第24卷 第 3 期 1988 年3月
地 质 与 勘 探
GEOLOGY AND PROSPECTING
Vol. 24, No. 3 March, 1988

逻辑信息法枝状图连法实质分析及一种求枝状图的新途径

王 勇 毅

（有色总公司北京矿产地质研究所）

通过对P.M.康斯坦丁诺夫枝状图连法的分析，笔者提出了一种求全部最小区分标志组合枝状图的新途径，并给出一种简易的直接检验所求各枝“最小性”的方法。

关键词：逻辑信息法；枝状图；区分标志组；区分标志组合；最小区分标志组合

工 作 方 法

运用逻辑信息法进行找矿预测，关键在于求出全部最小区分标志组合。苏联学者P.M.康斯坦丁诺夫等介绍的连枝状图法是解决这一问题的途径之一，但该方法引入一些新定义，加之规则较多，标注繁杂，不易掌握。本文以分析康斯坦丁诺夫枝状图连图方法的基本思想入手，结合笔者应用该方法的体会，归纳出三点实质，并由此提出一种易于掌握的求全部最小区分标志组合枝状图的新途径，同时还给出一种直接检验各枝“最小性”的简便方法。

枝状图连法实质分析

假定用逻辑信息法已求出了 n 个区分标志组 B_1、B_2、…、B_n，则求最小区分标志组合枝状图连图基本思想的实质有以下三点：

1．如果某 k 个区分标志组 B_1、B_2、…、B_k 每个之中至少有一个标志是构成某枝的标志，则称该枝为 B_1、B_2、…、B_k 的区分标志组合。

如图1中构成枝2-4-5的标志2、4、5存在于 B_1（标志2）、B_2（标志4）、B_3（标志5）、B_4（标志5）、B_5（标志4、5）之中，故称枝2-4-5为 B_1-B_5 的区分标志组合。

2．如果某枝是 n 个区分标志组 B_1、B_2、…、B_n 的最小区分标志组合，则该枝上的每个标志必在这 n 个标志组中至少对应着一个这样的 B_i（$i=1、2、\cdots、n$），即在组成这个 B_i 的诸标志中属于该枝的标志仅此一个，除此不再含有枝上其它任何标志。

如图1中枝2-4-5由2、4、5三个标志构成，其中标志2与 B_1、标志4与 B_2、标志5与 B_3 和 B_4 都分别存在此种对应关系，即 B_1 中属该枝的标志仅有2而无4和5；B_2 中属该枝的标志仅有4而无2和5；而 B_3、B_4 则都仅有标志5属枝2-4-5，因此枝2-4-5是最小区分标志组合。有两点要注意：其一是这种对应关系的唯一性，即只含一个属于某枝的标志而不再包含属于该枝的其它任何标志；其二是枝上每个标志都要至少与一个 B_i 存在这种对应关系。如图1中 B_5 对于枝2-4-5就不存在这种唯一性对应

关系，因为B_5同时包含了属于枝2-4-5的两个标志4和5。另外，假如在图1的第Ⅳ阶将B_4中标志3连到枝上得出枝2-4-5-3，则很容易检验出该枝不是最小区分标志组合。因为B_1-B_5均不与构成该枝4个标志之一的标志3存在上述对应关系，而唯一含有标志3的B_4还包含该枝上的另一个标志4。此时，尽管另外三个标志2、4、5分别与B_1、B_2、B_3仍存在上述对应关系，但这只是枝上三个标志，并非枝上所有标志。

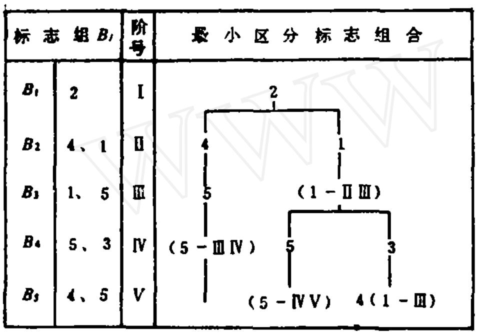

图1 最小区分标志组合枝状图

3．从上向下顺序连枝，当第k个区分标志组$B_k(1<k\leqslant n)$中的某个标志连接到枝上后，该枝即为B_1-B_k的最小区分标志组合，这便保证了最终连出的枝是全部标志组B_1-B_n的最小区分标志组合。

如图1最右一枝，当B_2中标志1连接到枝上后，枝2-1便成为B_1-B_2的最小区分标志组合，这很容易用实质2作出检验；当B_4中标志3连接到枝上后，同样可检验出枝2-1成为B_1-B_4的最小区分标志组合；而当B_5中标志4连接到枝上后，枝2-1-3-4便成为全部标志组B_1-B_5的最小区分标志组合。

逻辑信息法在求最小区分标志组合枝状图之前，首先要求出n个区分标志组B_i。为此，先将全部m个研究对象两两组合对比，把任意一对对象二者取值不同的那些标志（称为“区分标志”）列出，相应构成C_m^2个标志组。然后，从所含标志最少的标志组开始，把包含其更大标志组剔出，被剔出的标志组与其所包含的那个小标志组一起构成一个子集，从而将全部C_m^2对对象分成了n个子集，与这n个子集相对应的n个互不包含的小标志组便是所求的n个区分标志组B_i（$i=1、2、\cdots、n$；$n<C_m^2$），其中任一B_i中的标志均能同时使相应子集中每对对象二者对应于这些标志的取值都互不相同。如仅从结构上考虑，两个研究对象只要某一个标志的对应值上不相同，则称二者在结构上能相互区分。因此，这些B_i中每个标志都能同时使与其对应的子集中每对对象在结构上区分开。因为同时区分全部研究对象是指全部研究对象任意二者的组合在结构上不发生雷同，于是，问题就归结为同时使全部n个子集的每对对象在结构上能相互区分。这样，只要从每个B_i中取出一个标志组成一个新区分标志组合，也就可区分全部研究对象，这即实质1的含义。

然而，求出区分标志组合的最终目的是要通过它们找出所谓最小区分标志组合，即若从这种组合中去掉任何一个标志，都将出现至少两个对象结构上完全相同，致使不再能区分全部研究对象。显然，最小区分标志组合首先是区分标志组合。但对于区分标志组合来说，去掉某个标志则可能不出现对象之间结构上雷同的情况。例如从图1的B_1-B_5中依次取出B_1中的2、B_2中的1、B_3中的5、B_4中的3、B_5中的4，组成一个区分标志组合2-1-5-3-4，由前述可知，它可区分全部研究对象。但若去掉其中的标志4（见表），2-1-5-3并未使某两个对象结构上雷同而不能区分全部对象；同样，如再去掉标志3，仍未出现结构相同的对象。然而，若再从2-1-5中去掉任意一个标志，如去掉标志1，则出现对象2与5、对象4与6结构上雷同的情况，这已不再能同时区分全部6个对象。因此，组合2-1-5即为一个最小区分标志组合。

区分标志组合及最小区分标志组合表

对象	标志					区分标志组合				最小区分标志组合			雷同	
	1	2	3	4	5	2	1	5	3	2	1	5	2	5
1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1
2	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
3	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0
4	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
5	0	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
6	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0

分析可知，去掉标志4时，组合2-1-5-3中标志5仍是B_5的一个标志，故B_5对应的子集并未因去掉4而不能同时区分；同样，再去掉标志3，B_5、B_4中也都还有标志5在组合2-1-5中。但再从2-1-5中去掉标志1，虽然B_1、B_3、B_4、B_5都还有标志在组合2-5中，但B_2却再无标志在2-5中了，这就不再保证与B_2相应的子集中每对对象能在结构上区分开，这是出现对象间结构上雷同的原故。可见，最小区分标志组合中每个标志都至少与一个B_i相对应，从而唯一使该B_i对应子集中全部对象同时区分开。对于上述例子，也可换一种说法，即在最小区分标志组合2-1-5中，标志1是唯一B_2中的标志，标志2是唯一B_1中的标志；标志5则是唯一B_4和B_5中的标志。这就是实质2所述对应关系的含义。实际上，实质2为实际应用提供了一种更加简便的"最小性"检验方法，即直接根据实质2作出判断，凡存在实质2中对应关系的区分标志组合定为最小区分标志组合。

一种求枝状图的新方法

本法连枝状图分两步进行，首先求出左边第一枝最小区分标志组合，之后用扩展的方法依次求出余下各枝，从而连出全部最小区分标志组合枝状图。此法连图规则由实质分析引出，核心是实质2。下面先介绍具体连图规则。

1．凡包含现有枝上标志的标志组B_k（$1<k\leqslant n$）所在层不考虑定点，只需引枝贯穿该层；否则要考虑定点。

以图2为例，当连枝进行到B_2、B_3所在层时，枝上仅有标志1，而B_2、B_3均包含了标志1，故这两层不能定点，于是引枝贯穿这两层。B_6层也因B_6中含有相应现有枝1-3-2上的标志2和1而未定点。但B_4、B_5和B_7三层对应的现有枝分别为1、1-3、1-3-2，而B_4、B_5、B_7均不包含相应枝上的标志，故要考虑定点。

2．若可考虑定点的标志组B_k（$1<k\leqslant n$）中某标志连接到枝上后，该枝必为B_1-B_k的最小区分标志组合；否则连枝不能成立。

如图2中B_4所在层可考虑定点，则先把左边第一个标志3连到枝上，之后检验枝1-3是否为B_1-B_4的最小区分标志组合。此时可直接利用实质2按前述做法作检验。结果标志1与B_2和B_3、标志3与B_4存在实质2中对应关系，因此枝1-3是B_1-B_4的最小区分标志组合。根据规则2，标志3连枝成立。B_5层也可定点，同样先将标志4连枝，经检验发现，枝1-3-4中标志3与B_4、标志4与B_5存在实质2中对应关系，但标志1却不与B_1-B_5中任何标志组存在这种对应关系，因此枝1-3-4不是B_1-B_5的最小区分标志组合。按照规则2，标志4的连枝不能成立。同样，下个标志9也未能连枝，最后经检验连接了第三个标志2。

3．一旦标志组B_i（$i=1、2、\cdots、n-1$）中的某个标志连枝成立，便暂缓考虑该标志右边其他标志的连枝，而继续下个标志组的考查。

如图2所示，当B_4中标志3连枝后，并未继续考虑右边的标志7、8、9的连枝，而是进行B_5层的考查；当B_5中标志2连枝后，也暂缓考虑其右边的标志8，而继续考查下一层。

4．如果可考虑定点的标志组中无标志

连枝，则该枝被废弃。

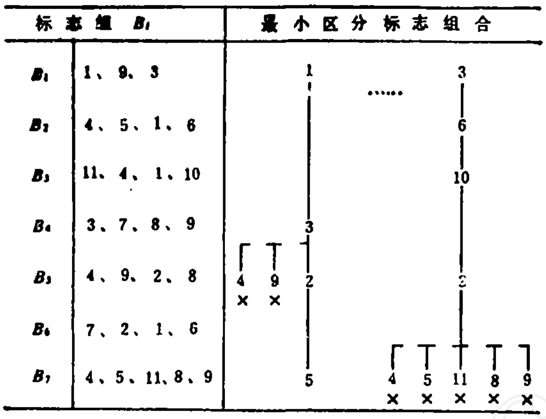

图 2 最小区分标志组合枝状图

如图 2 所示，当枝3-6-10-2连枝至最后一层$_7B$时，按规则 1，B_7 可定点。但据规则 2 依次检验 B_7 中标志 4 、5 、11、8 、9 的连枝时，发现都不满足规则 2，此时五个标志都不能连枝。按照规则 4，该枝被废弃。

规则 1 直接由实质 1 引出，它保证连出的枝一定能“区分” B_1-B_k($1<k\leqslant n$)。规则 2 实际是实质 3，并直接依赖于实质 2 的检验。规则 2 作为本法核心确保连出的枝对 B_1-B_k($1<k\leqslant n$) 能“最小区分”，并最终求出全部研究对象的最小区分标志组合。设置规则 3 则是为逐枝完成各枝的连接。而规则 4 的实质是为去掉只能成为B_1-B_k($1\leqslant k<n$) 的最小区分标志组合而不可能成为全部B_1-B_n的最小区分标志组合的枝。

本法连枝状图的两个步骤：

1．求第一枝最小区分标志组合

以图 2 为例，首先取出 B_1 中左边第一个标志 1，定为枝上第一个点，之后向下考查B_2。B_2中包含标志 1，按规则 1 不能定点，B_3同样也不能定点。B_4 可考虑定点，经规则 2 检验第一个标志 3 连枝成立，此时再据规则 3 向下考查B_5。B_5也可定点，但前两个标志 4 和 9 均不满足规则 2，结果连接了标志 2。然后又按规则3向下考查B_6。B_6不能定点。B_7可考虑定点．但也因第一个标志 4 不满足规则 2 而连接了标志 5 。至此，便求出了全部区分标志组B_1-B_7的第一枝最小区分标志组合。

2．扩展

求出第一枝最小区分标志组合后，其余所有枝可通过扩展求出。扩展的实质是不重复新枝与前一枝完全相同部分的连接，如枝1-3-2-5与枝 1-3-2-11 在 2 以前的连接步骤完全相同，故可直接从 2 以后开始下一枝的连枝。扩展的具体做法是，首先从第一枝的末端第一个标志开始向上考查枝上各标志，看其对应的B_i中这些标志右边其他标志按规则能否连枝，并通过第一个可连枝的标志引出第二枝，然后根据连图规则独立完成第二枝。再从第二枝末端第一个标志开始重复上述做法，从而求出第三枝、第四枝…。

以图 3 为例，当求出第一枝最小区分标志组合1-3-2-5后，再从该枝末端第一标志5开始，在其对应的B_7中依次考查 5 右边的11、8 、9 可否与 1-3-2 连枝。经规则 2 检验，头个标志11连枝成立，于是由标志11引出了第二枝。由于 B_7 是最末一个标志组，至此便求得了第二枝最小区分标志组合1-3-2-11。然后再从第二枝末端标志11开始考查

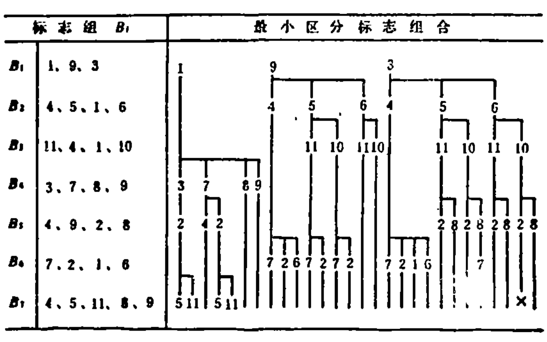

图 3 最小区分标志组合枝状图

11对应的B_7中11右边的 8 、9 能否与枝1-3-2连接。经检验 8 、9 均不能连枝，接着考虑第二枝倒数第二个标志 2 的扩展。经考查， 2 对应的B_5中 2 右边的 8 不能与1-3连

接，再向上考虑倒数第三个标志3的扩展。结果B_4中3右边的标志7与1连接成立，又引出第三枝。依规则3，再继续下层B_5的考查。B_5不包含枝1-7上的标志，按规则1可定点，并连接了标志4。再按规则3向下考查，但B_6、B_7均不能定点，这样又求得第三枝最小区分标志组合1-7-4。以下又从第三枝倒数第一个标志4开始扩展。

扩展得出第7枝1-9后，考查到该枝倒数第二个标志1的扩展，定出B_1中1右边的标志9，这又相当于开始了第一枝的连枝。

扩展重复进行，当引出第27枝3-6-10-2并连枝至B_7时，按规则已无标志连枝，根据规则4废弃该枝。需注意，此时接下去的扩展仍从该废枝末端第一个标志2开始，经检验，B_5中2右边标志8可连枝，从而求出第28枝3-6-10-8。实际上，共求得27枝最小区分标志组合。

本方法与原法相比，有以下优点：

1．不再引用等价点、Q型点、S型点等新定义，并去掉了连图过程中繁杂的标注。

2．主要连图规则仅有两条，且直接与方法实质联系，便于记忆和掌握。

3．本法可直接检验所求枝的“最小性”，方便了结果的检查。

4．本法采取逐枝连图，便于安排图面，且可逐枝连接，逐枝检查，弥补了原法由于一次铺开各枝同时连接造成的易漏枝、错枝及图面位置难安排等缺陷。

参考文献

[1] 赵鹏大等：《矿床统计预测》，北京，地质出版社，1983年。

[2] P.M. 康斯坦丁诺夫(纪忠元译)：《评价金属矿床的逻辑信息法》，北京，地质出版社，1982年。

[3] 卢国雄等：桂林冶金地质学院学报，1985，Vol. 5，№4.

Connection of Dendrogram in Logical Information Method: A Study of Its Essence and a New Approach for Its Construction

Wang Yongyi

Through an analysis of R. M. Constantine's method for conneting dendrogram in logical information method, the author puts forward a new approach for drawing dendrogram. All the minimum differentiation mark combinations can be determined by this approach. A simple method for testing the 'minimality' of each branch of the dendrogram is also given.