

不同储量计算方法之间的关系

蒋 志

(黄金指挥部)

用储量积分公式联系了差分公式(传统方法和地质统计学方法)和统计公式(单指标法和双指标法);用品位的矿床隶属函数联系了表内矿品位分布与全矿床品位分布。

关键词: 储量计算;基本积分公式;差分公式;传统方法;地质统计学方法;统计公式;单指标法;双指标法;表内矿品位分布函数;品位的矿床隶属函数



工作方法

目前,我国所用的储量计算方法,主要是基于立体几何的传统方法。地质统计学方法、数理统计学方法等,也在试用。本文探索的是这些方法之间的关系或联系,而不探究计算细节。但对本文新引入的关系或算法,则作较详细的讨论。

基本公式

矿床储量的计算方法,可一般地表示为如下基本积分:

$$Q = \int D dv \quad (1)$$

$$P = \int \xi D dv \quad (2)$$

$$C = P/Q \quad (3)$$

式中, Q 为矿石量; P 为金属量; C 为平均品位; $D = D(x, y, z)$ 为空间点 (x, y, z) 处的矿石体重; $\xi = \xi(x, y, z)$ 为空间点 (x, y, z) 处的元素含量。式(1)、

(2) 积分的空间范围是由矿床工业指标决定的。工业指标中主要指标是边界品位 B ; 在我国,工业品位 G 也是主要指标。这两种指标通常表示为:

$$\xi(x, y, z) \geq B \quad (4)$$

$$\bar{\xi} \geq G \quad (5)$$

显然,式(4)是矿体边界方程;式(5)是在式(4)基础上,对矿床块段平均品位 $\bar{\xi}$ 的更严格约束条件。

差分公式

式(1)、(2)可改写为如下差分公式:

$$Q \approx \sum_{i=1}^n D_i \Delta V_i \quad (6)$$

$$P \approx \sum_{i=1}^n \xi_i D_i \Delta V_i \quad (7)$$

式(6)、(7)中, ΔV_i 为矿床中第 i 个块体的体积; D_i 为第 i 个块体的平均体重; ξ_i 为第 i 个块体的平均品位。矿床的平均品位仍用式(3)计算。

显然,式(6)、(7)就是目前实际上在用的储量计算公式。用式(6)、(7)进行储量计算时,发展出了多种方法。归纳起来,主要是两大类。

第一类,是所谓的传统方法,是国内计算储量的主要方法。首先根据矿床工业指标和矿体特点,划分不同块体 ΔV_i ; 其次,估计每个块体的平均品位 ξ_i 和平均体重 D_i ; 第三,也是最繁琐的,是把已划分的形状和大小不同的块体,想象为诸如菱柱体、角锥

体、截锥体、楔形体、截楔形体、四面体等,用精确的或近似的几何公式计算体积 ΔV_i 。然后,把这样求得的 D_i 、 ξ_i 、 ΔV_i 代入式(6)、(7)进行计算。这些方法是熟知的,这里不再赘述。

第二类,是所谓的地质统计学方法,或克里金法,是国外计算储量的主要方法。首先把 ΔV_i 固定为一定的规则形体,如划分为固定的、等大的正方体或长方体,然后计算品位的变差函数或体重的变差函数,解克里金方程,求得克里金系数,估计每个块体的平均品位及其方差或平均体重及其方差;最后与边界品位(相当工业品位)比较,计算式为(6)、(7)。这种估计方法,也有不同的实施方案,如点克里金,块克里金,规则克里金,随机克里金等。由于这种方法所得的结果是无偏估计,应是最可靠的。

统计公式

考虑矿体体积 V 为:

$$V = \int dv \quad (8)$$

以及

$$dv = \frac{\partial v}{\partial \xi} d\xi \quad (9)$$

并设

$$f_1(\xi) = \frac{1}{V} \frac{\partial v}{\partial \xi} \quad (10)$$

以及

$$D = D(\xi) \quad (11)$$

把式(8)、(9)、(10)、(11)代入式(1)、(2)得:

$$Q = V \int D f_1(\xi) d\xi \quad (12)$$

$$P = V \int D \xi f_1(\xi) d\xi \quad (13)$$

从式(10)可看出, $f_1(\xi)$ 是矿床中元素含量 ξ 在样品区间 $d\xi$ 中的频率,或 $f_1(\xi)$ 是一种品位概率分布函数。因此,式(12)、

(13)即是计算储量的数理统计公式。由于式(10)、(11)可根据观测数据确定,故式(12)、(13)即可被确定。

在实际中,式(12)、(13)并不直接用来计算储量,而是根据其边界品位或工业品位的变动仅表现为积分下限的变动这一特点,而用来研究矿床工业指标的优化问题。对地质统计学储量计算方法来说,由于用单指标边界品位圈矿,等于大于边界品位的矿石都圈入矿体。因此,式(12)、(13)的积分下限就是边界品位, $f_1(\xi)$ 是全矿床品位概率分布密度函数 $f(\xi)$ 。但对传统计算储量方法来说,由于用边界品位和工业品位双指标圈矿,介于边界品位与工业品位之间的矿石,既可能圈入矿体,也可能圈出矿体,甚至个别大于工业品位的矿石也有圈出矿体的情形。因此,尽管式(12)、(13)的积分下限仍为边界品位,但 $f_1(\xi)$ 不再是全矿床品位概率分布密度函数 $f(\xi)$,而应是表内矿品位概率分布密度函数。关键的问题是确定 $f_1(\xi)$ 的函数形式,这是个悬而未决的问题,也是本文的讨论重点。

表内矿品位分布

陈希廉^①在研究胡家庙子铁矿工业指标时认为,介于边界品位 B 与工业品位 G 之间的矿石,其品位越接近 G ,越易被圈入矿体。因此,把 $f_1(\xi)$ 线性地表示为 $f(\xi)$ 的函数:

$$f_1(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi < B \\ \frac{\xi - B}{G - B} f(\xi), & B \leq \xi < G \\ f(\xi), & \xi \geq G \end{cases} \quad (14)$$

应指出,式(14)是个优化的近似式。但 $\xi = B$ 的矿石一概不圈入矿体, $\xi \geq G$ 的矿石全部圈入矿体,则有些绝对化。

姜云武^②在以弓长岭铁矿一个矿体为例,研究露天矿系统状态优化问题时,根据储量计算后的矿床实际资料拟合的表内矿品

① 陈希廉, 胡家庙子铁矿合理矿床工业指标研究中: 所采用的数理统计储量计算方法, 1987。

② 姜云武, 露天矿系统状态优化研究, 1988。

位分布却表明, $\xi = B$ 的矿石有一部分被圈入矿体, $\xi \geq G$ 的矿石也有一部分未圈入矿体。

对上述问题, 可以从理论上作如下讨论:

一般用传统方法计算储量时, 用工业品位衡量的是矿块。如果认为控制矿块的 N 个品位都遵循全矿床品位的概率分布, 则根据概率乘法定理, N 个品位共处于同一个矿块的概率为每个品位存在概率的乘积。据此, 可将表内矿品位分布的概率密度函数写为:

$$f_1(\xi) = A \int_{\xi + \sum_{i=1}^{N-1} \xi_i \geq NG} f(\xi) \prod_{i=1}^{N-1} f(\xi_i) d\xi_i$$

$$= Af(\xi) \left\{ \left[1 - F\left(NG - \xi - \sum_{i=1}^{N-1} \xi_i\right) \right] \prod_{i=1}^{N-1} f(\xi_i) d\xi_i \right.$$

$$= Af(\xi) \left\{ \left[1 - F\left(2G - \xi - \sum_{i=1}^{N-1} (\xi_i - G)\right) \right] \prod_{i=1}^{N-1} f(\xi_i) d\xi_i \right. \quad (15)$$

式 (15) 中, A 为待定常数。

式 (15) 的计算相当复杂, 并且, 由于各个矿块的 N 不一致, 计算难度更大。

考虑介于边界品位与工业品位之间的矿石大都处于矿体边缘, 最可能的情况是低于工业品位与高于工业品位的矿石平均计算时, 其平均品位高于工业品位, 而使两者都

圈入矿体。对这种最可几的情况, 可得到:

$$f_1(\xi) = A \int_{\frac{\xi_1 + \xi}{2} \geq G} f(\xi) f(\xi_1) d\xi_1$$

$$= A \int_{\xi_1 \geq 2G - \xi} f(\xi) f(\xi_1) d\xi_1$$

$$= A[1 - F(2G - \xi)]f(\xi) \quad (16)$$

当 $\xi \geq 2G - B$ 时, ξ 与 B 、 G 之间的品位平均全部大于或等于 G 。因此, 当 $\xi = 2G - B$ 时, 有 $f_1(\xi) = f(\xi)$, 从而可从式 (16) 求得:

$$A = \frac{1}{1 - F(B)} \quad (17)$$

综合以上讨论, 可得:

$$f_1(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi < B \\ \frac{1 - F(2G - \xi)}{1 - F(B)} f(\xi), & B \leq \xi < 2G - B \\ f(\xi), & \xi \geq 2G - B \end{cases} \quad (18)$$

式 (18) 中:

$$F(2G - \xi) = \int_0^{2G - \xi} f(\xi') d\xi' \quad (19)$$

$$F(B) = \int_0^B f(\xi) d\xi \quad (20)$$

式 (18)、(19)、(20) 即为本文求得的表内矿品位概率分布密度函数的最可几形式。其与陈希廉、姜云武的相应函数形式比较见图 1。从图 1 看, 式 (18) 具有式 (14)

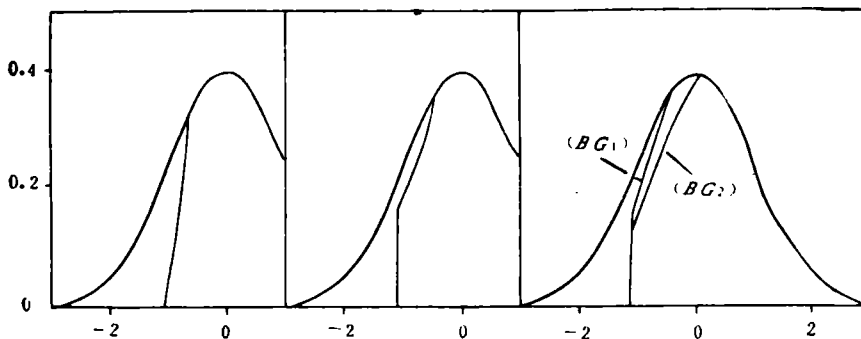


图 1 几种表内矿品位分布比较

图中从左至右, 分别为陈希廉方式、姜云武方式和本文式 (18); $f(\xi)$ 为标准正态分布; 右半部为 $f_1(\xi)$

便于计算的显函数优点,同时包含姜云武经验结果的内容,并且,由于该式是从理论上建立的,故应具有—般性,即由于式(18)具最可几特点,计算式(12)、(13)的双指标情况时,式(18)是个最佳选择。

品位的矿床隶属函数

如果定义

$$\mu_m(\xi) = \begin{cases} 0, & \xi < B \\ \frac{1-F(2G-\xi)}{1-F(B)}, & B \leq \xi < 2G-B \\ 1, & \xi \geq 2G-B \end{cases} \quad (21)$$

则式(18)可简写为

$$f_1(\xi) = \mu_m(\xi) f(\xi) \quad (22)$$

从模糊数学的角度看,式(21) $\mu_m(\xi)$ 就是品位 ξ 的矿床隶属函数。也就是说, $\xi < B$ 的矿石,矿床隶属度为0; $\xi \geq 2G-B$ 的矿石,矿床隶属度为1;品位介于 B 和 $2G-B$ 之间的矿石,随品位增加,其矿床隶属度由0变到1。

式(22)所示的关系是,表内矿品位分布是全矿品位分布与品位的矿床隶属函数的

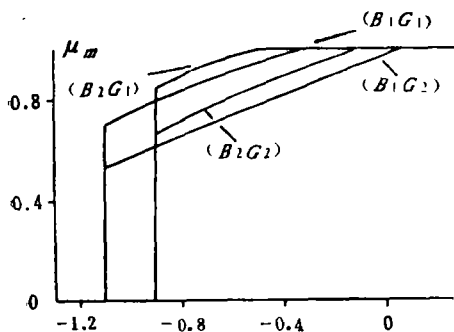


图2 品位的矿床隶属函数的变化

图中 $f(\xi)$ 取为标准正态分布

乘积。对照式(15)看,这个结论不仅是针对最可几情况,具有一般性。

从式(21)看,品位的矿床隶属度除与全矿品位分布 $f(\xi)$ 有关外,还决定于边界品位 B 和工业品位 G 。从图2看,当工业品位 G 固定时, B 越小,模糊区越大,越易把低品位矿石圈入矿体而把高品位矿石圈出矿体;当边界品位 B 固定时, G 越小,模糊区也越小,越不易把低品位矿石圈入矿体,也不易把高品位矿石圈出矿体。综合来看,边界品位与工业品位越靠近,模糊区越小;反之越大。因此,根据式(21),则不应无限地要求降低边界品位,但合理地降低工业品位反而对合理利用矿石有利。

应强调指出,当边界品位 B 趋近工业品位 G 时,由式(21)可得:

$$\lim_{B \rightarrow G} \mu_m(\xi) = \begin{cases} 0, & \text{当 } \xi < B = G \text{ 时} \\ 1, & \text{当 } \xi \geq B = G \text{ 时} \end{cases} \quad (23)$$

式(23)表明,当 $B \rightarrow G$ 时, $\mu_m(\xi)$ 变为 δ -函数,失去了模糊数学中的隶属函数意义,而使式(18)、(22)与单指标计算一致。即 $B \rightarrow G$,双指标计算变为单指标计算。如果把储量计算表示为基本积分公式,则传统的储量计算和地质统计学的储量计算都是具体解决其近似式—差分公式的计算实现问题。其中,传统方法是用立体几何公式求算体积;地质统计学方法是用变差函数估计品位。数理统计储量计算公式是基本积分公式由三度空间 (x, y, z) 向含量空间 (ξ) 的坐标变换式。其中,单指标法对应地质统计学方法,较易实现;双指标法对应传统方法,涉及表内矿品位分布,使计算的实现复杂;联系二者的是品位的矿床隶属函数。

The Relationship between Different Calculation Methods of Ore Reserves

Jiang Zhi

In ore reserves calculation, the integral formula can be used to link up the difference formula (the traditional method and geostatistic method) with the statistical formula (the single index method and double index method). Ore grade distribution of the ores entered in the reserves balance sheet and that of the whole ore deposit are integrated with each other by the membership function of the ore grade for the deposit.