

在对数正态分布下的析取克立格法 及其在储量估算中的应用

吴龙英

(成都地质学院)

本文主要论述在对数正态分布下的析取克立格法, 它包括利用三参数对数转换法的原始数据正态化转换、转换系数 C_k 的计算和储量估算。并对对数转换法与图解转换法转换原始数据的结果和转换系数 C_k 、块段估值及估值方差作了对比。

关键词: 析取克立格法; 三参数对数转换; 转换系数 C_k ; 储量估算; 图解法转换



工作方法

多数矿床中, 地质变量的概率呈对数正态分布。在对数正态分布下, 析取克立格转换函数的计算与一般情况下析取克立格转换函数计算方法不同, 原始数据正态化转换的方法和复杂程度也不同。本文主

要论述在对数正态分布情况下析取克立格法及其在某铝土矿储量计算中的应用, 并对比了用对数转换法与图解法转换原始数据的结果及转换系数、块段估值和估值方差。

原始数据的正态化转换

析取克立格法采用的数据是标准正态分布下的数据。通常, 在矿体上得到原始数据的概率分布不是标准正态分布, 因此, 必须将原始数据转换为标准正态分布的数据。原始数据的转换可用图解法转换, 当原始数据概率是对数正态分布时, 也可用对数正态转换。下面论述对数转换:

假设 x 是服从对数正态分布的变量。若 $\log_e(x)$ 是正态分布, 则 x 的概率分布称为二参数对数正态分布; 若 $\log_e(x+\beta)$ 是正态分布, 则 x 的概率分布

称为三参数对数正态分布, 其中 β 是常数。在对数概率分布图上, 二参数对数正态值的累积概率分布多呈一直线, 但有时并非是直线, 常表现出一种低数值区的弯曲; 而 $\log_e(x+\beta)$ 值则是一直线(图1)

三参数对数正态分布律由3个参数决定, 即 β , $\log_e(x+\beta)$ 的平均值和 $\log_e(x+\beta)$ 的均方差。

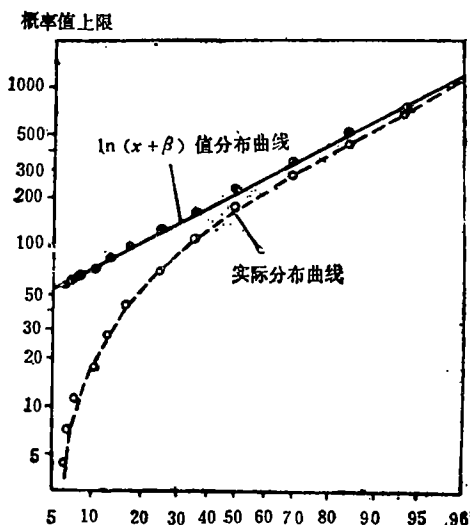


图1 三参数对数值的概率分布图

当地质变量的数量足够多时, 附加常数 β 可用下式计算:

$$\beta = \frac{m^2 f_1 f_2}{f_1 + f_2 - 2m} \quad (1)$$

式中, m 相当于 50% 累积概率的地质变量值; f_1 、 f_2 分别相当于 p 和 $1-p$ 累积概率的地质变量值。依理, p 可为任意的概率值, 一般最佳值在 5%~20% 之间。应注意, p 值的选择对 β 值的变动是敏感的, 故要用图示校正。

当 β 值确定后, 可取值 $\ln(x_i + \beta)$, 并计算 $\ln(x_i + \beta)$ 的平均值 μ_e 和均方差 σ_e , 然后将原始数据 x_i 用下列公式转换成标准正态分布数据 y_i 。

$$y_i = [\ln(x_i + \beta) - \mu_e] / \sigma_e \quad (2)$$

这种转换比图解法简单。

转换系数 C_k 和埃尔米特多项式的计算

原始数据值 x 和转换值 y 之间的关系由转换函数来规定。

1. 一般情况下, 析取克立格法的转换函数可由埃尔米特多项式表示:

$$x = \phi(y) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k H_k(y) \quad (3)$$

其中, $H_k(y)$ 是由Rodnue方程提供的 k 阶埃尔米特多项式。 C_k 为转换系数, 由下列公式计算:

$$C_k = \frac{1}{k! (2\pi)^{1/2}} \cdot \sum_{j=1}^j W_j \phi(y_j) H_k(y_j) \exp(y_j^2/2) \quad (4)$$

式中, y_j 为埃尔米特积分的横坐标, W_j 为埃尔米特积分的权系数; $\phi(y_j)$ 为横坐标 y_j 的 $\phi(y)$ 的插值, 其中 j 值必须大于计算 C_k 时埃尔米特多项式的最高阶 k 值。

2. 在对数正态分布情况下, 转换函数可用下列公式表示:

$$x = \phi(y) = \exp(\mu_e + y\sigma_e) - \beta \quad (5)$$

该式可由以下公式展开:

$$\phi(y) = \exp(\mu_e) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sigma_e^k}{k!} y^k - \beta \quad (6)$$

该式可与 (3) 式 $\phi(y) = \sum_{k=0}^{\infty} C_k H_k(y)$ 相比较,

其中转换系数 C_k 用以下系列公式计算:

$$\begin{aligned} C_{0e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^0}{0!} + \frac{\sigma_e^{0+2}}{0! \times 2} + \frac{\sigma_e^{0+2+2}}{0! \times 2 \times 4} + \frac{\sigma_e^{0+2+2+2}}{0! \times 2 \times 4 \times 6} + \frac{\sigma_e^{0+2+2+2+2}}{0! \times 2 \times 4 \times 6 \times 8} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sigma_e^{0+2+2+2+2+2}}{0! \times 2 \times 4 \times 6 \times 8 \times 10} + \dots + \right\} - \beta \\ C_{1e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^1}{1!} + \frac{\sigma_e^{1+2}}{1! \times 2} + \frac{\sigma_e^{1+2+2}}{1! \times 2 \times 4} + \frac{\sigma_e^{1+2+2+2}}{1! \times 2 \times 4 \times 6} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sigma_e^{1+2+2+2+2}}{1! \times 2 \times 4 \times 6 \times 8} + \dots + \right\} \\ C_{2e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^2}{2!} + \frac{\sigma_e^{2+2}}{2! \times 2} + \frac{\sigma_e^{2+2+2}}{2! \times 2 \times 4} + \frac{\sigma_e^{2+2+2+2}}{2! \times 2 \times 4 \times 6} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\sigma_e^{2+2+2+2+2}}{2! \times 2 \times 4 \times 6 \times 8} + \dots + \right\} \\ C_{3e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^3}{3!} + \frac{\sigma_e^{3+2}}{3! \times 2} + \frac{\sigma_e^{3+2+2}}{3! \times 2 \times 4} + \frac{\sigma_e^{3+2+2+2}}{3! \times 2 \times 4 \times 6} + \dots + \right\} \\ C_{4e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^4}{4!} + \frac{\sigma_e^{4+2}}{4! \times 2} + \frac{\sigma_e^{4+2+2}}{4! \times 2 \times 4} + \frac{\sigma_e^{4+2+2+2}}{4! \times 2 \times 4 \times 6} + \dots + \right\} \\ C_{5e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^5}{5!} + \frac{\sigma_e^{5+2}}{5! \times 2} + \frac{\sigma_e^{5+2+2}}{5! \times 2 \times 4} + \dots + \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{6e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^6}{6!} + \frac{\sigma_e^{6+2}}{6! \times 2} + \frac{\sigma_e^{6+2+2}}{6! \times 2 \times 4} + \dots + \right\} \\
C_{7e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^7}{7!} + \frac{\sigma_e^{7+2}}{7! \times 2} + \dots + \right\} \\
C_{8e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^8}{8!} + \frac{\sigma_e^{8+2}}{8! \times 2} + \dots + \right\} \\
C_{9e} &= \exp(\mu_e) \left\{ \frac{\sigma_e^9}{9!} + \dots + \right\}
\end{aligned} \quad (7)$$

3. 埃尔米特多项式 $H_k(y)$

埃尔米特多项式是由Rodngue 方程式提供的 k 埃尔米特多项式:

$$H_k(y) = (-1)^k e^{y^2/2} (d^k / dy^k) e^{-y^2/2} \quad (8)$$

$H_k(y)$ 可用递推公式计算:

$$H_{k+1}(y) = yH_k(y) - kH_{k-1}(y) \quad (9)$$

其中, 要求 $H_0(y) = 1$, $H_1(y) = y$ 。

埃尔米特多项式的最高阶数 k , 取决于转换函数的形状, 即取决于原始数据分布曲线的复杂程度、原始数据值与块段值之间的相关程度以及原始数据正态化转换的方法。

正态化数据的半变异函数和协方差

采用析取克立格法估算储量时, 必须确定正态化数据的自相关函数——半变异函数或协方差函数。

假设 $y(z)$ 是在 z 点上被正态化的数据, $y(z+h)$ 是由向量距离 h 相隔的点上被正态化的数据, 半变异函数 $\gamma(h)$ 或协方差 $\rho(h)$ 是 $y(z)$ 和 $y(z+h)$ 之间的相关函数, 在平稳假设下, 协方差计算公式为:

$$\rho(h) = E \{ y(z) \cdot y(z+h) \} \quad (10)$$

半变异函数为:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E \{ (y(z+h) - y(z))^2 \} \quad (11)$$

由于原始数据已转换成标准正态分布的数据, 故 $\gamma(h)$ 和 $\rho(h)$ 之间的关系为:

$$\rho(h) = 1.0 - \gamma(h) \quad (12)$$

块段平均值 (μ_D^*) 的估算

块段平均值用下列公式估算:

$$\mu_{D^*}^* = \sum_{k=0}^k C_{ke} H_{kv} \quad (13)$$

式中, 转换系数 C_{ke} 由公式 (6) 或 (4) 计算。

若计算原始数据的析取克立格估值 μ_D^* , 则先要计算原始数据 x 转换值 y 的估值 y_D^* 。假设 H_{0v} , H_{1v} , H_{2v} , ..., H_{kv} 是 y_D^* 的坐标值 (y_D^* 的 k 阶埃尔米特多项式值), 这些坐标值是由原始数据坐标值的转换值通过线性组合法计算, H_{kv} 值用下列公式计算:

$$H_{kv} = \sum_{i=1}^n b_i H_k(y_i) \quad (14)$$

式中, $H_k(y_i)$ 为被估块段周围观测点原始数据被正态化数据 y_i 的 k 阶埃尔米特多项式; b_i 为计算 H_{kv} 时的权系数, b_i 值由析取克立格方程组计算确定:

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^n b_j (\rho_{ij})^k &= (\bar{\rho}_{jv})^k, \\
(i &= 1, \dots, n, k = 0, \dots, n)
\end{aligned} \quad (15)$$

式中, ρ_{ij} 为在估算领域内正态化数据之间的协方差; $\bar{\rho}_{jv}$ 为估算领域内各观测点与被估块段内所有点之间的协方差的平均值, 即是 $\{\rho(h)\}^k$ 的平均值, 其中 h 是各观测点 z 和被估块段 V 内任意一点间的距离; k 为埃尔米特展开式的阶数。通常, $(\bar{\rho}_{jv})^k$ 的计算由数值积分进行:

$$(\bar{\rho}_{jv})^k = \frac{1}{V} \int_{z \in V} \{ (\rho_{zj})^k \} dz \quad (16)$$

析取克立格方程组可用矩阵的形式表示:

$$\begin{bmatrix} \rho_{11}^k & \rho_{12}^k & \dots & \rho_{1n}^k \\ \rho_{21}^k & \rho_{22}^k & \dots & \rho_{2n}^k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1}^k & \rho_{n2}^k & \dots & \rho_{nn}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\rho}_{1v}^k \\ \bar{\rho}_{2v}^k \\ \vdots \\ \bar{\rho}_{nv}^k \end{bmatrix}$$

从上式可看出: 当 $k=0$ 时, 析取克立格估值的

权系数 b 相等, 而且 $\sum_{j=1}^I b_j = 1$, 当 $k=1$ 时, 析取克立格方程组可简化成简单克立格方程组。

析取克立格估值方差

析取克立格估值比线性地质统计学方法的估值更接近于真值, 与真值之间存在着误差, 其误差大小表示被估值的精度。即在被估块段大小, 地质变量的变化和工程间距相同的情况下, 其误差大小可反映估值方法的好坏。这种误差的大小用析取克立格估值方差表示为:

$$\sigma_{Dk}^2 = E \{ (z_0 - z_{Dk}^*)^2 \} \quad (17)$$

根据两个向量 $z_0 - z_{Dk}^*$ 和 z_{Dk}^* 的正交性, 即 $E \{ (z_0 - z_{Dk}^*) z_{Dk}^* \} = 0$, 析取克立格估值方差可写为:

$$\sigma_{Dk}^2 = E \{ z_0^2 \} - E \{ z_0 z_{Dk}^* \}$$

其中, b_j 值随 k 值变化, 故析取克立格方差为:

$$\begin{aligned} \sigma_{Dk}^2 &= \sum_{h=1}^k C_{k0}(\bar{\rho}_{v,h}) - \sum_{h=1}^k C_{k0} \sum_{j=1}^n b_j \bar{\rho}_{j,h} \\ &= \sum_{h=1}^k C_{k0} \left[\bar{\rho}_{v,h} - \sum_{j=1}^n b_j \bar{\rho}_{j,h} \right] \quad (18) \end{aligned}$$

总之, 析取克立格估值方差的大小受被估块段与观测点之间的空间关系、被估块段的大小和反映地质变量变化性质的变异函数三个因素影响。当这三个因素确定后并相同, 则其估值方差是相同的, 若不同, 则析取克立格估值方差也不同。

用对数正态分布析取克立格法计算块段储量

某铝土矿是一倾向北西, 近水平的层状矿体, 矿体长为3200米, 宽为1200米。采用平均工程间距为 200×200 米的网度进行勘探, 在矿体中部加密为 100×100 米。

根据矿体形态和产状, 以二维空间对矿体进行析取克立格法估值。为简便起见, 以矿体的厚度为例。矿体厚度值的概率分布为对数正态分布(图2), 故用对数正态分布下析取克立格法估算块段平均厚度值。当然, 亦可用一般情况下析取克立格法计算, 及对比这两种方法的估值。

1. 原始数据转换成标准化数据

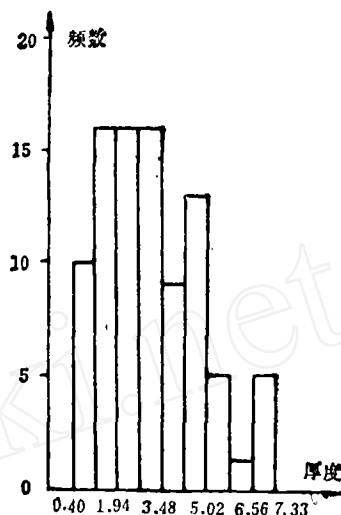


图2 某铝土矿厚度直方图

该矿体厚度分布直方图(图2)呈对数正态分布, 故原始数据必须进行正态化转换。根据试算, 该分布为三参数对数正态分布, 故采用三参数对数转换法转换原始数据。

附加常数 β 依式(1)计算结果为2.02, 并取值 $\ln(x_i + \beta)$, 计算其平均值 μ_* , 即 $\mu_* = 1.762$, 其均方差 σ_* 为0.273。因此, 可依式(2)进行原始数据的正态化转换或用图解法转换。现举几个典型原始数据, 用上述两法转换, 其结果见表1。

从表1可看出, 依累积概率50%为准, 以下者图解转换值稍高于对数转换值; 以上者图解转换值稍低于对数转换值。

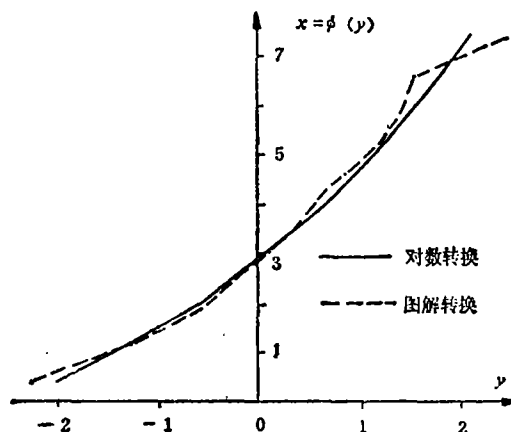


图3 某铝土矿厚度值转换函数形状

2. 转换系数的计算

根据该矿体厚度转换函数的几何形态(图3), 选择埃尔米特多项式的最高阶为九阶($k=9$), 那

么高斯积分取10个点($J=10$), 则得出埃尔米特积分的横坐标 y_i 和权系数(表2)。

原始数据转换值

表 1

原始数	0.4	1.17	1.94	2.74	3.51	4.28	5.05	5.82	6.59	7.36
据对数转换	-2.05834	-1.29471	-0.66286	-0.10467	0.36254	0.77685	1.14903	1.48685	1.79613	2.08132
图解转换	-2.2905	-1.2250	-0.5656	-0.0791	0.3592	0.6344	1.1492	1.4427	1.5339	2.4985

根据式(7)计算对数转换的转换系数 $C_{k\sigma}$ 值, 同样用式(4)计算图解转换的转换系数 C_k 值(表3)。从表3中可看出两种计算得出的转换系数值, 在 $k=0、1、2$ 阶时, 其值相似。

将转换系数值 C_k 代入公式

$$x_j = \phi(y_j) = \sum_{k=0}^9 C_k H_k(y_j),$$

进行实验转换函数拟合的计算, 见表4、5。

高斯埃尔米特积分横坐标和权系数 表 2

J	$\pm y_i$	$W_j \exp(y_i^2/2)$
1	0.3429	0.64785
2	1.03661	0.41096
3	1.75668	0.15484
4	2.53273	0.33207×10^{-1}
5	3.43616	0.27991×10^{-2}

转换系数值

表 3

k	对数转换时转换系数值 $C_{k\sigma}$	图解转换时转换系数值 C_k
0	3.125199585	3.074427067
1	1.650339486	1.636148479
2	0.225271339	0.168267567
3	0.02049969	-0.057515142
4	0.001399103	0.020166518
5	0.00007639	-0.009622941
6	0.000003475	0.000433055
7	0.000000135	0.000375549
8	0.00000004	-0.00001947
9	$1.35184739 \times 10^{-10}$	-0.000051595

从表4、5看出, 两种转换所取得的转换函数, 其形态复杂程度不同(图3), 对数转换函数形态简单, 而图解转换函数形态则复杂, 转换系数

差异见表3。所以, 用对数转换系数 $C_{k\sigma}$ 拟合转换函数的拟合程度(表4)要优于用图解法的转换系数 C_k 拟合转换函数的拟合程度(表5)。这种情况下, 图解法要提高转换函数的拟合程度只有增加埃尔米特多项式的阶数和高斯积分点数。

3. 变异函数和协方差的计算

根据转换值 y_i , 按式(11)计算矿体走向和倾向上的变异函数值并绘制变异曲线图, 见图4、5。

从图4、5可看出, 用两种转换方法取得的转换值, 其变异曲线是相似的, 这是因为这两种转换得到的转换值相差较小(表1), 在一定的数值段内都偏低或偏高, 故都可用相同的球状数学模型拟合。

走向(y轴方向)的球状数学模型为:

$$\gamma_1(h) = 0.76 + 0.24 \left[1.5 \frac{h}{360} - 0.5 \left(\frac{h}{360} \right)^3 \right], \quad h < a$$

$$\gamma_1(h) = 0.76 + 0.24$$

$$h \geq a$$

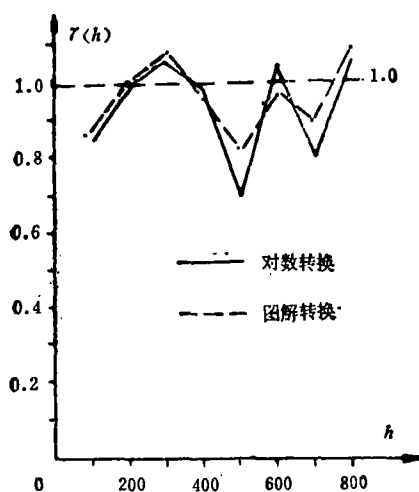


图 4 沿矿走向上的变异曲线
倾斜方向(x轴方向)的数学模型为:

表 4

应用转换系数 C_k 对转换函数的拟合计算

C_{he}	$y_1 = -2.05874$	$y_2 = -1.29471$	$y_3 = -0.66286$	$y_4 = -0.10467$	$y_5 = 0.36254$	$y_6 = 0.77685$	$y_7 = 1.14903$	$y_8 = 1.48685$	$y_9 = 1.79613$	$y_{10} = 2.08132$
3.125199585	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1.650339486	-2.05874	-1.29471	-0.66286	-0.10467	0.36254	0.77685	1.14903	1.48685	1.79613	2.08132
0.225271339	3.238410	0.676266	-0.560817	-0.989044	-0.868565	-0.396504	0.320270	1.210723	2.226083	3.331893
0.02049969	-2.549567	1.713841	1.697330	0.312863	-1.039969	-1.861724	-1.930060	-1.173537	0.406074	2.772095
0.001399103	-4.466340	-4.247749	0.556757	2.94385	2.2288664	-0.256768	-3.178507	-5.377042	-5.948886	-4.226061
0.00007639	19.393292	-1.355762	-7.158314	-1.558595	4.967858	7.247426	4.068401	-3.300708	-12.309271	-19.884167
0.000003475	-17.594048	22.994065	1.961212	-14.508788	-9.342271	6.914004	20.566836	21.977551	7.635381	-20.255009
0.000000135	-80.138183	-21.636077	41.650232	10.870206	-33.194093	-38.113414	-0.776335	52.481569	87.569764	77.147848
0.000000004	288.142018	-132.946011	-41.336758	100.423730	53.361714	-78.006435	-144.859884	-75.810635	103.839012	302.354424
1.35184139 $\times 10^{-10}$	361.39811	351.411709	-305.68892	-97.472996	284.896851	243.986514	-165.526379	-564.700809	-634.662817	-326.263438
$\phi(y_i)$	0.399997	1.169995001	1.94000037	2.74000676	3.51000174	4.2799931	5.05000557	5.8199988	6.5899962	7.36000079
X_i	0.4	1.17	1.94	2.74	3.51	4.28	5.05	5.82	6.59	7.36

表 5

应用转换系数 C_k 对转换函数的拟合计算

C_k	$y_1 = 2.2905$	$y_2 = -1.2250$	$y_3 = -0.5656$	$y_4 = -0.0791$	$y_5 = 0.3592$	$y_6 = 0.6344$	$y_7 = 1.1492$	$y_8 = 1.4427$	$y_9 = 1.5339$	$y_{10} = 2.4985$
3.074427067	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1.636148479	-2.2905	-1.2250	-0.5656	-0.0791	0.3592	0.6344	1.1492	1.4427	1.5339	2.4985
0.168267567	4.2455	0.5006	-0.6801	-0.9937	-0.8710	-0.5975	0.3207	1.0814	1.3528	5.2425
-0.057515142	-5.1454	1.8367	1.5159	0.2368	-1.0313	-1.6479	-1.9299	-1.3253	-0.9927	8.1014
0.020166518	-0.9537	-3.7519	1.829	2.9825	2.2425	0.7472	-3.1798	-5.1561	-5.5812	4.5138
-0.009622941	22.7659	-2.7509	-6.7325	-1.1816	4.9305	7.0653	4.0653	-2.1376	-4.5903	-21.1278
0.000433055	-47.3767	22.1292	-2.1067	-14.7190	-9.4415	0.7464	20.5710	22.6968	20.8649	-75.3569
0.000375549	-28.0792	-10.6029	41.5866	8.2536	-32.9745	-41.9197	-0.7519	45.5703	59.5466	-61.5124
-0.00001947	395.5928	-141.9159	-8.7746	102.3804	54.2457	-31.8186	-144.8609	-93.1331	-54.7154	373.8093
-0.000051595	-682.2958	258.6725	-327.7298	-74.1271	283.2811	315.1717	-160.4593	-498.9238	-560.3011	1426.0621
$\phi(y_i)$	0.09630	0.9946	2.0678	2.8339	3.5405	4.0227	5.03613	5.6642	5.8618	7.7363
x_i	0.4	1.17	1.94	2.74	3.51	4.28	5.05	5.82	6.59	7.36

$$\gamma_2(h) = 0.6 + 0.246 \left[1.5 \frac{h}{385} - 0.5 \left(\frac{h}{385} \right)^3 \right], \quad h < a$$

$$\gamma_2(h) = 0.6 + 0.246 \quad h > a$$

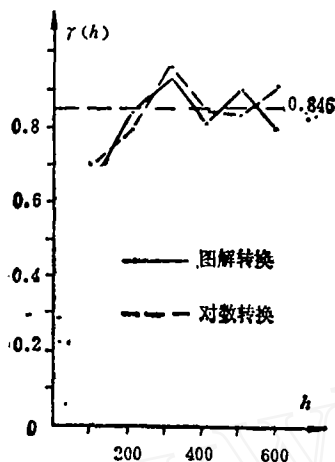


图 5 沿矿倾向上的变异曲线

它们是各向异性，必须套合，套合的数学模型为：

$$\gamma(h) = \gamma_0(h) + \gamma_1(h) + \gamma_2(h)$$

其中， $\gamma_0(h) = 0.6$,

$$\gamma_1(h) = 0.246 \left[1.5 \frac{h}{385} - 0.5 \left(\frac{h}{385} \right)^3 \right],$$

$$\text{线性变换矩阵 } [A_I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\gamma_2(h) = 0.154 \left[1.5 \frac{h}{360} - 0.5 \left(\frac{h}{360} \right)^3 \right],$$

$$\text{线性变换矩阵 } [A_{II}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

根据式 (12)，协方差函数的数学模型为：

$$\rho(h) = 1 - (\gamma_0(h) + \gamma_1(h) + \gamma_2(h)) \quad (19)$$

4. 建立析取克立格方程组

根据式 (19) 可计算式 (15) 中的 ρ_{ij} 和 $\bar{\rho}_{iv}$ 数值，建立 $k = 9$ 阶析取克立格方程组，其目的是为计算块段平均值的权系数 b 。从析取克立格方程组 (15) 式可看出：不同的工程位置和 k 值，具有不同的权系数 b 值，当 $k = 0$ 时，权系数 b 之和等于 1，其各权系数相等。现以 200×200 米间距为例，九组权系数见表 6。

九阶析取克立格权系数

表 6

k	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9
1	0.6634420	0.0782197	0.1084564	0.0558721	0.0433789	0.0051234	0.0195873	0.0108716	0.0022561
2	0.5284225	0.0523151	0.1018137	0.0459979	0.0411017	0.0039731	0.0136949	0.0106528	0.0017415
3	0.4363604	0.0329703	0.0343949	0.0212109	0.0143231	0.0056564	0.0058521	0.0055922	0.0057263
4	0.2232567	0.0418643	0.0457351	0.0391267	0.0263321	0.0051653	0.0053051	0.0050987	0.0052361
5	0.3154324	0.0211352	0.0226745	0.0200154	0.0189647	0.0032067	0.0033851	0.0030656	0.0031361
6	0.2784568	0.0120548	0.0136541	0.0110561	0.0104567	0.0011768	0.0012587	0.0010456	0.0010151
7	0.2158091	0.0071858	0.0078167	0.0069895	0.0068158	0.0002184	0.0002357	0.0002144	0.0002098
8	0.1485090	0.0038976	0.0040518	0.0035157	0.0035045	0.0001095	0.0001241	0.0001072	0.0001049
9	0.1232826	0.0019589	0.0020867	0.0018489	0.0017915	0.0000589	0.0000637	0.0000541	0.0000524

5. 块段析取克立格估值

用式 (13) 和 (14) 得出块段析取克立格估值公式为：

$$\mu_{Dk}^* = \sum_{k=0}^K C_k \sum_{i=1}^n b_i H_k(y_i)$$

如果仅考虑 $k = 0$ 时，则无论块段位置如何，块段的估值都是相等的，即 $\mu_{D0}^* = C_0$ 。随 k 值增大， μ_{Dk}^* 值是在变化， k 值最大时将获得最佳的估值。现以两个块段为例（见图 6、7），各工程数据正态化转换值的 9 阶埃尔米特多项式计算结果见表 7、8。

根据表 3、6、7 和表 8 计算两个块段的平均值，计算结果见表 9。从表 9 可见两种转换方法的估值基本上是相似的。随着 k 值进入高阶，估值变化不大，因为 k 值增大协方差值变小，权系数变小（表 6）；另外，是因转换系数值 C_k 变小。所以在一定精度下，以增加阶数 k 提高估值精度是无意义的。

6. 析取克立格估值方差

根据式 (18)，

$$\sigma_{Dk}^2 = \sum_{k=1}^K C_k \left[\bar{\rho}_{kv}^2 - \sum_{j=1}^n b_j \bar{\rho}_{kj}^2 \right]$$

计算这两个块段的估值方差（见表10）。从表10可看出，两种转换方法的估值方差是相 似的，尤其是1、2阶基本一致。随着 k 值增加，估值方差值变化不大，这和估值变化相一致。

图6中各工程数据转换值九阶埃尔米特多项计算

表 7

工 程 号	95	203	96	57	94	100	204	89	88
y_i	-0.1112	1.9507	-0.0425	0.2409	0.6368	-0.2231	1.0465	-0.2297	0.9166
$H_0(y_i)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$H_1(y_i)$	-0.1112	1.9507	-0.0425	0.2409	0.6368	-0.2231	1.0465	-0.2297	0.9166
$H_2(y_i)$	-0.9876	2.8052	-0.9982	-0.9420	-0.5945	-0.9502	0.0952	-0.9472	-0.1598
$H_3(y_i)$	0.3322	1.5708	0.1274	-0.7087	-1.6522	0.6582	-1.9934	0.6770	-1.9797
$H_4(y_i)$	-0.1481	16.7032	-0.0217	-0.6897	-4.5373	-0.5923	-107.7432	-0.6276	-8.6701
$H_5(y_i)$	-1.6548	-16.7224	-0.6367	3.4745	7.0744	-3.2360	5.4918	-3.3249	6.6951
$H_6(y_i)$	-14.4458	-5.8624	-14.9188	-12.4388	0.8482	-12.7972	17.6051	-12.6673	12.8121
$H_7(y_i)$	11.5320	-653.3876	4.4544	-25.2416	-67.7294	22.2711	-129.1357	22.8594	-105.4358
$H_8(y_i)$	99.8386	214.4517	104.2421	81.3280	-32.6233	84.6119	-138.4382	83.4204	-115.7411
$H_9(y_i)$	-103.3579	-507.8218	-45.3070	210.3405	314.3908	-197.0457	-31.4094	-202.0364	120.2419

图7中各工程数据转换值九阶埃尔米特多项计算

表 8

工 程 号	86	89	216	54	85	57	90	215	53
y_i	0.7769	-0.2297	-0.6931	0.3167	-0.4720	0.2409	0.1815	1.2844	-0.4648
$H_0(y_i)$	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$H_1(y_i)$	0.7769	-0.2297	-0.6931	0.3167	-0.4720	0.2409	0.1815	1.2844	-0.4648
$H_2(y_i)$	-0.3964	-0.9472	-0.5196	-0.8997	-0.7772	-0.9420	-0.9671	0.6497	-0.7840
$H_3(y_i)$	-1.8618	0.6770	1.7463	-0.9183	1.3108	-0.7087	-0.5385	-1.7343	1.2940
$H_4(y_i)$	-6.5143	-0.6276	-1.3031	-1.1835	-2.5741	-0.6897	-0.3931	-14.3533	-2.4991
$H_5(y_i)$	7.2474	-3.3249	-7.2269	4.4360	-6.0519	3.4745	2.6629	1.5729	-5.9895
$H_6(y_i)$	6.9162	-12.6673	3.2667	-10.6364	-5.7082	-12.4389	-13.5339	22.9035	-5.9688
$H_7(y_i)$	-38.1110	22.8594	41.0971	-29.9848	39.0056	-23.8436	-18.4338	19.9798	38.7113
$H_8(y_i)$	-78.0217	83.4204	-51.3516	64.9580	21.5464	81.3880	91.3911	-134.6622	23.7848
$H_9(y_i)$	243.9313	-202.0369	-263.0317	260.4502	-322.2040	210.3405	164.0581	-344.3311	-320.7362

块段析取克立格估值

表 9

k		0	1	2	3	4
图 6	对数转换	3.1251996	3.3465863	3.2186931	3.2217053	3.2222430
	图解转换	3.0744271	3.2940092	3.3895397	3.3810884	3.3893586
图 7	对数转换	3.1251996	3.8467517	2.9594751	2.9443016	2.9416024
	图解转换	3.0744271	3.7897747	3.1287016	3.1712733	3.1323685
k		5	6	7	8	9
图 6	对数转换	3.2221920	3.2221767	3.2221763	3.2221764	3.2221264
	图解转换	3.3829405	3.3810272	3.3799559	3.3796396	3.3803051
图 7	对数转换	2.9417577	2.9417633	2.9417623	2.9417622	2.9417622
	图解转换	3.1128134	3.1135178	3.1106335	3.1108508	3.1093567

块段析取克立格估值方差与k值的关系

表 10

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\sigma^2 D_{k\theta}$	0.0226586	0.0261445	0.0262574	0.0262622	0.0262622	0.0262622	0.0262622	0.0262622	0.0262622
$\sigma^2 D_k$	0.0224709	0.0250543	0.0246799	0.0247435	0.0247381	0.0247382	0.0247382	0.0247382	0.0247382

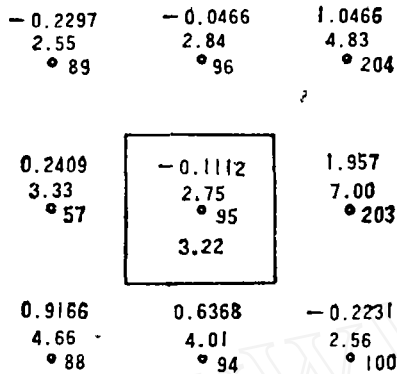


图 6 块段析取克立格估值

-0.1112—转换值; 2.75—厚度值; 3.22—析取克立格估值; 95—工程号

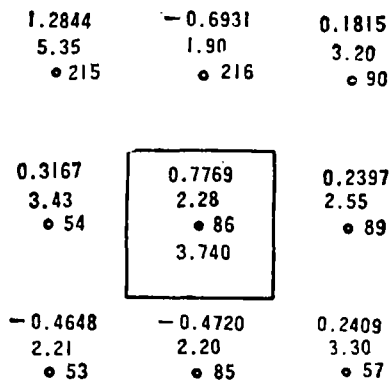


图 7 块段析取克立格估值

0.7769—转换值; 4.28—厚度值; 3.74—析取克立格估值; 86—工程号

结 语

通过实际计算和对比得出以下几点看法:

1. 从两种转换方法的析取克立格估值来看, 它们的估值和精确性是相似的(表9、10), 但对数转换析取克立格法比图解法析取克立格法简单, 计算量少, 表现在:

(1) 原始数据转换成标准正态数据时转换方

法简单。只根据式(2)即可进行对数转换, 而图解法转换要求先计算每个原始数据的累积概率值 α , 再用以下近似公式计算成标准正态下的数据 y_β 。

$$y_\beta = \frac{\sum_{i=0}^a C_i u^i}{1 + \sum_{i=1}^s d_i u^i} - u$$

式中, $u = (-2 \ln \beta)^{1/2}$, 当 $0 < \alpha < 0.5$ 时, $\beta = \alpha$; 当 $0.5 < \alpha < 1$ 时, $\beta = 1 - \alpha$ 。 $C_0 = 2.515517$, $C_1 = 0.802853$, $C_2 = 0.010328$, $d_1 = 1.432788$, $d_2 = 0.189269$, $d_3 = 0.001308$ 。所以, 对数转换的步骤和计算过程要简单得多。

(2) 在计算转换系数 C_k 时, 对数转换比图解法简单。虽然, 对数转换时计算转换系数 C_k 公式(7)复杂, 但比图解法要简单。因为在图解法中转换系数 C_k 是按式(4)计算, 首先根据转换函数形态确定埃尔米特多项式的最高阶数 k 和高斯积分点数及 y_j , y_j 是高斯分布的数值, 必须转换成原始数据分布下的数值, 即 $x = \phi(y_j)$, 转换方法是通过以下公式计算 y_j 的标准正态分布的概率值。

$$p(y) = 1 - \frac{1}{2} \left(1 + \sum_{i=1}^4 a_i y^i \right)^{-4} \quad y \geq 0$$

$$p(y) = \frac{1}{2} \left(1 + \sum_{i=1}^4 a_i |y|^i \right)^{-4} \quad y < 0$$

式中, $a_1 = 0.196854$, $a_2 = 0.115194$, $a_3 = 0.000344$, $a_4 = 0.019527$ 。

按图解法的原理, $p(y)$ 即是原始数据的概率分布的概率值, 然后再用内插法计算为原始数据 $\phi(y_i)$ 。另外, 还须计算 y_j 值的各阶埃尔米特多项式值。因此, 用图解法计算转换系数比对数转换系数 C_k 的计算过程复杂得多, 算时也较长。当已知原始数据分布是对数正态分布时, 尽量采用对数正态分布下的析取克立格法。

2. 析取克立格法的计算过程是较复杂、费

(下转第38页)

石榴石夕卡岩也是出露在二号试验区的岩体西侧,是强蚀变产物。铁镁榴石晶体明显,其光谱特征在900nm有3价铁吸收谱带。1200nm是石榴石固有谱。2200nm有羟基谱,但石英闪长岩岩体2200nm也有羟基谱。

用计算机将夕卡岩的光谱数据与岩体和围岩的光谱数据进行比值法和相减等处理,获得了识别蛇纹石化透辉石夕卡岩的最佳波段是900nm和可见光区向蓝光降低的斜坡,识别石榴石夕卡岩除900nm和可见光向蓝光降低的斜坡外,还有1200nm的石榴石固有谱的波长。

结 语

通过一号和二号试验区的识别蚀变岩石的测试与计算机的数据分析处理,获得了识别蚀变岩石的最佳波段,证实了遥感方法间接找隐伏矿是存在前提的。

试验区内蚀变岩石的光谱特征主要与炭质与杂质的含量有关。光谱特征多出现在1000nm~2500nm,以谱峰形式出现,并取决于其成分。

岩浆岩体的反射光谱主要受岩石组分中的浅色矿物(石英和长石)及暗色矿物(铁镁质矿物)比例的影响,谱的特征部位在可见光区向蓝光下降的斜坡及3价铁在900nm的吸收谱带。光谱特征与其成分和结构有关。

沉积岩石在本区出露的仅白云质灰岩,其谱线平直,反射率低,有利于本区识别出蚀变岩石。

参 考 文 献

- [1] 地质部情报所编:《遥感专辑(第一辑)》北京,地质出版社,1980年
- [2] Дистанционные Исследования Земли из Космос, Москва «Мир», 1985
- [3] Econ. Geol., 1983, V.78, №4

Preliminary Results of Altered Rock Identification Based upon Spectral Characteristics

Xu Yuxian Fu Xuming

Identifications of altered rocks by using spectral characteristics were tested in two areas with data processed by a computer. From the data processed the optimal spectral bands for altered rock discrimination are obtained, which provide a basis for using remote sensing techniques in search of concealed ore deposits indirectly.

(上接第34页)

时、成本高,目前尚无简化方法。析取克立格法繁重计算之一是权系数,每个块段估值都须解 k 个方

程组,阶数 k 越大计算量越大。为减少 k 值,一般可选择典型的块段,根据精度要求来确定阶数。

Disjunction Kriging and Its Application to Ore Reserves Estimation Under Lognormal Distribution

Wu Longying

In the present paper the disjunction kriging used under a lognormal distribution condition is discussed. The discussion comprises three aspects: three-parameter logarithmic transformation method for the normal transformation of the firsthand data, the calculation of transformation coefficient C_k and ore reserve estimation. In addition, the transformation results of original data, transformation coefficient C_k , number of blocks estimated and estimation variance obtained by logarithmic transformation method and graphical transformation method are compared with each other.