第24卷 第11期
1988年11月
地质与勘探
GEOLOGY AND PROSPECTING
Vol. 24, №11
November, 1988

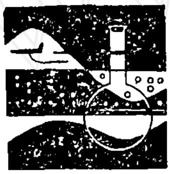
国际单位制与磁异常解释

程方道

（中南工业大学）

讨论了国际单位制与高斯单位制中磁异常的正反演问题，力求从物理学的角度说明其含义，并以球体为例，用对比的方法说明了两种单位制中磁异常的正反演计算。

关键词：高斯单位制；国际单位制；磁异常正反演



物探与化探

“七五”期间，我国逐步推行计量单位的国家标准，其主要内容是国际单位制(SI)。地球物探勘查工作也要尽快适应这种转变。长期以来，我国的有关专业文献中，采用的是以CGS制为基础的单位制。在力学（重力学）领域内，各种物理量的量纲，在CGS单位制与国际单位制中均相同，各种公式的表达形式也相同，实现二者的转换是比较容易的。而在电磁学领域内，其中包括地磁学领域，各种物理量的量纲，在两种单位制中有很大差别，许多公式的表述形式也不相同[1、2]。因此，在参阅使用不同单位制的文献时容易产生混淆，在实际工作中稍有疏忽就会得出错误的结果。

本文首先从物理学的角度，说明在电磁学领域，尤其是磁法工作中的正反演公式，在这两种单位制中的不同表达方式及其相互转换。然后结合实例，说明如何应用国际单位制进行磁异常的正演计算及解释，以供参考。

在力学领域内，CGS单位制和国际单位制都采用3个基本物理量，即质量、长度和时间，按照惯例，分别以M、L和T表示其量纲。例如重力加速度g的单位，在CGS制中为厘米/每秒每秒（cm/s^2），叫做伽(Gal)，在SI制中亦为厘米/每秒每秒(m/s^2)，二者的量纲相同，均为〔LT^{-2}〕。其关系为$1\ Gal=10^{-2}m/s^2$。

在电磁学领域，以CGS单位制为基础的高斯制同样采用上述3个基本物理量M、L、T。在SI制中，除这3个基本物理量外，还采用电流（I）作为基本物理量，即共有4个基本物理量。因此，电磁学中的各种物理量在这两种单位制中就有不同的量纲。为了避免在一些常用公式中出现4π(或$1/4\pi$)这一常数因子，在国际单位制中对有关公式采用了合理化写法。这样一来，某些电磁学中的物理量在两种单位制的换算中，就出现了4π或$1/4\pi$的因子。

长期以来，在磁法文献中均采用高斯制。在高斯制中导磁系数μ为无量纲的纯数，真空的导磁系数$\mu_0=1$。在磁法工作中通常忽略空气（或水）与真空导磁系数的差别，即认为空气或水的导磁系数$\mu=1$。由基本公式$B=\mu H$，可见空气中的磁感应强度B（单位为高斯）与磁场强度H（单位为奥

斯特）相等。在高斯单位制中，空气中1高斯的磁感应强度相当于1奥斯特的磁场强度，二者的量纲也相同，均为$L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}$。这里要指出，在磁法工作中用各种磁力仪测得的场值都是磁感应强度B。只是由于在高斯单位制中磁感应强度B与磁场强度H在数值上相等，量纲相同，在使用高斯制的磁法文献中，对空气、水中的磁感应强度和磁场强度未作严格区分。在表示空气或水中磁场的单位上，高斯或奥斯特可以通用[3]。在国际单位制中，磁感应强度B和磁场强度H有不同的量纲，B的量纲为$MT^{-2}I^{-1}$，H的量纲为$L^{-1}I$，无论是在介质中还是在真空中，B和H的数值都不相同。在改用国际单位制时，就必须明确各种磁法实测资料都是地磁场的磁感应强度B，还要注意相应的公式在两种单位制中也不相同，在进行两种单位制相应单位的换算时，采用参考文献〔1〕、〔2〕中的换算系数就可得出正确的结果。

在讨论国际单位制中磁法正反演问题之前，先说明一下两种单位制中磁化率κ的换算关系。介质中的磁感应强度B与磁场强度H之间有复杂的函数关系。在一般情况下，导磁系数及磁化率都是张量，如以方括弧表示张量，则可表示为〔μ〕及〔κ〕。为了便于对比磁化率在两种单位制中的换算关系，下面仅就各向同性、线性介质进行讨论。对各向同性、线性的磁介质，大家熟知的有以下关系式：

$$\vec{J}=\kappa\vec{H} \tag{1}$$

$$\vec{B}=\mu\vec{H},\quad \vec{B}_0=\mu_0\vec{H} \tag{2}$$

$$\mu=\mu_r\mu_0 \tag{3}$$

$$\vec{B}=\mu_r\mu_0\vec{H}=\mu_r\vec{B}_0 \tag{4}$$

以上各式中的J为磁化强度，μ_0为真空中的导磁系数，μ_r为相对导磁系数，B_0为真空中的磁感应强度。（1）至（4）式对两种单位制都适用。公式中出现的物理量的量纲及系数，在两种单位制中则是不同的。在高斯单位制（CGSM制）中，$\vec{J}$、$\vec{H}$、$\vec{B}$具有相同的量纲．由（1）、（2）式可见，κ及μ均为无量纲的纯数，并且真空中的$\mu_0=1$。在国际单位制中，$\vec{J}$与$\vec{H}$有相同的量纲，因而κ也是无量纲的纯数；$\vec{B}$与$\vec{H}$有不同的量纲，因而μ及μ_0是有量纲的，其量纲为$LMT^{-2}I^{-2}$。从（4）式可以看出，相对导磁系数μ_r在两种单位制中都是无量纲的纯数，并且其数值相等。μ_r是与所采用的单位制无关的不变量，也就是说μ_r是与广义坐标变换无关的不变量。这从物理学的角度看是是明显的，因为不同介质的任何一种物理属性的相对比值（对比度）显然不会随单位制的不同而改变。相对导磁系数μ_r在不同单位制中的不变性，是讨论磁化率κ在两种单位制中变换关系的出发点。

磁化率与导磁系数之间的关系，在两种单位制中的表达方式是不同的。在高斯制中有如下关系式[4]：

$$\vec{H}=\vec{B}-4\pi\vec{J} \tag{5}$$

将（1）、（2）式代入（5）式可得出以下关系：

$$\mu=1+4\pi\kappa_1=\mu_r \tag{6}$$

上式中用κ_1表示高斯单位制中的磁化率。

在国际单位制中，磁场强度H定义为[5]

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu_0}-\vec{J} \tag{7}$$

同样将（1）、（2）式代入（7）式可得到如下关系：

$$\mu=\mu_0(1+\kappa_2) \tag{8}$$

$$\mu_r=1+\kappa_2 \tag{9}$$

（8）、（9）二式中用κ_2表示国际单位制中的磁化率。

（6）式是高斯单位制中μ_r与κ的关系式．（9）式是国际单位制中μ_r与κ的关系式，二者是不同的。但如前所述，相对导磁系数μ_r在两种单位制中是相同的，即对同一种磁介质，（6）式中的μ_r与（9）式中的μ_r相等，由此得出[6]

$$4\pi\kappa_1=\kappa_2 \tag{10}$$

或 $$\kappa_1=\frac{1}{4\pi}\kappa_2 \qquad (10')$$

这就是两种单位制的表达式中磁化率的换算关系。（10）式的含义是，如果某一种磁介质的磁化率用高斯单位制表示为κ_1CGSM(κ)单位，则该磁介质的磁化率用国际单位制表示为$\kappa_2=4\pi\kappa_1$SI(κ)单位。在一些有关公式中，要采用（10）式进行换算，例如由（9）式到（6）式就是如此。正如某一长度用公制表示L_1米，则用市制表示为$L_2=3L_1$市尺。即一物体长度的市尺数等于其米数乘3，而一市尺则等于1米的1/3，即1市尺$=\frac{1}{3}$米。类似地有[2]

$$1\ \mathrm{SI}(\kappa)=\frac{1}{4\pi}\ \mathrm{CGSM}(\kappa) \qquad (11)$$

或 $$1\ \mathrm{CGSM}(\kappa)=4\pi\ \mathrm{SI}(\kappa) \qquad (11')$$

（10）式与（11）式从不同角度表示出磁化率在两种单位制中的换算关系。事实上，任一物理量在两种单位制中的换算关系，都可以有这两种表达方式。对于物体长度在公制与市制中相互换算的这两种关系，大家是熟知的。当前一些从事磁法工作的同志，对于磁化率在高斯单位制与国际单位制中的换算关系，由于使用较少，难免产生含混。据笔者的体会，在出现这类含混时，回忆一下长度单位市制与米制的换算关系，将有助于得出正确的结论。

下面讨论磁异常的正反演问题。分别用两种单位制对球体的Z_a异常进行计算，以对比方式说明磁异常解释中两种单位制的换算关系。球体上中心剖面的Z_a在高斯单位制中的表达式为

$$\begin{aligned}Z_a&=\frac{M_s}{(x^2+R^2)^{5/2}}[(2R^2-x^2)\sin i_s-3Rx\cos i_s]\\&=M_s f_1(R,x,i_s)\\&=J_s\cdot V\cdot f_1(R,x,i_s)\\&=J_s f(V,R,x,i_s)\end{aligned} \qquad (12)$$

$$f=Vf_1=\frac{V}{(x^2+R^2)^{5/2}}[(2R^2-x^2)\sin i_s-3Rx\cos i_s] \qquad (13)$$

在以上二式中J_s为剖面内的磁化强度，V为球的体积，R为球心埋深，x为剖面上观测点的坐标，i_s为剖面内的磁化倾角。由(13)式可见，函数f为一无量纲的纯数，并且其数值与单位制的选择无关。也就是说，对于选定的V、R、x、i_s，无论是采用高斯单位制还是国际单位制，f均有相同的值。f_1的量纲则为L^{-3}。由（12）式看出，Z_a与J_s有相同的量纲。在高斯单位制中，可以认为空气及水中的$\mu=1$，因此可以将Z_a理解为磁感应强度或磁场强度，以T_s表示剖面内地磁场的磁感应强度。在高斯单位制中，剖面内地磁场的磁场强度也是T_s。由（1）式可求得高斯单位制中的J_s为

$$J_s=\kappa_1 H=\kappa_1 T_s \qquad (14)$$

上式中κ_1表示磁性球体在高斯单位制中的磁化率值。将上述J_s值代入（12）式求得球体Z_a的表达式为

$$\begin{aligned}Z_a&=\kappa_1 T_s f(V,R,x,i_s)\\&=\kappa_1 T_s V f_1(R,x,i_s)\end{aligned} \qquad (15)$$

上式中的Z_a、κ_1、T_s均用高斯单位制。

在国际单位制中，磁异常的表达式均须将高斯单位制中相应的表达式乘以$\mu_0/4\pi$，故（12）式应改写为

$$\begin{aligned}Z_a&=\frac{\mu_0}{4\pi}J_s\cdot f(V,R,x,i_s)\\&=\frac{\mu_0}{4\pi}J_s\cdot V\cdot f_1(R,x,i_s)\end{aligned} \qquad (16)$$

需要注意的是，(16)式中的Z_a只能表示磁化球体的磁感应强度。在国际单位制中，Z_a与J_s的量纲是不同的。按照等式两边的量纲应相同的规则，磁感应强度Z_a的量纲等于J_s的量纲乘μ_0的量纲。在国际单位制中，B与H的量纲也不同，由（1）、(2）两式求得J_s为

$$J_s=\kappa_2 H=\kappa_2\cdot\frac{J_s}{\mu_0} \qquad (17)$$

将上式中J_s代入（16）式得到国际单位制中磁性球体Z_a的表达式为

$$Z_a=\frac{\kappa_2}{4\pi}\cdot T_s\cdot f(V,R,x,i_s)$$

$$=\frac{\kappa_2}{4\pi}\cdot T_s\cdot V\cdot f_1(R,x,i_s) \quad (18)$$

（18）式中Z_a、κ_2、T_s均用国际单位制。为了在采用国际单位制的（18）式与采用高斯单位制的（15）式之间进行变换，只须利用（10）式即可实现。

下面进行一些简单的数值计算。设磁性球体的$\kappa_1=0.2\text{CGSM}(\kappa)$，$T_s=0.5$高斯$=0.5$奥斯特，由（15）式有

$$Z_a=0.2\times0.5\times f=0.1f\text{奥斯特}$$
$$=0.1f\text{高斯。}$$

由（10）式可求得上述磁性球体在国际单位制中的磁化率κ_2为

$$\kappa_2=0.2\times4\pi\text{SI}(\kappa)$$

国际单位制中磁感应强度的单位为特斯拉。特斯拉与高斯的换算关系为

1特斯拉$=10^4$高斯，

或　1高斯$=10^{-4}$特斯拉。

由以上换算关系求出$T_s=0.5$高斯$=0.5\times10^{-4}$特斯拉。将以上κ_2及T_s的值代入（18）式即可求得同一磁性球体在国际单位制中的磁感应强度Z_a为

$$Z_a=\frac{1}{4\pi}\times0.2\times4\pi\times0.5\times10^{-4}f\text{特斯拉}$$

$$=10^{-5}f\text{特斯拉}=0.1f\text{高斯。}$$

这是意料中的事。

下面来讨论反演问题。设测得上述磁性球体中心剖面上的$Z_a(x)$，由特征点或任意点等方法已求得球体中心埋深R，磁化倾角i_s，由（15）式可求得球体体积V的表达式为

$$V=\frac{Z_a}{\kappa_1\cdot T_s\cdot f_1(R,x,i_s)} \qquad (19)$$

设剖面上某一点x测得$Z_a=10^3\gamma=10^{-2}$高斯，由以上反演得出的R，i_s求得该点的$f_1(R,x,i_s)=10^{-8}\text{m}^{-3}$。以$\kappa_1=0.2\text{CGSM}(\kappa)$，$T_s=0.5$高斯代入（19）式，可求得球体体积$V$为

$$V=\frac{10^{-2}\text{高斯}}{0.2\text{CGSM}(\kappa)\times0.5\text{高斯}\times10^{-8}\text{m}^{-3}}$$
$$=10^7\text{m}^3\text{。}$$

在国际单位制中要用（18）式来反求球体体积V。由式（18）反求V的表达式为

$$V=\frac{4\pi Z_a}{\kappa_2\cdot T_s\cdot f_1\cdot(R,x,i_s)} \quad (20)$$

在同一测点上，$Z_a=10^{-2}$高斯$=10^{-6}$特斯拉，$f_1(R,x,i_s)=10^{-8}\text{m}^{-3}$，$\kappa_2=0.2\times4\pi\text{SI}(\kappa)$，$T_s=0.5$高斯$=0.5\times10^{-4}$特斯拉，将这些数据代入（20）式求得球体体积$V$为

$$V=\frac{4\pi\times10^{-6}\text{特斯拉}}{0.2\times4\pi\text{SI}(\kappa)\times0.5\times10^{-4}\times10^{-8}\text{m}^{-3}}$$
$$=10^7\text{m}^3\text{。}$$

这也是自然的，两种单位制的反演显然应该得出同样的结果。归纳以上的讨论，要强调指出，无论用哪种单位制进行磁异常的反演，只要注意选用公式与使用的单位制一致，就可得出正确的结果。

参 考 文 献（略）

Unit Systems and Magnetic Interpretation

Cheng Fangdao

This paper strives to expound the implication of the international system and Gaussian system of units used in magnetic interpretation from the point of view of physics. Taking the solutionsof the fo-forward and inverse problems of a magnetic spherical body as examples, the conversion of these two unit system is illustrated.