

# 重力勘探任意点解释法初探

罗康宁

(攀西地质大队物化探队)

在矿体的 $xoh$ 剖面图中,我们将 $x$ 分解成: $x_2 = x_1 + \Delta x$ ;  $x_3 = x_2 + \Delta x = x_1 + 2\Delta x$ ;  $x_n = x_{n-1} + \Delta x = x_1 + (n-1)\Delta x$ 。

式中,  $\Delta x$ —两相邻点之点距。然后利用 $g$ 的导数立微分方程:

$$g'_1 = (g_1 - g_2) / \Delta x$$

和联立微分方程。再化为代数方程组。解联立方程组,便可求出矿体的埋深 $h$ 、坐标 $x_1$ 及其他物理量。

**关键词:** 重力勘探; 任意点; 解释方法

## 球 体

已知球体某一点的重力异常公式为:

$$g_1 = fM \frac{h}{(x_1^2 + h^2)^{3/2}}$$

$g_1$ 对 $x$ 的一阶导数为:

$$g'_1 = -fM \frac{3x_1 h}{(x_1^2 + h^2)^{5/2}} = -g_1 \frac{3x_1}{x_1^2 + h^2} \quad (1)$$

该导数的另一种写法为:

$$g'_1 = \frac{g_2 - g_1}{\Delta x}$$

$g_1$ 为某一点之值,  $g_2$ 为第二点之值,  $\Delta x$ 为两相邻测点之点距 (均为已知), 故 $g'_1$ 为已知。

由(1)式可立方程 $g'_1 = (x^2 + h^2) = -g_1 3x_1$

$$\text{得:} \quad h^2 = -x_1^2 - \frac{g_1}{g'_1} 3x_1 \quad (2)$$

$$\text{同理可得:} \quad h^2 = -x_2^2 - \frac{g_2}{g'_2} 3x_2 \quad (3)$$

(2)式减(3)式, 得:

$$x_2^2 - x_1^2 + \frac{g_2}{g'_2} 3x_2 - \frac{g_1}{g'_1} 3x_1 = 0$$

因

$$x_2^2 = (x_1 + \Delta x)^2 = x_1^2 + 2\Delta x x_1 + \Delta x^2$$

故得:

$$2\Delta x x_1 + \Delta x^2 + 3x_1 \left( \frac{g_2}{g'_2} - \frac{g_1}{g'_1} \right) + 3\Delta x \frac{g_2}{g'_2} = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta x \left( \Delta x + 3 \frac{g_2}{g'_2} \right)}{-2\Delta x + 3 \left( \frac{g_1}{g'_1} - \frac{g_2}{g'_2} \right)} \quad (4)$$

将 $x_1$ 之值代入(2)式,可求得埋深 $h$ 。将 $h$ 、 $x_1$ 、 $g_1$ 之值代入 $g_1$ 的重力公式,可求出球体的剩余质量 $M$ :  $M = g_1(x_1^2 + h^2)^{3/2} \frac{1}{fh}$

经物性测定求得剩余密度 $\sigma$ 的情况下,还可计算出球体半径 $R$ :  $R = \left( \frac{3M}{4\pi\sigma} \right)^{1/3}$

### 无限长水平圆柱体

无限长水平圆柱体某一点的重力异常公式为:  $g_1 = 2f\lambda \frac{h}{x_1^2 + h^2}$ 。

$g_1$ 对 $x$ 的一阶导数 $g'_1$ 为:

$$g'_1 = -2f\lambda \frac{2x_1 h}{(x_1^2 + h^2)^2} = -g_1 \frac{2x_1}{x_1^2 + h^2} \quad (5)$$

$$\text{得 } g'_1(x_1^2 + h^2) = -g_1 2x_1 \quad \text{或 } h^2 = -x_1^2 - \frac{g_1}{g'_1} 2x_1$$

同理得:

$$h^2 = -x_2^2 - \frac{g_2}{g'_2} 2x_2 \quad (6)$$

(5)式减(6)式得:

$$x_2^2 - x_1^2 + \frac{2g_2}{g'_2} x_2 - \frac{2g_1}{g'_1} x_1 = 0$$

$$\text{或 } 2\Delta x x_1 + \Delta x^2 + 2x_1 \left( \frac{g_2}{g'_2} - \frac{g_1}{g'_1} \right) + 2 \frac{g_2}{g'_2} \Delta x = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta x \left( \Delta x + 2 \frac{g_2}{g'_2} \right)}{-2\Delta x + 2 \left( \frac{g_1}{g'_1} - \frac{g_2}{g'_2} \right)} \quad (7)$$

将 $x_1$ 之值代入(5)式,可求得埋深 $h$ 。将 $h$ 、 $x_1$ 之值代入 $g_1$ 的异常公式,可求得线密度 $\lambda$ :

$$\lambda = g_1(x_1^2 + h^2)/2fh$$

在求得剩余密度 $\sigma$ 的情况下,可计算出水平圆柱体的切面积 $S$ 和半径 $R$ :

$$S = \lambda/\sigma$$

$$R = (S/\pi)^{1/2}$$

### 无限深直立半质量线

无限深直立半质量线的某点的重力异常公式为:  $g_1 = fM \frac{1}{(x_1^2 + h^2)^{1/2}}$

$g_1$ 对 $x$ 的一阶导数 $g'_1$ 为:

$$g'_1 = -fM \frac{x_1}{(x_1^2 + h^2)^{3/2}} = -g_1 \frac{x_1}{x_1^2 + h^2}$$

得:  $g'_1(x_1^2 + h^2) = -g_1 x_1$

或  $h^2 = -x_1^2 - \frac{g_1}{g'_1} x_1$  (8)

同理得:  $h^2 = -x_2^2 - \frac{g_2}{g'_2} x_2$  (9)

(8)式减(9)式得:  $x_2^2 - x_1^2 + \frac{g_2}{g'_1} x_2 - \frac{g_1}{g'_1} x_1 = 0$

$$2\Delta x x_1 + \Delta x^2 + x_1 \left( \frac{g_2}{g'_2} - \frac{g_1}{g'_1} \right) + \frac{g_2}{g'_2} \Delta x = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta x \left( \Delta x + \frac{g_2}{g'_2} \right)}{\frac{g_1}{g'_1} - \frac{g_2}{g'_2} - 2\Delta x} \quad (10)$$

将 $x_1$ 之值代入(8)式可求出埋深 $h$ 。将 $h$ 、 $x_1$ 、 $g_1$ 之值代入 $g_1$ 的异常公式,可求出线密度 $M$ :

$$M = g_1 (x_1^2 + h^2)^{1/2} / f$$

### 铅垂的物质半平面

铅垂的物质半平面某一点的重力异常公式为:  $g_1 = 2f\mu \ln \frac{h}{(x_1^2 + h^2)^{1/2}}$

$g_1$ 对 $x$ 的一阶导数为:

$$g'_1 = -2f\mu \frac{x_1}{x_1^2 + h^2}$$

得:  $g'_1(x_1^2 + h^2) = -2f\mu x_1$

$$h^2 = -x_1^2 - \frac{2f\mu}{g'_1} x_1 \quad (11)$$

同理得:  $h^2 = -x_2^2 - \frac{2f\mu}{g'_2} x_2 \quad (12)$

(11)式减(12)式得:  $x_2^2 - x_1^2 + 2f\mu \left( \frac{x_2}{g'_2} - \frac{x_1}{g'_1} \right) = 0$

$$2\Delta x x_1 + \Delta x^2 + 2f\mu x_1 \left( \frac{1}{g'_2} - \frac{1}{g'_1} \right) + 2f\mu \Delta x = 0$$

$$x_1 = \frac{\Delta x (\Delta x + 2f\mu)}{2f\mu \left( \frac{1}{g'_1} - \frac{1}{g'_2} \right) - 2\Delta x} \quad (13)$$

经物性测定,知剩余密度 $\mu$ 后, $x_1$ 可解出。 $x_1$ 之值代入(11)式,可求得埋深 $h$ 。

## 水平的物质半平面

已知水平的物质半平面某一点的重力异常公式为:  $g_1 = f\mu\left(\pi + \operatorname{tg}^{-1}\frac{x}{h}\right)$

$g_1$  对  $x$  的一阶导数为:  $g'_1 = 2f\mu\frac{h}{x_1^2 + h^2}$

得:  $(x_1^2 + h^2)g'_1 = 2f\mu h$

或  $x_1^2 = 2f\mu h / g'_1 - h^2$  (14)

同理得:  $x_2^2 = 2f\mu h / g'_2 - h^2$  (15)

(15)式减(14)式, 得:  $2\Delta x x_1 + \Delta x^2 = 2f\mu h\left(\frac{1}{g'_2} - \frac{1}{g'_1}\right)$

$$\text{令}\left(\frac{1}{g'_2} - \frac{1}{g'_1}\right) = \frac{1}{A}$$

得:  $A(2\Delta x x_1 + \Delta x^2) = 2f\mu h$  (16)

同理得:  $B(2\Delta x x_1 + \Delta x^2) = 2f\mu h$  (17)

(17)式减(16)式, 消去  $2f\mu h$ , 得:

$$B(2\Delta x x_2 + \Delta x^2) - A(2\Delta x x_1 + \Delta x^2) = 0$$

或  $2\Delta x x_1(B - A) + \Delta x^2(3B - A) = 0$

$$x_1 = \frac{\Delta x(A - 3B)}{2(B - A)}$$

现来求埋深  $h$

因  $(x_1^2 + h^2)g'_1 = 2f\mu h$  (19)

同理  $(x_2^2 + h^2)g'_2 = 2f\mu h$  (20)

(20)式减(19)式, 消去  $2f\mu h$ , 得:

$$(x_2^2 + h^2)g'_2 - (x_1^2 + h^2)g'_1 = 0$$

或  $h^2(g_2 - g_1) = x_1^2 g'_1 - x_2^2 g'_2$

$$h^2 = \frac{1}{g_2 - g_1}(x_1^2 g'_1 - x_2^2 g'_2) \quad (21)$$

求得  $h^2$  与  $x_1$  之后, 代入(14)式, 便可求得剩余面密度  $\mu$ :  $\mu = (x_1^2 + h^2)g'_1 / 2fh$

## 铅垂的物质带

已知铅垂的物质带某点的重力异常公式为:  $g_1 = f\mu \ln \frac{x_1^2 + h_2^2}{x_1^2 + h_1^2}$

此式化简后为:  $\frac{g_1}{f\mu} = \ln \frac{x_1^2 + h_2^2}{x_1^2 + h_1^2}$

这是一个对数方程, 可以写为:

$$e^{\frac{g_1}{f\mu}} = \frac{x_1^2 + h_2^2}{x_1^2 + h_1^2} = A \quad (22)$$

因  $g_1$ 、 $f$  已知。经物性测定后, 剩余密度  $\mu$  可知, 故  $A$  为已知数。(22)式可立方程:

$$(x_1^2 + h_1^2)A = x_1^2 + h_2^2$$

或  $x_1^2(A-1) = h_2^2 - Ah_1^2$  (23)

同理得:  $x_2^2(B-1) = h_2^2 - Bh_1^2$  (24)

$$x_3^2(C-1) = h_2^2 - Ch_1^2$$
 (25)

(24) 式减 (23) 式, 消去  $h_2^2$  项, 得:

$$x_2^2(B-1) - x_1^2(A-1) = h_1^2(A-B)$$

或  $h_1^2 = \frac{1}{A-B} [x_2^2(B-1) - x_1^2(A-1)] = -x_1^2 + \frac{B-1}{A-B} [2\Delta x x_1 + \Delta x^2]$  (26)

(25) 式减 (23) 式, 消去  $h_2^2$  项得:

$$x_3^2(C-1) - x_1^2(A-1) = (A-C)h_1^2$$

或  $h_1^2 = \frac{1}{A-C} [x_3^2(C-1) - x_1^2(A-1)] = -x_1^2 + \frac{C-1}{A-C} [4\Delta x x_1 + 4\Delta x^2]$  (27)

(27) 式减 (26) 式, 消去  $h_1^2$  和  $x_1^2$  项, 得:

$$\frac{C-1}{A-C} [4\Delta x x_1 + 4\Delta x^2] - \frac{B-1}{A-B} [2\Delta x x_1 + \Delta x^2] = 0$$

$$x_1 \left[ 4 \frac{C-1}{A-C} - 2 \frac{B-1}{A-B} \right] + \Delta x \left[ 4 \frac{C-1}{A-C} - \frac{B-1}{A-B} \right] = 0$$

得:  $x_1 = \frac{v}{u}$  (28)

式中:  $u = \left[ 4 \frac{C-1}{A-C} - 2 \frac{B-1}{A-B} \right]$

$$v = \Delta x \left[ \frac{B-1}{A-B} - 4 \frac{C-1}{A-C} \right]$$

将  $x_1$  之值代入 (26) 式, 可求得上顶埋深  $h_1^2$  之值。将  $h_1^2$  与  $x_1$  之值代入 (23) 式, 可求出底部埋深  $h_2$  之值。

已知垂直台阶的重力异常某一点的公式为:  $g_1 = f \left[ \pi(h_2 - h_1) + x_1 \ln \frac{x_1^2 + h_2^2}{x_1^2 + h_1^2} + 2h_2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{x_1}{h_2} + 2h_1 \operatorname{tg}^{-1} \frac{x_1}{h_1} \right]$

$g_1$  对  $x$  的一阶导数为:

$$g'_1 = f \sigma \ln \frac{x_1^2 + h_2^2}{x_1^2 + h_1^2}$$

此式化简后为:  $\frac{g'_1}{f \sigma} = \ln \frac{x_1^2 + h_2^2}{x_1^2 + h_1^2}$

这是一个对数方程, 它的解法与铅垂的物质带的重力解释法一样:

$$e^{\frac{g'_1}{f \sigma}} = \frac{x_1^2 + h_2^2}{x_1^2 + h_1^2} = A$$
 (29)

因一阶导数  $g'$ ,  $f$  已知。经物性测定后, 可知剩余密度  $\sigma$ , 故  $A$  为已知。(29) 式可立方程:

$$x_1^2(A-1)=h_2^2-Ah_1^2 \quad (30)$$

同理得:

$$x_2^2(B-1)=h_2^2-Bh_1^2 \quad (31)$$

$$x_3^2(C-1)=h_2^2-Ch_1^2 \quad (32)$$

(31) 式减 (30) 式, (32) 式减 (30) 式, 消去  $h_2^2$  项得:

$$h_1^2 = -x_1^2 + \frac{B-1}{A-B}(2\Delta x x_1 + \Delta x^2) \quad (33)$$

$$h_1^2 = -x_1^2 + \frac{C-1}{A-C}(4\Delta x x_1 + 4\Delta x^2) \quad (34)$$

(34) 式减 (33) 式, 消去  $h_1^2$  项和  $x_1^2$  项, 得:

$$x_1 \left[ 4 \frac{C-1}{A-C} - 2 \frac{B-1}{A-B} \right] + \Delta x \left[ 4 \frac{C-1}{A-C} - \frac{B-1}{A-B} \right] = 0$$

$$x_1 = -\frac{v}{u} \quad (35)$$

$$\text{式中: } u = \left[ 4 \frac{C-1}{A-C} - 2 \frac{B-1}{A-B} \right]; \quad v = \Delta x \left[ \frac{B-1}{A-B} - 4 \frac{C-1}{A-C} \right]$$

将  $x_1$  之值代入 (33) 式可求得顶部埋深  $h_1$ , 又将  $h_1^2$  与  $x_1$  之值代入 (30) 式, 可求出底部埋深  $h_2$ 。

以上七例, 选的是重力异常公式简单的例子。若遇  $\Delta g$  的公式是复杂的, 则需经数学处理后, 才能求出矿体的坐标  $x_1$ , 埋深  $h$  等物理量。若解释磁法勘探问题, 也会有满意的结果。

### Interpretation of Gravity Anomalies by the Use of Points on Principal Profile

Luo Kangng

The abscissas and gravity values of any two neighbouring points on the principal gravity profile are known. A differential equation of the first derivative of gravity can be established. Same differential equations for other pairs of neighbouring points may be also established. Then convert these differential equations into algebraic equations and solve them simultaneously for the depth and other physical parametres of the ore body.

### 《中国金矿床成因矿物 学和找矿矿物学论文选 集》开始征订

《中国金矿床成因矿物学和找矿矿物学论文选集》一书, 将于1988年第1季度出版。全书共收入论文36篇, 约25万字。内容包括: 1. 成因矿物学和找矿矿物学基础理论和研究方法, 2. 某些矿物的标

型特征及其成因和找矿意义; 3. 中国金矿区域性成因矿物学和找矿矿物学研究; 4. 中国金矿床成因矿物学和找矿矿物学研究; 这些内容基本上反映了我国金矿成因矿物学和找矿矿物学研究领域的最新成果, 具有实用价值。可供广大地质工作者、科研设计人员和院校师生参考。

请与河北省廊坊市武警黄金地质研究所物质成分室联系订阅。每本定价: 2.80元, 邮费自理。订购10本以上, 优惠10%。