第26卷 第10期 地质与勘探 Vol. 26, No. 10
1990 年10月 GEOLOGY AND PROSPECTING October, 1990

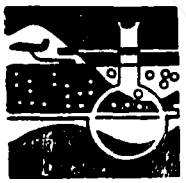
有限面极化体界面的极化特性及其复电阻率异常奇异性

王庆乙 朱添宝 黄利贤

（中国有色金属工业总公司北京矿产地质研究所）

作者通过均匀电场中的实测发现，虽然有限面极化体其界面的极化系数频谱特性可满足柯尔模型，但该模型的参数是界面位置的函数。本文建立了面极化柱（球）体面极化系数的一般表达式。通过理论计算，出现了复电阻率异常曲线的宽度和形态随频率发生奇异的变化，该理论结果得到实验的证实。有限面极化体复电阻率异常的这种奇异性，乃是激电效应为“准”线性系统的基本属性。

关键词：有限面极化体；面极化系数频率特性；视复电阻异常奇异性



60年代，金属矿表面极化的研究是在直流电场中进行的。苏联学者测定了电子导电矿物的面极化系数(λ)，同时发现了某些矿物存在着阴、阳极化的差异[1]。

70年代兴起了复电阻率法，随后形成了频谱激电法（SIP）。根据测定岩矿露头的频率特性，发现可套用电介质中的柯尔模型来描述。除了极化率参数外，还增加了时间常数（τ）和频率相关参数（$C=1-\alpha$）。激发极化媒质的复电阻率之所以能满足柯尔模型，与电化学极化产生的实电容率与频率有关，在双对数坐标图中具有线性递减的关系[4]。

在许多物理模拟中可观测到，有限面极化体上方的异常区内，视复电阻率频谱，在有些测点上有明显不符合柯尔模型的奇异频谱出现。我们曾对这类奇异频谱进行探讨[4]，发现各测点的电位频谱是满足柯尔模型的，但模型参数各不相同。这样，两测点间电位差的频谱在一定条件下可明显地不满足柯尔模型。

在进一步研究这一问题后，发现界面上面极化系数的频谱满足柯尔模型，但其模型参数是界面位置的函数。由此建立的界面柯尔模型公式具有复杂的形式。这是导致视复电阻率随频率变化产生奇异异常的原因，反应出激电系统与电流密度呈非线性关系。即使在电流密度小的情况下，也不过是准线性系统。这是面极化体的一个基本属性，可用于区分异常源性质。

理论和实测视复电阻率异常的特征

当电子导体置于电阻率为ρ的溶液中时，如有电流通过两相界面，则界面上的超电压（ΔU）与密度的法向分量(j_n)成正比。

$$\Delta U = U^{(1)} - U^{(2)} = -kj_n = -\Delta U \qquad (1)$$

$U^{(1)}$和$U^{(2)}$分别为溶液和电子导体上的超电位，负号表示超电压增加与电流密度的方

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

向相反；k为比例系数。实验表明，k值与溶液的电阻率有关。为此引入面极化系数λ，令

$$\lambda=\frac{k}{\rho} \qquad (2)$$

考虑到频率特性，则(1)式可写成

$$\lambda(i\omega)=\frac{-\Delta U(i\omega)}{\rho\cdot j_n(i\omega)}=\frac{-\Delta U(i\omega)}{\rho\cdot\frac{I(i\omega)}{S}}$$

$$=-\frac{S}{\rho}Z(i\omega) \qquad (3)$$

式中S为电子导体在溶液中的面积，$Z(i\omega)$为界面的复阻抗。当$\omega=0$时，

$$\lambda(0)=-\frac{S}{\rho}Z(0) \qquad (4)$$

电子导体界面复阻抗的频谱符合柯尔模型。当频率足够高时，界面的极化效应消失。此时，$Z(\infty)\to 0$。故界面复阻抗柯尔模型可表达为

$$Z(i\omega)=\frac{Z(0)}{1+(i\omega\tau)^{1-a}} \qquad (5)$$

将(3)、(4)式代入(5)式，得标本界面复面极化系数

$$\lambda(i\omega)=\frac{\lambda(0)}{1+(i\omega\tau)^{1-a}} \qquad (6)$$

将(6)式作为图1中面极化柱体界面的面极化系数，则可得理论面极化柱体的复视电阻率异常表达式为

$$\rho_a(i\omega)=\rho_1\left[1+\frac{\rho_2+\frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1-\rho_1}{\rho_1+2\rho_2+2\frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1}\cdot r^2\frac{h^2-x^2}{(x^2+h^2)^2}\right] \qquad (7)$$

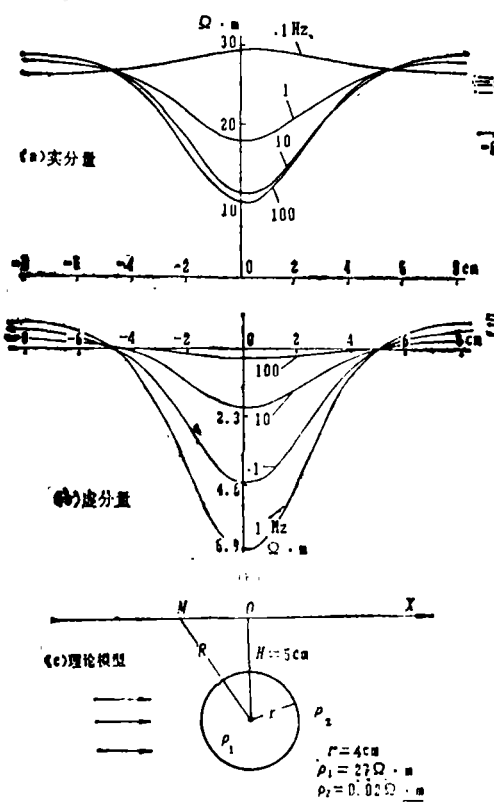


图 1 全空间面极化圆柱体理论的视复电阻率异常

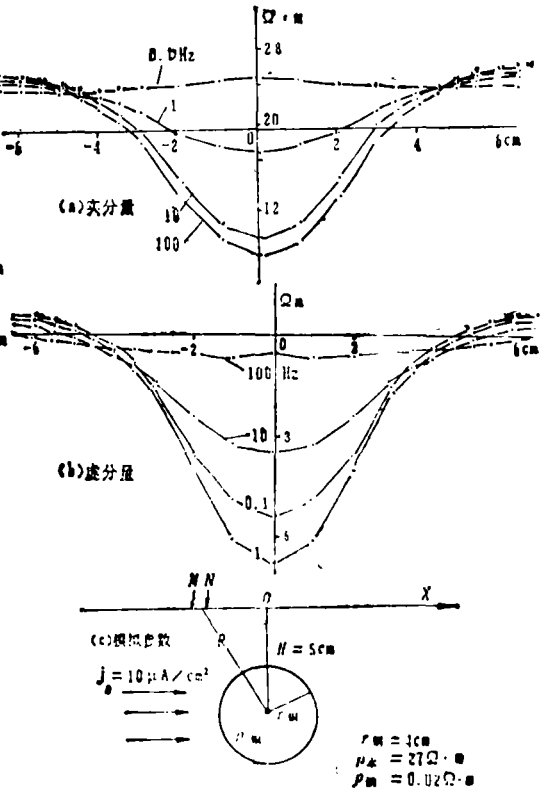


图 2 全空间面极化圆柱体实测的视复电阻率异常

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

图1是由(7)式计算得到的视复电阻率实分量和虚分量异常。可以看到，异常的幅度是频率的函数；不同频率的异常宽度相同，均表现有偶极线异常的特性，且与频率无关。

我们在水槽中，模拟了理论条件。在全空间均匀场中，实测了面极化柱体的视复电阻率异常（图2）。不难看出，实测异常的幅度虽然也是频率的函数，但是不符合偶极线异常的特征。异常的宽度和形态均随频率发生奇异的变化，尤以虚分量异常的这种奇异变化更为明显。为此，有必要对有限面极化体界面特性作进一步的研究。

有限面极化体界面特性的研究

1．理论结果

（1）面极化柱体界面超电压与面极化系数的关系　在激电效应的频率范围内，激电场属似稳场。它满足拉普拉斯方程，即

$$\nabla^2 U = 0 \qquad (8)$$

设激电系统为线性系统．其界面超电压与电流密度具有(1)、(2)式所描述的关系。界面两侧的法向分量总是连续的，故有限面极化体的一般边界条件可写成

$$U^{(1)}(i\omega) - U^{(2)}(i\omega) = -\lambda(i\omega) \cdot \rho \cdot j_n(i\omega) \qquad (9)$$

$$\frac{1}{\rho_1} \cdot \frac{\partial U^{(1)}(i\omega)}{\partial n} = \frac{1}{\rho_2} \cdot \frac{\partial U^{(2)}(i\omega)}{\partial n} \qquad (10)$$

如能给出有限面极化体的空间形状和有关的电性参数，则可由方程式(8)、(9)、(10)得到定解。

由图1中给出的定解条件，可求得柱外和柱内激电场的电位：

$$U^{(1)}(i\omega) = \left[1 + \frac{\rho_2 - \rho_1 + \frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1}{\rho_2 + \rho_1 + \frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] j_0 \rho_1 R\cos\theta \qquad (11)$$

$$U^{(2)}(i\omega) = \left[1 + \frac{\rho_2 - \rho_1 - \frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1}{\rho_2 + \rho_1 + \frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1}\right] \cdot j_0 \rho_1 R\cos\theta \qquad (12)$$

从(11)式可以看出，柱体界面极化后，柱体的等效复电阻率为

$$\rho_2(i\omega) = \rho_2 + \frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1 \qquad (13)$$

应该指出，(13)式对面极化球体同样等效。

令$R = r$，由(11)和(12)式可得柱面超电压和面极化系数的关系式为

$$\Delta U(i\omega) = U^{(1)}(i\omega) - U^{(2)}(i\omega) = \frac{2\rho_1^2 \lambda(i\omega)}{\rho_1 + \rho_2 + \frac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1} \cdot j_0 \cos\theta \qquad (14)$$

$$\lambda(i\omega) = \frac{\Delta U(i\omega)}{2\rho_1 j_0 \cos\theta - \frac{\Delta U(i\omega)}{r}} \qquad (15)$$

如果用标本面极化系数作为柱面的面极化系数，由于标本面极化系数(5)式只是频率的函数，因此，在不同频率下柱面超电压幅度不同，但在柱面上的分布均为余弦函数。反之，由(15)式可知，只要超电压在界面呈余弦函数分布，则面极化系数在柱面上处处相等。

（2）复平面的映射　因为超电压为复数量，故(14)和(15)式均为复变函数关系，即由超电压平面上的点集G变到面极化系数平面上点集G^*的映射。

令(15)式中的各量为：

$$\begin{cases} A = -r \\ B = -2\rho_2 j_0 \cos\theta \cdot r^3 \\ C = -2\rho_1 j_0 \cos\theta \cdot r^2 \end{cases} \qquad (16)$$

则(15)式有如下形式：

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\lambda = A + \frac{B}{\Delta U + C} \qquad (17)$$

(17) 式为复变函数的分式线性映射。不难证明，分式线性映射具有保角性和保圆性。即 ΔU 随频率参数在复平面上的运动轨迹是一个柯尔圆弧的话，则映射到 λ 复平面上也是一个柯尔圆弧。

设 ΔU 平面上柯尔圆的圆心坐标为 (x_0, y_0)，半径为 r_0。由(17)式经线性反演、平移的复合映射，可求得 λ 平面上柯尔圆的圆心坐标 (u, v) 和半径 r'。

$$\begin{cases} u = A + \dfrac{B\cdot(x_0+C)}{(x_0+C)^2+y_0^2+r_0^2} \\ v = \dfrac{-By_0}{(x_0+C)^2+y_0^2+r_0^2} \\ r' = \left|\dfrac{B\cdot r_0}{(x_0+C)^2+y_0^2+r_0^2}\right| \end{cases} \qquad (18)$$

式中 A，B，C 的值由 (16) 式给出。

设 ΔU 和 λ 平面上柯尔模型的频率相关指数分别为 α 和 α'，根据几何意义可得：

$$\sin\frac{\pi\alpha}{2} = \frac{y_0}{r_0}(\Delta U\text{平面})$$

$$\sin\frac{\pi\alpha'}{2} = \frac{v}{r_0'}(\lambda\text{平面})$$

由 (18) 式得：

$$\frac{y_0}{r_0} = \frac{v}{r'}$$

则

$$\alpha = \alpha' \qquad (19)$$

上述理论结果证明，超电压和面极化系数的频谱特性有同型的模型。模型间尺寸不同，但频谱相同。

2. 观测装置与实测结果

(1) 观测装置　界面特性的测定是在 $1\times0.7\times0.7$m的水槽中进行的。电子导体标本采用金属黄铜柱（直径8cm，长30cm）和纯石墨柱(直径10cm,长20cm)。溶液为普通自来水(27Ω·m)。

被测柱体置于水槽中央，水深不超过柱体的高度,使上柱面露出水面(图3)。用两块不锈钢片相对地贴在槽内两侧，作为供电极板。一个测量电极直接从出露柱面的中心引出；另一个为不极化电极，置于水中和柱体界面接触。为减少溶液欧姆损耗，把不极化电极玻璃管拉尖弯曲，使其紧靠柱面。为了克服在观测过程中硫酸铜渗入水中而改变溶液性质，不极化电极端部用明胶堵塞。观测仪器为1250型频率响应分析仪。

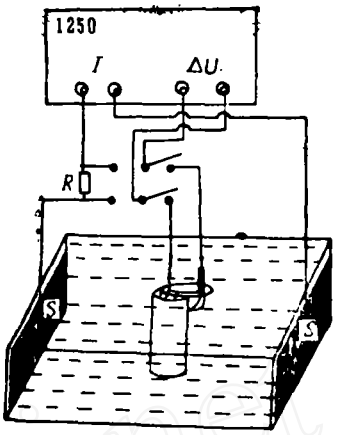


图 3　面极化圆柱体频谱特征的测量装置

槽内的电流密度为每cm^2小于10μA，既保证观测精度，又使观测在线性范围内。

(2) 计算面极化柱体的面极化系数公式　为消除供电极板极化不稳定性的影响，在观测界面超电压的同时，还观测了供电回路中的电流值(I)。将实测超电压用电流值进行规一化。这样由 (15) 式计算面极化系数的表达式将改为如下形式：

$$\lambda(i\omega,\theta) = \frac{\dfrac{\Delta U(i\omega,\theta)}{I(i\omega)}\cdot\dfrac{S}{\cos\theta}}{2\rho_1 - \dfrac{1}{r}\cdot\dfrac{\Delta U(i\omega,\theta)}{I(i\omega)}\cdot\dfrac{S}{\cos\theta}} \qquad (20)$$

式中 S 为供电极板在水中的面积；θ 为柱面上的观测点与电流方向的夹角。

(3) 柱体界面实测结果　见图4至图7。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

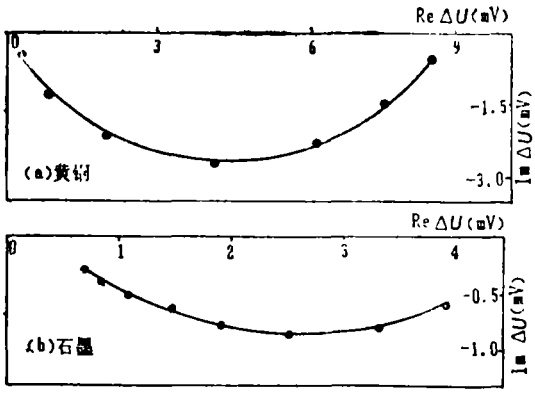


图 4　实测的圆柱体界面表面超电压的柯尔-柯尔频谱曲线

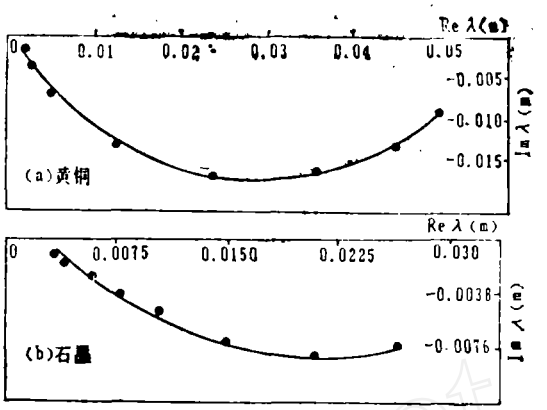


图 5　圆柱体面极化系数的柯尔-柯尔频谱曲线

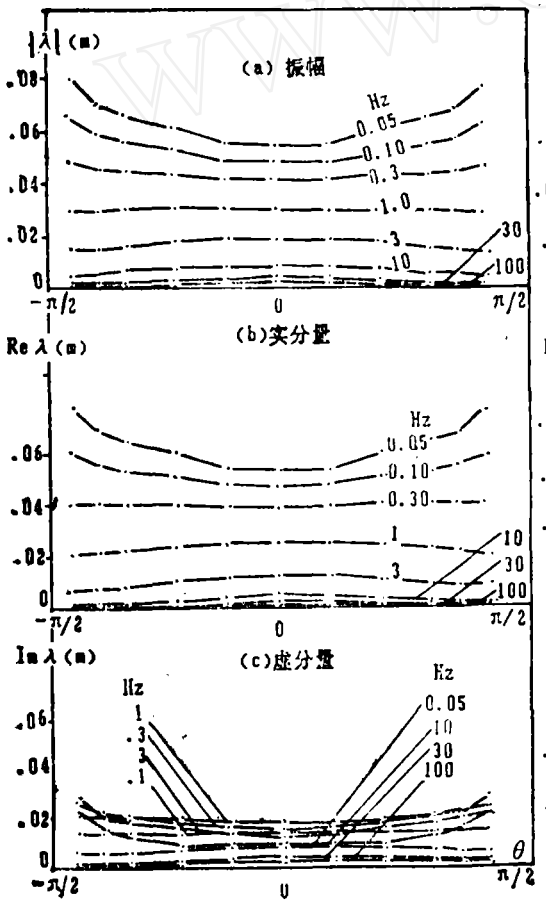


图 6　黄铜柱体界面面极化系数频谱分布曲线

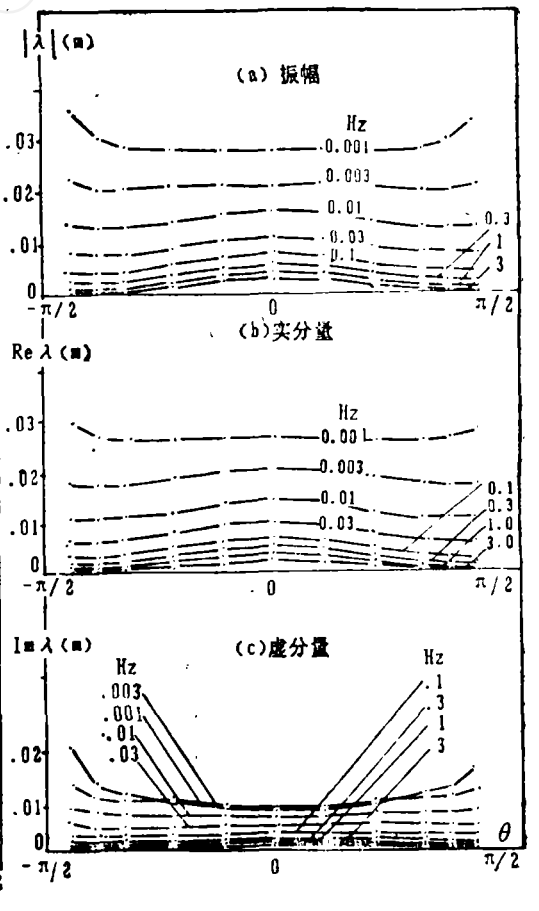


图 7　石墨柱体界面面极化系数频谱分布曲线

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

观测结果的分析和讨论

1．在电流场作用下，柱面各点极化作用产生的超电压和面极化系数的频谱特性，均较好地符合柯尔模型（见图4、5）。

2．前述理论结果表明，由于标本的面极化系数只是频率的函数，则柱面上超电压应该呈余弦函数分布；面极化系数呈常数分布。柱面上法向电流密度分布，由（14）和(9)式相比得

$$j_n(i\omega)=\frac{2\rho_1}{\rho_1+\rho_2+\dfrac{\lambda(i\omega)}{r}\rho_1}j_0\cos\theta \tag{21}$$

显然，柱面电流密度的理论分布也应该是余弦函数。

将这些理论结果和图6、7的实际结果相比，可见柱面上绝大多数的超电压都偏离余弦函数分布，而且面极化系数也不呈常数分布。

对面极化系数柱面分布的频率特性来说，从图6、7中实分量的分布可以看到，只有在频率为$f_0\approx0.3$Hz（黄铜柱）和$f_0\approx0.001$Hz（石墨柱)时才呈常值分布，与理论结果符合。当$\omega>\omega_0$的面极化系数分布都呈向上凸的曲线，由（21）式知，柱面的电流密度分布，随θ角的增加比余弦函数的变化要慢；当$\omega<\omega_0$时，面极化系数分布则都呈向下凹的曲线，其电流密度分布随θ角增加，比余弦函数变化要快，如图8所示。

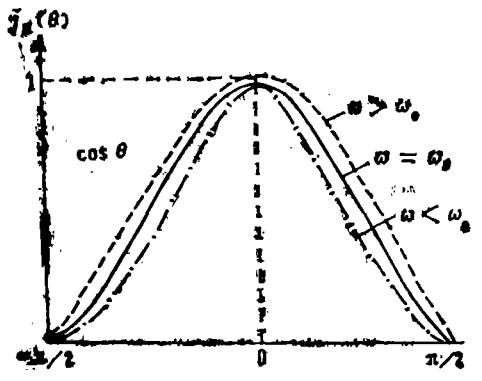


图 8 面极化柱界面法向电流密度随频率不符合余弦分布图

对于虚分量面极化系数来说，用柯尔模型的虚分量有极大值出现，在高、低频率到虚分量极大值频率之间，将各出现一次符合理论结果，即有两个频率的虚分量面极化系数，在柱面上呈常数分布。所以，虚分量柱面的分布要比实分量复杂。

由上述情况可知，理论和实测结果的不相符合，表明了有限面极化体界面的奇异特性。

3．既然柱面上各点的超电压和面极化系数都符合柯尔模型，但柱面上超电压和面极化系数的分布，又与理论结果不符。这些奇异现象反映的是什么呢？

我们通过对柱面上各点面极化系数的柯尔模型进行计算后发现，原来柱面上各点面

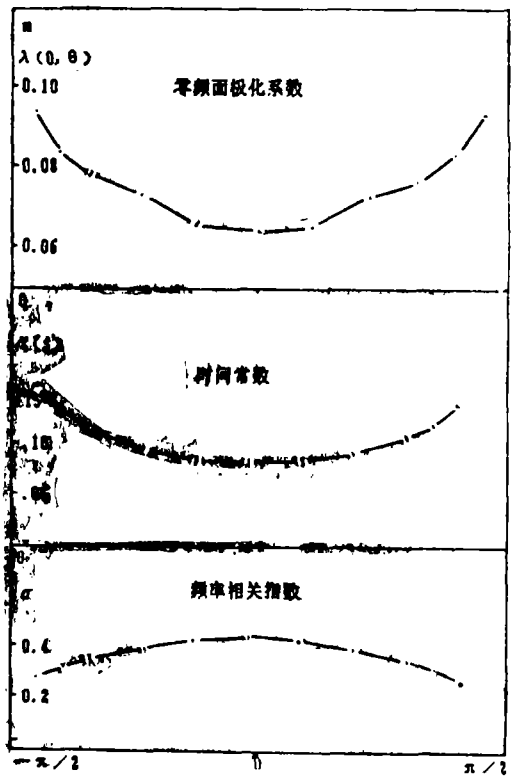


图 9 黄铜柱体界面上柯尔—柯尔模型的参数分布图

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

极化系数和柯尔模型的参数是各不相同的。

模型的三个参数，零频时，面极化系数 $\lambda(0,\theta)$、时间常数$\tau(\theta)$和频率相关指数$\alpha(\theta)$，在柱面上分布的规律示如图9。

由柱面上分布的规律，我们近似地给出如下的关系式：

$$\lambda(0,\theta)=\lambda\left(0,\frac{\pi}{2}\right)(1-k_\lambda\cos\theta)$$

$$k_\lambda=1-\frac{\lambda(0,\theta)}{\lambda\left(0,\frac{\pi}{2}\right)} \qquad (22)$$

$$\tau(\theta)=\tau\left(\frac{\pi}{2}\right)(1-k_\tau\cos\theta)$$

$$k_\tau=1-\frac{\tau(0)}{\tau\left(\frac{\pi}{2}\right)} \qquad (23)$$

$$\alpha(\theta)=\alpha\left(\frac{\pi}{2}\right)(1+k_\alpha\cos\theta)$$

$$k_\alpha=\frac{\alpha(0)}{\alpha\left(\frac{\pi}{2}\right)}-1 \qquad (24)$$

由上述关系式，可给出面极化柱体面极化系数$\lambda(i\omega,\theta)$的柯尔模型表达式为：

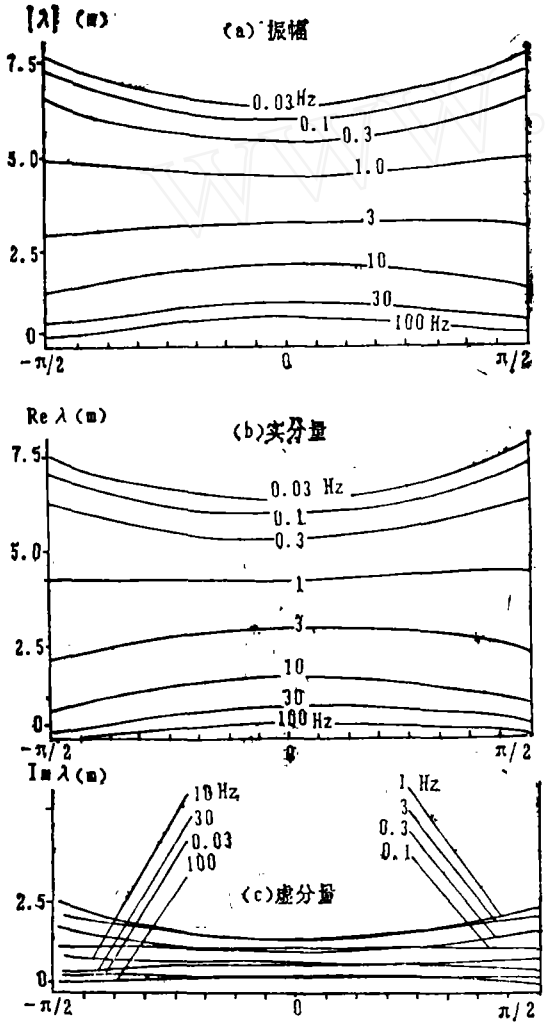


图 10 由（25）式算得的黄铜柱面极化系数界面分布曲线

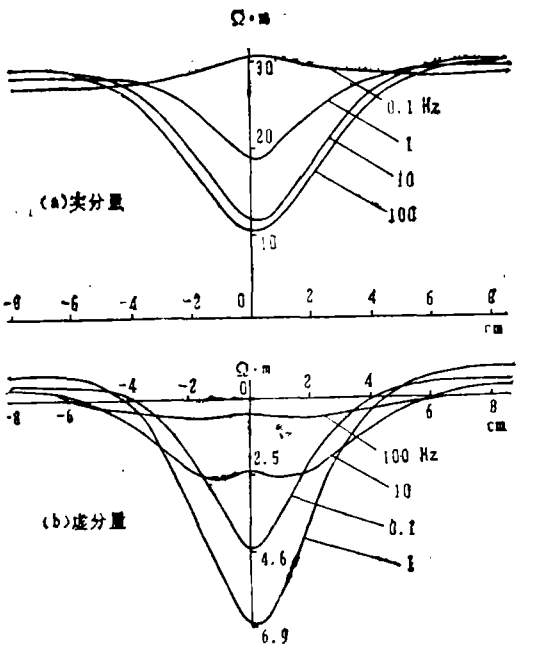


图 11 将（25）式计算结果代入（7）式计算的黄铜柱体视复电阻率异常

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\lambda(i\omega,\theta)=\frac{\lambda(0,\theta)}{1+[i\omega\tau(\theta)]^{1-\alpha(\theta)}} \quad (25)$$

4．实例验证的结果

（1）从黄铜柱观测得到的结果中，我们由图9取 $\lambda\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\tau\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 和 $\alpha\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 值，求得 $k_\lambda=0.31$，$k_\tau=0.54$ 和 $k_\alpha=0.8$。由(22)至(25)式中反演得到黄铜柱面的面极化系数分布，其结果如图10。反演获得的结果与实测得到的结果（见图6）吻合得很好，证实我们给出的表达式（25），正确地反映了面极化柱体的界面特性。

（2）将(25)式代入(7)式，可计算得到黄铜柱极化柱体在全空间的视复电阻率异常。计算结果如图11所示。它与图2实测结果也吻合得较好。可以看出异常的幅度、宽度和波形，随频率发生的奇异变化。

结　论

1．有限面极化体复电阻率异常的宽度、形态、幅度随频率发生奇异的变化，以及在异常边部可观测到不符合柯尔模型的奇异频谱，都是有限面极化体界面极化系数随频率产生奇异变化的结果。

2．面极化系数在界面上的奇异分布，是流过界面的电流密度不同造成的。即使在小电流密度下，激电也是一个准线性系统。这意味着有可能利用不同的电流密度来区分矿与非矿异常。在目前的技术条件下，地面浅部或钻孔激电法可达到这个目的。

3．我们在面极化柱面上得到的面极化系数频谱，由拟合得到的零频（直流）面极化系数极限值，小于0.1m。它比苏联学者用直流电测得的值（约1m）要小一个数量级。

4．关于面极化体的物理模拟问题，许多学者认为没有一个比例模拟的准则[3]。但是，通过我们的工作，不难找到一个可行的比例准则。关于这方面的研究内容，将在以后撰文介绍。

参 考 文 献

[1] 柯马罗夫，B. A.，《激发极化法电法勘探》，地质出版社，1980.

[2] Guptasarma, D., Geophysics, 1983, Vol. 48, p. 98~105.

[3] 王庆乙等，地质与勘探，1986，第1期.

[4] 王庆乙等，地质与勘探，1986，第2期.

[5] Zonge, K. L. et al., Geophysics, 1975, Vol. 40, №5.

[6] Pelton, W. H. et al., Gepphysics, 1978, Vol. 43, No.3.

Polarization Characteristics of the Interface of a Finite Surface Polarizable Body and Its Curious Complex Resistivity Anomaly

Wang Qingyi　Zhu Tianbao　Huang Lixian

By measurements in a uniform electric field, it has been found that the frequency spectrum of surface polarization coefficient on the interface of a finite surface polarizable body can satisfy the cole-cole model with its parameters as a function of the location of the interface. A general expression of surface polarization coefficient for a surface polarizable cylinder (or sphere) was established. It is shown by calculation with the expression that a curious variation of the width and shape of complex resistivity anomaly curves will be obtained. This result has been confirmed by experiments. This curious feature of complex resistivity anomaly is believed to be a basic attribute of the'quasi-linear' IP effect.

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net