

方域重力近区地形改正实测方法研究

姜玉林

(冶金部第一地质勘探公司物探分公司)

介绍了采用“方域”方案时,在一般地形条件下求取近区重力地形改正值的公式和实测方法。讨论了沟渠、堤坝、路基等特殊地形情况下的地形改正与实测方法及其优越性。提出了判断是否进行地形改正实测及改正范围的原则。

关键词: 重力测量; 地形改正; 实测方法

在重力测量中,经常采用“方域”方案在电子计算机上进行地形改正计算。为保证不同地形、地物条件下地形改正的精度,提出了以下两种公式和测量、计算方法。

一般地形的“方域”近区地改方法

在边长为 $4a$ 的方域内,近区地形改正网格的划分如图1所示。

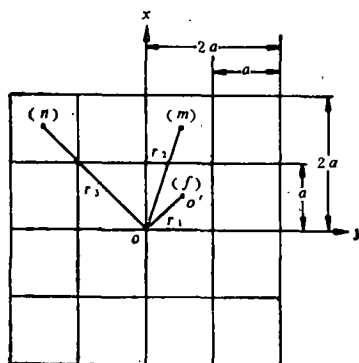


图 1

图中坐标原点 O 为测点位置; x 、 y 轴分别指向北和东。

显然, $r_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}a$, $r_2 = \frac{\sqrt{10}}{2}a$, $r_3 = \frac{\sqrt{18}}{2}a$ 。

$-a \sim a$ 范围内的改正公式: 在该范围的“方域”内,重力地形影响值可用以下积分给出:

$$\Delta g = f\sigma \int_{-a}^a \int_{-a}^a \int_0^h \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \times dx dy dz \quad (1)$$

对 z 求积分,得:

$$\Delta g = f\sigma \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{1}{r} dx dy \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right)$$

式中, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$\text{令 } E = f\sigma \int_{-a}^a \int_{-a}^a \frac{1}{r} dx dy$$

$$\text{则 } \Delta g = E \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right) \quad (2)$$

E 为一定积分,积分后得:

$$E = 8af\sigma \ln(1 + \sqrt{2}) \quad (3)$$

上述公式中, $f = 6.67 \times 10^{-8}$ 万有引力常数; σ 为构成地形的岩石平均密度值; h 为地形上点与测点的高程差。

图1中测点 O 附近有如(f)的四个小方块面积,从 O 到方块中心 O' 的距离为 r_1 ,中心

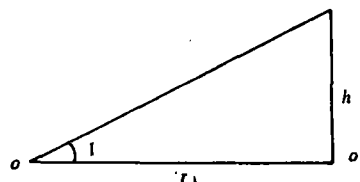


图 2

高程为 h 。 r_1 与 h 的关系见图2。由图2可见：

$$\cos I = \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + h^2}}$$

式中， I 为地形坡角。

每小块的重力地改值可近似地表示为：

$$\begin{aligned} \Delta g &= F_1 \left(1 - \frac{r_1}{\sqrt{r_1^2 + h^2}} \right) \\ &= F_1 (1 - \cos I) \end{aligned} \quad (4)$$

式中， $F = E/N$ ， N 为小方块数。

当 $a = 12.5\text{m}$ ， $N = 4$ ， $\sigma = 2.0\text{g/cm}^3$ 时，求得

$$F_1 = 0.29394$$

用类似的方法可推出图1中 (m) 、 (n) 位置上的各小块的地改公式。如(4)式，系数分别为 $F_2 = 0.10712$ ， $F_3 = 0.08195$ 。按上述原则写成通式：

$$\begin{aligned} \Delta g_{ij} &= F_i \left(1 - \frac{r_i}{\sqrt{r_i^2 + h_j^2}} \right) \\ &= F_i (1 - \cos I_i) \end{aligned} \quad (5)$$

$$F_i = \begin{cases} 0.29394 & (i=1) \\ 0.10712 & (i=2) \\ 0.08195 & (i=3) \end{cases}$$

式中， i 为系数号(1~3)； j 为拟改地形的块号(1~16)。

该式适于 $a = 12.5\text{m}$ ， $N_1 = 4$ ， $N_2 = 8$ ， $N_3 = 4$ ， $\sigma = 2\text{g/cm}^3$ 的情况。如参数变化，则须对 F_i 重新计算。

将轻便型经纬仪(读准到1'即可)置于测点上，按图3所示的方位和顺序(跑路程最短)，分别测定各块中心与测点的高差 h_j 或坡角 I_j 。将 h_j (或 I_j)值代入(5)式计算 Δg_{ij} ，最后将16个值累加，即可得到该点的地改值：

$$\Delta g = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^{16} \Delta g_{ij} \quad (6)$$

二度地形、地物条件下的 “方域”近区地改方法

在图4的坐标系中，密度为 σ 的立方体在
原点处的重力效应，可用下列积分表示：

$$\Delta g(0,0,0) = f\sigma \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{z}{R^3} dx dy dz \quad (7)$$

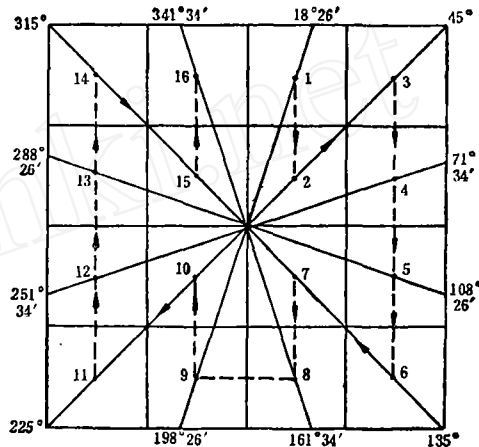


图 3

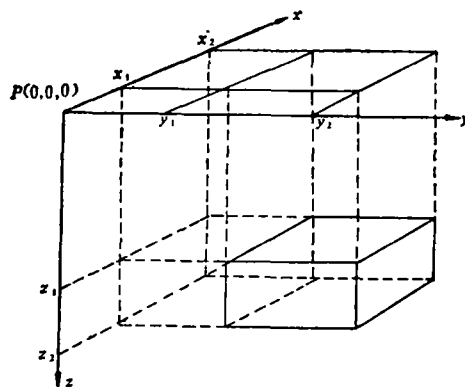


图 4

式中， $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。

积分后得：

$$\begin{aligned} \Delta g(0,0,0) &= -f\sigma \left[x \ln(y+R) \right. \\ &\quad \left. + y \ln(x+R) + z \operatorname{tg}^{-1} \right. \\ &\quad \left. \frac{zR}{xy} \right]_{x_1, y_1, z_1}^{x_2, y_2, z_2} \end{aligned}$$

此式可化为:

$$\Delta g(0,0,0) = -f\sigma \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{i+j+k} \left[x_i \ln(y_j + R_{i,j,k}) + y_j \ln(x_i + R_{i,j,k}) + z_k \operatorname{tg}^{-1} \frac{z_k R_{i,j,k}}{x_i y_j} \right] \quad (8)$$

式中, $R_{i,j,k} = \sqrt{x_i^2 + y_j^2 + z_k^2}$ 。

为便于讨论, 按图 5 所示变换坐标, 则

$$\begin{cases} x_i = 0.5[(x_2 + x_1) + (-1)^i (x_2 - x_1)] & (i=1,2) \\ y_j = (-1)^j P & (j=1,2) \\ z_k = -h(k-1) & (k=1,2) \end{cases} \quad (9)$$

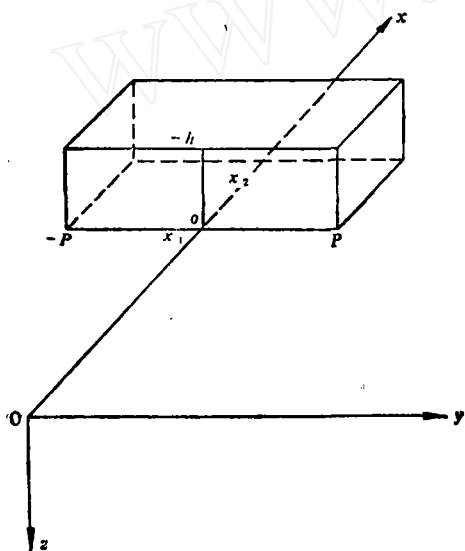


图 5

式中, P 为拟改正范围的积分限 a 或 $2a$ 。

根据 (8) 和 (9) 式很容易编成程序, 用 PC-1500 计算机计算。用轻便型经纬仪测量 $\pm a$ 或 $\pm 2a$ 范围内的二度地形, 地物前后边界的水平距离 x_1 、 x_2 和高程 h , 即可算出各点的地改值。这比 16 个方块的实测方法快速、简便。遇到较复杂的二度地形、地物, 可将其分解为几个简单的长方体, 分别测出 x_1 、 x_2 和 h 值, 并将结果相加, 即可得到测点的地改值。

在地改范围为 $2a = 25\text{m}$ 、岩层密度为 2.0 g/cm^3 时, 我们计算了几个实例 (图 6a~d)。

在图 6a、c 的情况下, 两种方法计算出的地改值均在误差范围内, 但这是一种很特

殊的情况。一般说, 沟渠和堤坝等二度地形、地物的宽度及其测点的远近都是随机的, 不可能处于“整”积分限上, 例如恰好在 0、12.5、25m 处。图 6b 和图 6d 即属这种情况。此时用方法 1 无法精确地确定其地改值。由图可见, 两种方法的差值均等于或超过 100%。而方法 2 则不受这些限制, 测得的值比较准确, 故在二度地形、地物条件下的近区地改必须采用此种方法。

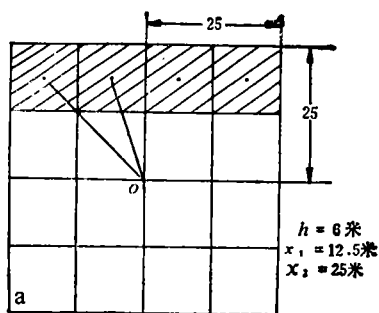
值得指出的是, 这些特殊形态的地形、地物如果不只存在于近区, 而且还延展到中区和远区, 则需将 (1) 式中的 x 、 y 变量的上、下积分限变为 $\pm \infty$ 。按图 5 的坐标系积分, 得:

$$\Delta g = -f\sigma \left[x_2 \ln \frac{x_2^2}{x_2^2 + h^2} - x_1 \ln \frac{x_1^2}{x_1^2 + h^2} - 2h \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{x_2}{h} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x_1}{h} \right) \right] \quad (10)$$

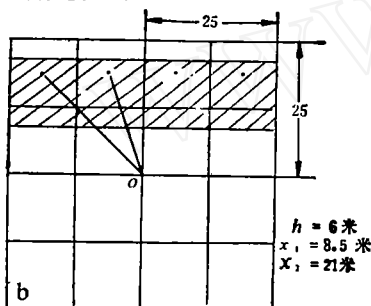
将图 6 给出的 x_1 、 x_2 和 h 值分别代入 (9) 式, 结果附在图的下面。比较方法 2 中的近区与无限远的改正数据可见, 近区的地形改正值占无限长地形改正值的绝大部分。因此, 近区地改实测是非常重要的。

判断是否进行地改及其改正范围的原则

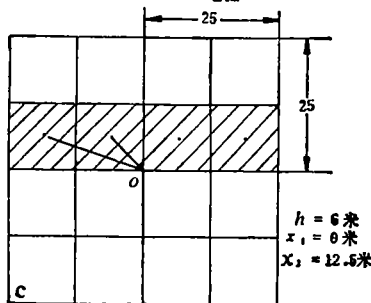
在进行重力地改实测时, 事先判定多大高差以上的地形、地物不需进行地改, 改正



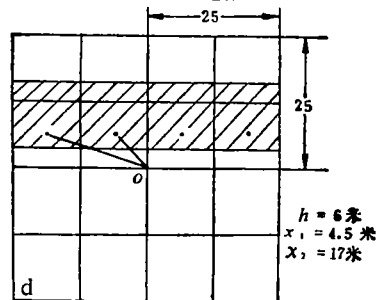
方法1: $\Delta g = 0.013$ 毫伽
方法2: $\Delta g = 0.016$ 毫伽
无限长地形: $\Delta g = 0.019$ 毫伽



方法1: $\Delta g = 0.013$ 毫伽
方法2: $\Delta g = 0.026$ 毫伽
无限长地形: $\Delta g = 0.031$ 毫伽



方法1: $\Delta g = 0.111$ 毫伽
方法2: $\Delta g = 0.098$ 毫伽
无限长地形: $\Delta g = 0.103$ 毫伽



方法1: $\Delta g = 0.111$
方法2: $\Delta g = 0.049$
无限长地形: $\Delta g = 0.054$

图 6

范围有多大,可使观测者心中有数,节约实测工作量。它取决于设计的近区地改精度,以及在 $0 \sim 2a$ 范围内地形的起伏情况。改正精度和基本积分限一旦确定,即可通过计算来决定。

如安徽省当涂—芜湖重力测区,近区地改分配的误差为0.01毫伽, $a = 12.5\text{m}$ 。对方法1确定的不进行地改的原则是:

- (1) 在 r_1 范围内, $h_1 = 1.1\text{m}$
($I_1 < 7^\circ 05'$);
- (2) 在 r_2 范围内, $h_1 = 3.0\text{m}$
($I_1 < 8^\circ 37'$);
- (3) 在 r_3 范围内, $h_1 = 6.7\text{m}$
($I_1 < 14^\circ 10'$)。

只有在 a 范围内的地形起伏较大、 $1a \sim 2a$ 范围内均满足上述条件,只观测 r_1 范围的4个方块的地改值即可;否则必须观测16个数值。

用第2种方法测定二度地形、地物不进行实测改正的原则见下表。改正范围亦可视地形、地物情况按表确定。

距测点距离 (m)	地物宽度 (m)	不进行改正高度 (m)	注	
5	5	< 2.9	$x_1, 5$	$x_2, 16$
	10	< 2.5	5	15
	15	< 2.3	5	20
	≥ 20	< 2.2	5	25
10	5	< 5.2	10	15
	10	< 4.1	10	20
	15	< 3.8	10	25
	≥ 20	< 3.8	10	25
15	5	< 7.7	15	20
	10	< 5.9	15	25
	15	< 5.9	15	25
	≥ 20	< 5.9	15	25
≥ 20	5	< 10.7	20	25
	10	< 10.7	20	25
	15	< 10.7	20	25
	≥ 20	< 10.7	20	25