程度相当；

2．对于所有的剖面，从其相应的矿石品级熵值—网距图可看出，随着观测网度的放稀，即随着H值增大，平均相对熵值也随着增大。这意味着，矿体内部结构的控制程度越低，在观测单元内状态就越不均一；

3．可近似地将均一化相对平均熵值曲线视为“均匀的”隶属曲线。如果取阈值0.5，则要达到观测单元内矿石品级状态是“均匀的”，从曲线大致可以判断出：406剖面，观测网应达30×8m左右，407剖面则为100×30m左右；

4．在406勘探线剖面上，当相对密度为4时，即实际观测网密度为280×80m时，TR_0接近于1。这意味着，用这样的网度观测时，各状态的出现无规律性。

本例中，两个剖面内，矿石品级状态数一样。如果遇到不同剖面（或水平）状态数不一样的情况，计算结果仍有可比性，因为这里计算的是平均相对熵，相对熵已消除了状态数不同对熵值大小的影响。

计算程序简介

该方法是在赵鹏大教授指导下研究提出，无固定的计算程序。上述计算是在微机上完成，为便于使用这种方法，笔者将采用BASIC语言编写，在IBM机上计算，其使用程序作一简单介绍。

```
10   LPRINT  TAB(30); "ENTROPY
     FUNCTION"
11   LPRINT
12   LPRINT
14   LPRINT
16   A$="......................................................."
17   LPRINT
50   READ  M,N,IA,CH,KU
60   DIM  X(M-1,N-1),TR(7,2),F(IA),
     U(M-1,N-1),NA(3),NC(IA)
70   DIM  Y(N*M),IP(N*M/4+2),
     V(M,N),DS(M*N*2)
588  FOR  I=0  TO  M-1
589  FOR  J=0  TO  N-1
590  READ  U(I,J): PRINT  U(I,J),
591  NEXT  J
592  NEXT  I
593  LPRINT
594  LPRINT
595  LPRINT  TAB(5);  A$;A$
596  LPRINT  TAB(10); "H"; TAB(16); "K";
     TAB(30); "K1"; TAB(45); "N";
     TAB(62);"TR"
597  LPRINT  TAB(5);A$; A$
599  ND=0
600  FOR  H=1  TO  8
610  IF  N/2 <H  THEN  1540
620  IF  M/2 <H  THEN  1540
630  NM=H*H
640  NS=0
660  FOR  K=1  TO  H
670  FOR  K1=1  TO  H
680  NS=NS+1
690  MO=(M-K)/H:  NT=0
700  NO=(N-K1)/H:  MS=NO*MO
720  FOR  I2=0  TO  MO
730  FOR  J2=0  TO  NO
740  I=I2*H+K-1
750  J=J2*H+K1-1
760  V(I2,J2)=U(I,J)
770  NEXT  J2
780  NEXT  I2
```


© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

```
800  FOR  I2=0  TO  N*M*2
810  DS(I2)=0
820  NFXT  I2
825  PRINT  M,N,MO,NO
830  FOR  I2=0  TO  MO-1
840  FOR  J2=0  TO  MO-1
860  NA(0)=V(I2,J2)
870  NA(1)=V(I2,J2+1)
880  NA(2)=V(I2+1,J2)
890  NA(3)=V(I2+1,J2+1)
900  PRINT  NA(0); NA(1); NA(2); NA(3);
     I2; J2
910  FOR  I4=0  TO  IA
920  NC(I4)=0
925  FOR  J4=0  TO  2
930  IF  I4 < > NA(J4)  THEN  950
940  NC(I4)=NC(I4)+1
950  NEXT  J4
960  NEXT  I4
970  SH=0
980  FOR  I4=0  TO  IA
990  NF=NC(I4)/3
995  IF  NC(0)>0  THEN  1194
1000 IF  NF=0  THEN  1020
1010 SH=SH-NF*LOG(NF)
1020 NEXT  I4
1030 NT=NT+1
1040 DS(NT)=SH
1060 FOR I4=0 TO IA
1070 NC(I4)=0
1080 FOR  J4=1  TO  3
1090 IF  I4 < > NA(J4)  THEN  1110
1100 NC(I4)=NC(I4)+1
1110 NFXT  J4
1120 NEXT  I4
1130 SH=0
1140 FOR  I4=0  TO  IA
1150 NF=NC(I4)/3
1160 IF  NF=0  THEN  1180
1170 SH=SH-NF*LOG(NF)
1180 NEXT  I4
1185 NT=NT+1
1190 DS(NT)=SH
1194 NEXT  J2
1196 NEXT  I2
1200 TR=0
1210 FOR  I4=1  TO  2*MS
1220 TR=TR+DS(I4)
1230 NEXT  I4
1240 IF  NT < = 1  THEN  1260
1250 TR=TR/NT
1260 TR=TR/LOG(IA)
1270 IP(NS)=TR
1275 LPRINT  TAB(10); H,K,K1,NT,TR
1280 NEXT  K1
1286 LPRINT  TAB(5);A$;A$
1290 NEXT  K
1300 C((IA-1)*(IA-2)* 1.098612289#+3*
     (IA-1)*.636514168#)/IA/IA/LOG(IA)
1310 A=0
1340 B=0
1350 NI=0
1360 FOR  J3=1  TO  NS
1370 IF  IP(J3)=0  THEN  1410
1380 A=A+IP(J3)
1390 B=B+IP(J3)*IP(J3)
1400 NI=NI+1
1410 NEXT  J3
1420 IF  NI/NM < .5  THEN  1540
1430 ND=ND+1
1440 IF  NI < = 1  THEN  1470
1450 B=SQR((B-A*A/NI)/(NI-1))
1460 GOTO  1480
1470 B=0
1480 A=A/NI
1490 IP (NM+1)=A
1500 TR(ND,1)=A
1510 IP(NM+2)=B
1520 TR(ND,0)=B
1530 TR(ND,2)=A/C
1540 NEXT  H
1544 LPRINT
1546 LPRINT
1550 LPRINT  TAB(30);"SHANGZHI- -
     WANJU  UT"
1552 LPRINT
1554 LPRINT
1580 LPRINT  TAB(3);"H";TAB(8);
     "E(TR)";TAB(19);"E(TRO)";
1590 FOR  I=0  TO  4
1600 LPRINT  TAB((I+1)*8+27);(I+1)*20;
1610 NEXT  I
1620 LPRINT  TAB(77);"(%)";
1630 FOR  I=0  TO  5
1640 LPRINT  TAB(I*8+30);"................I";
1650 NEXT  I
1660 FOR  I=1  TO  ND
1670 FOR  I1=0  TO  1
1680 LPRINT  TAB(30);"I"
1690 NEXT  I1
1700 LPRINT  TAB(2);I  ;
1710 FOR  J=1  TO  2
1720 LPRINT  TAB((J-1)*12+5);TR(I,J);
1730 NEXT  J
1735 LPRINT  TAB(30);"I";
1740 IO=TR(I,1)*40+30
1750 IR=TR(I,2)*40+30
1760 LPRINT  TAB(30);"I";TAB(IO);
     "*";TAB(IR);"X"
1770 NEXT  I
1800 DATA  26,11,8,20,20
1810 DATA  0,0,0,0,0,5,8,0,0,0,0
1820 DATA  0,0,0,0,0,5,8,0,0,0,0
1830 DATA  0,0,0,0,0,5,5,0,0,0,0
1840 DATA  0,0,0,0,0,5,5,0,0,0,0
1850 DATA  0,0,0,0,0,5,5,5,0,0,0
```


© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

```
1860  DATA  0,0,0,0,0,5,5,5,0,0,0
1870  DATA  0,0,0,0,0,5,4,2,0,0,0
1880  DATA  0,0,0,0,5,5,4,2,0,0,0
1890  DATA  0,0,0,0,5,5,5,2,0,0,0
1900  DATA  5,5,5,5,5,5,2,2,0,0,0
1910  DATA  5,5,5,5,5,5,5,2,0,0,0
1920  DATA  5,0,5,5,5,5,5,0,0,0,0
1930  DATA  5,0,0,5,5,5,5,0,0,0,0
1940  DATA  0,0,0,5,0,5,5,0,0,0,0
1950  DATA  0,0,0,5,0,0,0,0,0,0,0
1960  DATA  0,5,5,5,5,7,5,0,0,0,0
1970  DATA  0,5,5,5,5,7,0,0,0,0,0
1980  DATA  0,0,5,5,5,7,6,0,0,0,0
1990  DATA  0,0,5,5,7,7,6,0,0,0,0
2000  DATA  0,0,0,0,0,7,6,0,2,2,0
2010  DATA  0,0,5,5,5,0,1,1,2,2,0
2020  DATA  0,0,5,5,0,5,0,1,1,1,0
2030  DATA  0,0,5,5,0,0,0,7,1,1,0
2040  DATA  0,0,0,5,0,0,7,0,0,1,2
2050  DATA  0,0,0,0,0,0,7,0,7,2,2
2060  DATA  0,0,0,0,0,0,0,0,7,2,0
2070  DATA  7,0,0,0,0,5,0,5,5,5,0
2080  DATA  0,0,0,0,0,0,9,1,6,6,0
2090  DATA  0,0,0,0,0,0,0,1,6,6,0
2100  DATA  0,0,0,0,0,0,0,1,6,2,0
2110  DATA  0,0,0,0,0,0,0,0,1,2,0
2120  DATA  0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,4
2130  DATA  0,0,0,0,0,0,0,0,1,2,2
2140  DATA  0,0,0,0,0,0,0,0,1,2,2
2150  DATA  0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,2
2160  DATA  0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,2
10000 END
```

用DATA语句给出必要的数据。首先给出5个数据（程序中的1800句），依次为网格数据的行数、列数、状态数、基本网格的长度和宽度（以m为单位）。再给出每一行数据（1810～2160句）。

检查数据无误，键入运行命令，即进行计算。计算后，输出如下结果：

1．用表格形式输出每个勘探网相对密度所有方案的熵值平均值及每一方案三角形单元的个数n；

2．输出前例中给出的熵值—网距图。

所附的计算程序适用于直接从图中取状态数值。若从图中取某标志值，其程序略有不同，限于篇幅，本文未附。

参 考 文 献

[1] Викинтьев, В.А. и др., Изв. ВУЗ, Геол и разведка, 1981, №6.

[2] 赵鹏大等，《锡矿地质讨论会论文集》，地质出版社，1987年.

[3] 赵鹏大，地球科学，1982，第1期.

[4] 池顺都，地球科学，1985，第2期.

Entropy: An Important Tool for Studying Internal Structure of Ore-bodies

Chi Shundu

In the paper the basic theory of entropy is introduced first. Then a practical example is cited to illustrate how to use entropy function to study the internal structure of ore-bodies in different states. A computer program using for this purpose is also given.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net