

关于加权平均品位的计算问题

李 旭

(新疆矿产储量委员会)

用通常的公式计算面积或块段加权平均品位时, 习惯用采样长度和两端面积为权系数进行计算, 其误差过大不宜采用。本文针对上述问题提出两个新公式, 可用于计算面积或块段的加权平均品位, 其精度较高。文中编一附表, 从中可查出相应系数, 使计算十分方便。



工作方法

计算矿石的加权平均品位常用公式是:

$$\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (1)$$

$\bar{C}$ 为加权平均品位, C_i 为参加计算各(组)样品的品位数; P_i 为各(组)样品品位的权数。

其中权数(P_i) 在计算长度、面积以及块段等加权平均品位时, 应分别取每个样品的长度及每组样品所代表的面积或体积等数值。

但在实践中, 计算面积及块段加权平均品位时, 参加计算的每组样品所代表的面积数和体积数很难确定。习惯上, 是以每组样品的长度作为面积加权的权数; 以每组样品所在的面积数作为块段加权的权数, 这样处理是存在问题的。虽然, 上述两种权数的大小与采样线的长度和样品所在面积的大小有关, 但并非成简单的正比关系。当一个面积上有多条采样线时, 问题还不易发现; 若面积上采样线很少或利用两平行断面计算加权平均品位时, 问题就显现出来。尤其是当两个权数及两组样品品位相差都悬殊时, 表现更为明显。若两个面积相差很大, 甚至一个趋于零时, 上述处理等于是以一个面积上的品位代替整个块段的品位, 此时, 如果该面积上的品位很富, 品位随断面变小而贫化, 这样问题就更加突出。

例1 沿某矿体厚度方向有一条采样线 a_1 , 求得其线加权平均品位为10‰, 并知矿体厚度和品位均沿走向及倾向递减至零, 系一三角锥块段。

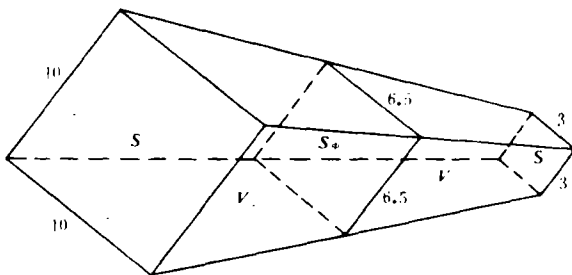
若按式(1) 处理, 则面积和块段上的加权平均品位都等于10‰, 这显然是错误的。当然, 为了说明问题, 例1 是个假设, 但在实践中类似下面例2 的情况

则完全可能出现。

例2 设一个截头正锥体块段(见图), 品位呈有规律递变, 其断面面积, 品位分别为:

$$S_1 = 3\text{ m} \times 3\text{ m} = 9\text{ m}^2 \quad C_1 = 1\%$$

$$S_2 = 10\text{ m} \times 10\text{ m} = 100\text{ m}^2 \quad C_2 = 9\%$$



依式(1) 求出其加权平均品位为: $\bar{C}_{1+2} = 8.339\%$ 。为使问题直观, 作如下处理:

插入中间面积 S_3 , 求出 $S_3 = 6.5\text{ m} \times 6.5\text{ m} = 42.25\text{ m}^2$ 及中间品位 $C_3 = 5\%$, 再依式(1) 求块段加权平均品位:

$$\bar{C}_{1+3+2} = \frac{1\% \times 9 + 5\% \times 42.25 + 9\% \times 100}{9 + 42.25 + 100} = 7.4066\%$$

按理, 若 S_1 、 S_2 不外延, 则中间面积的权数应加倍, 即:

$$\bar{C}_{1+3+2} = \frac{1\% \times 9 + 5\% \times 42.25 \times 2 + 9\% \times 100}{9 + 42.25 \times 2 + 100} = 6.88\%$$

或者, 以中间面积分别与 S_1 、 S_2 计算加权平均

品位:

$$\begin{aligned}\bar{C}_{1-\Phi} &= \frac{1\% \times 9 + 5\% \times 42.25}{9 + 42.25} \\ &= 4.29756\% \\ \bar{C}_{\Phi-1} &= \frac{5\% \times 42.25 + 9\% \times 100}{42.25 + 100} \\ &= 7.812\%\end{aligned}$$

然后, 再按体积加权求总体积的加权平均品位:

$$\bar{C}_{1-\Phi-2} = \frac{\bar{C}_{1-\Phi} \times V_1 + \bar{C}_{\Phi-2} \times V_2}{V_1 + V_2} = 6.917\%$$

式中, V_1 、 V_2 为两个分体积数。

上述结果表明, 答案均不一致。如果再加插剖面, 答案还将继续改变, 最终加权平均品位趋向于

6.30936%, 这才是例2的理想答案。以此为准, 则例2用式(1)计算的总体最大相对误差为 $\frac{8.339 - 6.30936}{6.30936} =$

32.17%。理想答案的计算公式可用积分法求得, 其公式为:

$$\bar{C}_{\Phi} = \frac{C_2 (3S_2 + 2\sqrt{S_2 \cdot S_1} + S_1) + C_1 (S_2 + 2\sqrt{S_2 \cdot S_1} + 3S_1)}{4(S_2 + \sqrt{S_2 \cdot S_1} + S_1)} \quad (2)$$

验算可分为两段计算, 再用体积加权求总体加权平均品位:

$$\bar{C}_{1-\Phi} = \frac{5\% (3 \times 42.25 + 2\sqrt{42.25 \times 9} + 9) + 1\% (42.25 + 2\sqrt{42.25 \times 9} + 3 \times 9)}{4(42.25 + \sqrt{42.25 \times 9} + 9)} = 3.469965\%$$

$$\bar{C}_{\Phi-2} = \frac{9\% (3 \times 100 + 2\sqrt{100 \times 42.25} + 42.25) + 5\% (100 + 2\sqrt{100 \times 42.25} + 3 \times 42.25)}{4(100 + \sqrt{100 \times 42.25} + 42.25)} = 7.27865\%$$

$$\text{则 } \bar{C}_{1-2} = \frac{3.469965\% \times \frac{23.583L}{2} + 7.27865\% \times \frac{69.083L}{2}}{\frac{23.583L}{2} + \frac{69.083L}{2}} = 6.30936\%$$

式中, $\frac{23.583L}{2}$, $\frac{69.083L}{2}$ 分别为两个分体积数; L

为 S_1 、 S_2 两面积间的长度。

该得数与式(2)的总体计算是一致的。为使用方便, 对式(2)作如下处理:

$$\begin{aligned}\text{令 } \frac{3S_2 + 2\sqrt{S_2 \cdot S_1} + S_1}{4(S_2 + \sqrt{S_2 \cdot S_1} + S_1)} &= k \\ \frac{S_2 + 2\sqrt{S_2 \cdot S_1} + 3S_1}{4(S_2 + \sqrt{S_2 \cdot S_1} + S_1)} &= 1 - k\end{aligned}$$

上两式等号前的两个分式之和为1, 则:

$$\bar{C}_{\Phi} = k \cdot C_2 + (1 - k) \cdot C_1 \quad (2')$$

可依据 S_1/S_2 或 S_2/S_1 的变化将 k 及 $(1 - k)$ 列表(表1右)备用。

再举例2说明:

$S_1/S_2 = 9/100 = 0.09$, 查得 $k = 0.66367$, $(1 - k) = 0.33633$, 故 $0.66367 \times 9\% + 0.33633 \times 1\% = 6.30936\%$ 。

同理, 下面再讨论面积加权平均品位的计算。

例3 设一梯形面积, 其两平行边的长度为 $a_1 = 9$ m, $a_2 = 100$ m; 线加权平均品位 $C_1 = 1\%$, $C_2 = 9\%$ 。

若依式(1)计算得其面积加权平均品位为 $\bar{C}_{1-2} = 8.339\%$ 。而加插中间值验算结果是:

$$\bar{C}_{1-\Phi-1} = 7.226\% \quad (\text{中间线权数未加倍})$$

$$\bar{C}'_{1-\Phi-2} = 6.669\% \quad (\text{中间线权数加倍})$$

上述三个答案都存在问题, 正确计算应依下式求得:

$$\bar{C}_{\Phi} = \frac{(2a_2 + a_1) \cdot c_2 + (a_2 + 2a_1) \cdot c_1}{3(a_2 + a_1)} \quad (3)$$

计算结果为 $\bar{C}_{\Phi} = 6.113\%$ 。以此为准, 则例3

用式(1) 计算的总体最大相对误差为 $\frac{8.339-6.113}{6.113}$

= 36.4%。

$$\text{令 } \frac{2a_2 + a_1}{3(a_2 + a_1)} = j$$

$$\frac{a_2 + 2a_1}{3(a_2 + a_1)} = 1 - j$$

$$\text{则 } \bar{C}_\square = j \cdot c_2 + (1 - j) \cdot c_1 \quad (3')$$

j 及 $(1 - j)$ 可列表 (表 1 左) 备用。

再举例 3 说明:

$a_1/a_2 = 0.09$, 查得 $j = 0.63914$, $1 - j = 0.36086$,

故 $0.63914 \times 9\% + 0.36086 \times 1\% = 6.113\%$

公式(3), (3') 及表 1 (左) 可用于计算楔体块段的加权平均品位, 只要将 a_1, a_2 相应改为 s_1, s_2 即可。

表 1

a_1/a_2	j	$1 - j$	s_1/s_2	k	$1 - k$
1	0.50000	0.50000	1	0.50000	0.50000
0.9	0.50877	0.49123	0.9	0.50878	0.49122
0.8	0.51852	0.48148	0.8	0.51856	0.48144
0.7	0.52941	0.47059	0.7	0.52957	0.47043
0.6	0.54166	0.45833	0.6	0.54211	0.45789
0.5	0.55555	0.44444	0.5	0.55664	0.44336
0.4	0.57143	0.42857	0.4	0.57380	0.42620
0.3	0.58974	0.41026	0.3	0.59471	0.40529
0.25	0.60000	0.40000	0.25	0.60714	0.39286
0.2	0.61111	0.38888	0.2	0.62142	0.37858
0.15	0.62319	0.37681	0.15	0.63823	0.36177
0.1	0.63636	0.36364	0.1	0.65887	0.34113
0.09	0.63914	0.36086	0.09	0.66367	0.33633
0.08	0.64198	0.35802	0.08	0.66876	0.33124
0.07	0.64486	0.35514	0.07	0.67421	0.32579
0.06	0.64780	0.35220	0.06	0.68008	0.31992
0.05	0.65079	0.34921	0.05	0.68648	0.31352
0.04	0.65385	0.34615	0.04	0.69355	0.30645
0.03	0.65696	0.34304	0.03	0.70155	0.29815
0.02	0.66013	0.33987	0.02	0.71095	0.28906
0.01	0.66337	0.33663	0.01	0.72297	0.27703
0.005	0.66501	0.33499	0.005	0.73124	0.26876
0.001	0.66633	0.33367	0.001	0.76186	0.25814
0.000	0.66666	0.33333	0.000	0.75000	0.25000
a_2/a_1	$1 - j$	j	s_2/s_1	$1 - k$	k

综上所述, 可得:

1. 当一个断面上只有两条采样线时, 可直接用式 (3) 或式 (3') 及表 1 (左) 计算面积加权平均品位; 采样线多时, 可两两分别计算后再用面积加权求得结果。

2. 式 (3) 或 (3') 及表 1 (左) 中的参数作相应改变后, 可用于计算楔体、截楔体块段的加权平均品位。

3. 式 (2) 或式 (2') 及表 1 (右) 可用于计算锥体、截锥体块段加权平均品位。

由于实际矿块形态一般不是标准的楔体或锥体，所以使用式（2）或式（3）仍会产生一些误差。块段中两面积与其品位相差越大，计算结果的差值也越大，但这比用式（1）计算的误差要小得多，举例对比见表2：

在块段上，若两面积及其品位相差过大，为保精度，可取 j, k 两个系数的过渡值；也可将块段分解成楔体或锥体分别计算，再用其体积加权平均求得结果

表 2

面 积	体积相对误差 (%)	面积与品位	公式（1）相对误差 (%)	公式（2）与公式（3）相差 (%)
$S_1 = 20$ $S_2 = 100$	9.275	$S_1 = 20$ $C_1 = 1\%$ $S_2 = 100$ $C_2 = 10\%$	锥体为16.45 楔体为17.39	0.3807
$S_1 = 9$ $S_2 = 100$	17.626	$S_1 = 9$ $C_1 = 1\%$ $S_2 = 100$ $C_2 = 9\%$	锥体为32.17 楔体为36.4	3.2
$S_1 = 0$ $S_2 = \text{任意值}$	50.00	$S_1 = 0$ $C_1 = 0$ $S_2 = \text{任意值}$ $C_2 = \text{任意值}$	锥体为33.3 楔体为50	12.5

体积相对误差系使用楔体公式与锥体公式计算结果的比率

The Calculation of Weighted Average Grade

Li Xu

(Xinjiang Mineral Resources Commission)

Abstract

Conventional formulae for calculating the area and block weighted average grade of ore reserves usually take the length and the areas of both ends of a sample as weighting coefficients for the calculation. These formulae are not good to be employed for this calculation as a result of large error introduced. In this paper two formulae of more better accuracy for the same calculations, instead of conventional ones, are derived by the author, and a table is compiled, from which the relevant coefficients may be conveniently found out.