

统计地球化学的若干理论问题

蒋 志

(中国黄金总公司)



作者简介 1964年毕业于中国科学技术大学地球化学系,先后从事铀矿和金矿地质工作,致力于用数学方法描述地质过程本身的研究,发表论文20余篇。现在中国黄金总公司供职,主管地质工作。是全国金矿领导小组成员,中国金属学会冶金地质学会理事。

本文把地质体中微粒运动表述为连续马尔科夫过程,建立了地质体中元素转移概率方程;把地质采样抽象为理想采样,建立了元素含量分布公式;把矿体分解为临界矿体,建立了储量分布公式。从而获得了地质体中元素的空间分布公式、成矿过程公式、元素对比值分布公式、矿床边界品位公式和区域成矿率公式。

地质体中元素的空间分布、空间点上元素的含量分布、空间局域内元素的聚集等,都是十分重要的地球化学现象。本文是笔者二十年来用统计数学方法探索这些现象的一个简单总结,并称这一方向为统计地球化学方向。

元素运动方程

地质体中微粒是指呈原子、离子、分子、络合物、矿物颗粒、岩石碎屑等形式存在的化学元素。从目前已知的情况看,地质体中微粒运动的基本特点是:

1. 地质体中微粒运动是时间—空间连续的。由于地质条件复杂多变,地质过程漫长,使这种微粒运动带有随机特性。因此,在一维空间中讨论时,地质体中微粒运动可表述为随机过程 $\{X(t), t \geq 0\}$, 微粒位置 $X(t)$ 是依赖时间 t 并在空间 $X = (x: -\infty < x < \infty)$ 中取值的随机变量。

令过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 的转移概率和转移概率密度函数分别为:

$$F(t_0, x_0; t, x) = P\{X(t) \leq x | X(t_0) = x_0\}, t \geq t_0; \quad (1)$$

$$f(t_0, x_0; t, x) = \frac{\partial}{\partial x} F(t_0, x_0; t, x). \quad (2)$$

则有
$$F(t_0, x_0; t, x) = \int_{-\infty}^x f(t_0, x_0; t, x') dx', \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} F(t_0, x_0; t, x) = 0, \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(t_0, x_0; t, x) = 1. \quad (5)$$

2. 对于地质体中运动的微粒来说,如果已知其现在的运动状态,就足以决定其未来的运动状态,而无须知道其过去的运动状态。因为无论如何,不能设想地质体中运动的微粒能够记忆。即对 t_0, t, x_0, x 以及 $t' \in (t_0, t)$ 有:

$$F(t_0, x_0; t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t', x'; t, x) dx' \cdot F(t_0, x_0; t', x'), \quad (6)$$

$$\text{和 } f(t_0, x_0; t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t', x'; t, x) f(t_0, x_0; t', x') dx'. \quad (7)$$

3. 地质体中微粒的运动不但是连续的,且在有限时间内不会运动到无穷远处。因此成立如下连续性条件:

$$\lim_{t \rightarrow t_0+0} F(t_0, x_0; t, x) = \lim_{t_0 \rightarrow t-0} F(t_0, x_0; t, x) = \begin{cases} 0, x \leq x_0; \\ 1, x > x_0. \end{cases} \quad (8)$$

或即

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{|x-x_0|>\delta} dx F(t_0, x_0; t_0+\Delta t, x) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{|x-x_0|>\delta} dx F(t-\Delta t, x_0; t, x) = 0. \quad (9)$$

并可进一步定义地质体中微粒运动的平均速度 $a(t, x)$ 和方差的时间变化率 $b^2(t, x)$:

$$\begin{aligned} a(t, x) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{|x-x_0|<\delta} (x-x_0) dx F(t-\Delta t, x_0; t, x) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{|x-x_0|<\delta} (x-x_0) dx F(t_0, x_0; t_0+\Delta t, x), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} b^2(t, x) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{|x-x_0|<\delta} (x-x_0)^2 dx F(t-\Delta t, x_0; t, x) \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{|x-x_0|<\delta} (x-x_0)^2 dx F(t_0, x_0; t_0+\Delta t, x). \end{aligned} \quad (11)$$

4. 大量观测事实表明,不但地质体中微粒运动是连续的,其概率转移函数也是连续的。至少如下偏导数存在并连续。

$$\frac{\partial f}{\partial t}, \frac{\partial f}{\partial t_0}, \frac{\partial F}{\partial x_0}, \frac{\partial^2 F}{\partial x_0^2}, \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (12)$$

据式(6)有^[1]:

$$F(t_0 - \Delta t_0, x_0; t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t_0, x'; t, x) dx \cdot F(t_0 - \Delta t_0, x_0; t_0, x'), \quad (13)$$

$$F(t_0, x_0; t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(t_0, x_0; t, x) dx \cdot F(t_0 - \Delta t_0, x_0; t_0, x'). \quad (14)$$

顺序应用式(13) (14)、“泰勒”展式、(9) (10) (11) 和(12)得^[1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial t_0} &= -\lim_{\Delta t_0 \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t_0} [F(t_0 - \Delta t_0, x_0; t, x) - F(t_0, x_0; t, x)] \\ &= -\lim_{\Delta t_0 \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t_0} \int_{-\infty}^{\infty} [F(t_0, x'; t, x) - F(t_0, x_0; t, x)] dx \cdot F(t_0 - \Delta t_0, x_0; t_0, x') \\ &= -\lim_{\Delta t_0 \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t_0} \int_{-\infty}^{\infty} [(x' - x_0) \frac{\partial F}{\partial x_0} + \frac{1}{2} (x' - x_0)^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x_0^2} + o((x' - x_0)^2)] dx \cdot F(t_0 - \Delta t_0, x_0; t_0, x') \\ &= -a \frac{\partial F}{\partial x_0} - \frac{b^2}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_0^2}; \end{aligned} \quad (15)$$

据式(7)有^[1]:

$$f(t_0, x_0; t + \Delta t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0, x_0; t, x') f(t, x'; t + \Delta t, x) dx'. \quad (16)$$

设 $R(x)$ 为一连续函数,其特点是:

$$(i) \text{ 非负, } R'(x), R''(x) \text{ 存在并连续;} \quad (17)$$

$$(ii) R(x) = R'(x) = R''(x) = 0, \text{ 当 } x < x_1 \text{ 和 } x > x_2 \text{ 时 } (x_1 < x_2), \quad (18)$$

$R(x')$ 在 x 附近的“泰勒”展开为

$$R(x') = R(x) + (x' - x)R'(x) + \frac{1}{2}(x' - x)^2 R''(x) + o((x' - x)^2), \quad (19)$$

据式(9)有^[1]:

$$\int_{|x'-x| \geq \delta} f(t, x; t + \Delta t, x') R(x') dx' = o(\Delta t), \quad (20)$$

$$\int_{|x'-x| \geq \delta} f(t, x; t + \Delta t, x') dx' = 1 + o(\Delta t). \quad (21)$$

顺序应用式(17)(18)(16), 改变变量, (19)(20)(21)(9)(10)(11)(13)(12)和部分积分法有^[1]:

$$\begin{aligned} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial f(t_0, x_0; t, x)}{\partial t} R(x) dx &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(t_0, x_0; t + \Delta t, x) - f(t_0, x_0; t, x)}{\Delta t} R(x) dx \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0, x_0; t, x') \int_{-\infty}^{\infty} f(t, x'; t + \Delta t, x) R(x') dx dx' \right. \\ &\quad \left. - \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0, x_0; t, x) R(x) dx \right\} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0, x_0; t, x) \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t, x; t + \Delta t, x') R(x') dx' - R(x) \right] dx \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} f(t_0, x_0; t, x) \left\{ R'(x) \int_{|x'-x| < \delta} (x' - x) f(t, x; t + \Delta t, x') dx' \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} R''(x) \int_{|x'-x| < \delta} [(x' - x)^2 + o((x' - x)^2)] f(t, x; t + \Delta t, x') dx + o(\Delta t) \right\} \\ &= \int_{x_1}^{x_2} f(t_0, x_0; t, x) \left\{ a(t, x) R'(x) + \frac{1}{2} b^2(t, x) R''(x) \right\} dx \\ &= \int_{x_1}^{x_2} \left\{ -\frac{\partial [a(t, x) f(t_0, x_0; t, x)]}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 [b^2(t, x) f(t_0, x_0; t, x)]}{\partial x^2} \right\} R(x) dx \end{aligned} \quad (22)$$

由于 $R(x)$ 是一任意函数, 因此, 由式(22)得:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial (af)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 (b^2 f)}{\partial x^2}. \quad (23)$$

式(15)和(23)是概率论中早已熟知的柯氏方程。在本文的场合下, 特称其为地质体中微粒或元素转移概率方程, 在以下的讨论中, 式(15)又取

$$\frac{\partial f}{\partial t_0} = -a \frac{\partial f}{\partial x_0} - \frac{b^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial x_0^2} \quad (24)$$

的形式。把式(23)(24)推广到三维空间时有

$$\frac{\partial f}{\partial t_0} = -\sum_{i=1}^3 a_i \frac{\partial f}{\partial x_{i0}} - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 \rho_{ij} b_i b_j \frac{\partial^2 f}{\partial x_{i0} \partial x_{j0}}, \quad (25)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\sum_{i=1}^3 \frac{\partial (a_i f)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial^2 (\rho_{ij} b_i b_j f)}{\partial x_i \partial x_j}. \quad (26)$$

式 (25) (26) 中, $f = f(t_0, x_{10}, x_{20}, x_{30}; t, x_1, x_2, x_3)$ 。

元素空间分布

研究地质体中微粒运动时, 往往只追溯到某个时刻 t_0 。如果把那个时刻微粒 (化学元素) 在地质体中的空间分布称为初始分布, 并写为 $C(t_0, x_0)$ 。那么, 根据前面讨论, $t (> t_0)$ 时刻元素空间分布 $C(t, x)$ 应为

$$C(t, x) = \int C(t_0, x_0) f(t_0, x_0; t, x) dx_0; \quad (27)$$

三维空间情形是

$$C(t, x, y, z) = \int C(t_0, x_0, y_0, z_0) f(t_0, x_0, y_0, z_0; t, x, y, z) dx_0 dy_0 dz_0. \quad (28)$$

应用式 (23) ~ (28) 时, 如下三点是至关重要的。

1. 元素的空间分布受初始空间分布 $C(t_0, x_0)$ 影响。地质过程的过去情况只能根据现有的观测和认识进行推测。因此, 初始空间分布 $C(t_0, x_0)$ 的构造是十分重要的。如在无穷空间中 a, b 为常数时解式 (23) (24), 则得:

$$f = \frac{1}{b\sqrt{2\pi(t-t_0)}} e^{-\frac{[x-x_0-a(t-t_0)]^2}{2b^2(t-t_0)}} \quad (29)$$

如构造 $C(t_0, x_0)$ 为如下简单情形:

$$C(t_0, x_0) = \begin{cases} C_0, & x_0 < -l_0; \\ C_m, & -l_0 < x_0 < l_1; \\ C_1, & x_0 > l_1. \end{cases} \quad (30)$$

则由式 (27) (29) (30) 得:

$$C(t, x) = C_0 + (C_1 - C_0) \Phi \left[\frac{x-l_1-a(t-t_0)}{b\sqrt{t-t_0}} \right] + (C_m - C_0) \left\{ \Phi \left[\frac{x+l_0-a(t-t_0)}{b\sqrt{t-t_0}} \right] - \Phi \left[\frac{x-l_1-a(t-t_0)}{b\sqrt{t-t_0}} \right] \right\}. \quad (31)$$

式 (31) 中, $\Phi(r)$ 为通常的概率积分 (下同)

$$\Phi(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^r e^{-t^2/2} dt. \quad (32)$$

式 (31) 是一个典型的元素空间分布公式: 当 $C_0 = C_1 = C_m$ 时, 表示同一地质体的情形 (图 1 A); 当 $C_0 = C_m \neq C_1$ 时, 表示不同地质体接触带的情形 (图 1 B); 当 $C_0 \neq C_1, C_m \gg C_0, C_1$ 时, 表示矿化情形。当 $l_0 + l_1 \gg 0$ 时, 表示大而稳定的矿体 (图 1 C), $l_0 + l_1 \rightarrow 0$ 时, 表示小矿体 (图 1 D)。

2. 边界条件的性质影响元素空间分布, 以地下点状矿床在地表的原生晕为例。考虑地表地质条件, 可把地表分别抽象为反射壁 (运动到地表的元素又被反射向地下运动)、吸收壁 (运动到地表的化学元素被地表作用吸收并被带走) 和吸收反射壁 (运动到地表的元素被地表作用吸收转化为另一状态, 继续以地表为反

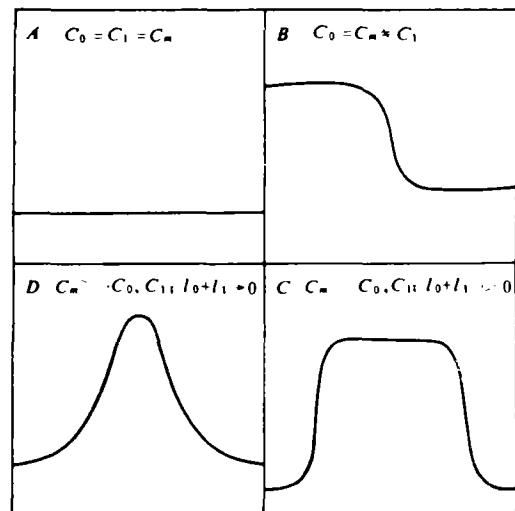


图 1 典型的元素空间分布

A—同一地质体情形; B—不同地质体接触带情形; C— $l_0 + l_1 \gg 0$ 的矿化情形; D— $l_0 + l_1 \rightarrow 0$ 的矿化情形

射壁做随机运动) 三种情形。

在 x_1 处存在反射壁时, 方程 (23) (24) 的解可构造为

$$f(t_0, x_0; t, x) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi(t-t_0)}} \left(e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2b^2(t-t_0)}} + e^{-\frac{[2(x_1-x_0)-(x-x_0)]^2}{2b^2(t-t_0)}} \right); \quad (33)$$

在 x_1 处存在吸收壁时, 方程 (23) (24) 的解可构造为

$$f(t_0, x_0; t, x) = \frac{1}{b\sqrt{2\pi(t-t_0)}} \left(e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2b^2(t-t_0)}} - e^{-\frac{[2(x_1-x_0)-(x-x_0)]^2}{2b^2(t-t_0)}} \right), \quad (34)$$

其吸收概率为

$$P_1 = \int_{x_1}^{\infty} \frac{2}{\sqrt{2\pi b^2(t-t_0)}} e^{-\frac{(x-x_0)^2}{2b^2(t-t_0)}} dx \quad (35)$$

被吸收部分以 x_1 为反射壁的转移概率密度为

$$f_1(\tau, x_0; t, x) = \frac{1}{b_1\sqrt{2\pi(t-\tau)}} \left(e^{-\frac{[(x-x_0)-(x_1-x_0)]^2}{2b_1^2(t-\tau)}} + e^{-\frac{[2(x_1-x_0)-(x-x_0)]^2}{2b_1^2(t-\tau)}} \right) \quad (36)$$

地下 $x_0 = 0$ 处点状矿体的元素初始分布为

$$C(t_0, x_0) = m\delta_{t_0}(x_0) \quad (37)$$

由式 (27) 和 (33) ~ (37) 可求得垂直方向上的晕函数

$$C(t, x) = \begin{cases} \frac{m}{b\sqrt{2\pi(t-t_0)}} \left(e^{-\frac{x^2}{2b^2(t-t_0)}} + e^{-\frac{(2x_1-x)^2}{2b^2(t-t_0)}} \right), \\ \frac{m}{b\sqrt{2\pi(t-t_0)}} \left(e^{-\frac{x^2}{2b^2(t-t_0)}} - e^{-\frac{(2x_1-x)^2}{2b^2(t-t_0)}} \right), \\ \frac{m}{b\sqrt{2\pi(t-t_0)}} \left(e^{-\frac{x^2}{2b^2(t-t_0)}} - e^{-\frac{(2x_1-x)^2}{2b^2(t-t_0)}} \right) \\ + \frac{4m}{b_1\sqrt{2\pi}} \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial P_1/\partial \tau}{\sqrt{t-\tau}} e^{-\frac{(x-x_1)^2}{2b_1^2(t-\tau)}} d\tau. \end{cases} \quad (38)$$

式 (38) 第一式为地表反射壁, 相当真异常情形 (图 2 A); 第二式是地表吸收壁, 相当盲异常情形 (图 2 B); 第三式为地表吸收反射壁, 其第二项为主时是假异常情形, 两项并重时是叠加异常情形 (图 2 C, D)。

水平方向用 $m/b_0\sqrt{2\pi(t-t_0)}e^{-y^2/2b_0^2(t-t_0)}$ 计算, 垂直方向用式 (38) 计算。

3. $a(t, x)$, $b(t, x)$ 影响元素空间分布。以化学元素的稳定空间分布为例, 据式 (23) 和 (27), 通过数学变换可得:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{\partial(aC)}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2(b^2C)}{\partial x^2} \quad (39)$$

所谓稳定是指 $\partial C/\partial t = 0$; 同时考虑远离矿床时 $C \rightarrow 0$, $\partial C/\partial x \rightarrow 0$, 则由式 (39) 得:

$$\frac{1}{C} \frac{dC}{dx} = \frac{1}{b^2} \left(2a - \frac{db^2}{dx} \right) \quad (40)$$

式(40)显示出稳定矿床元素空间分布与 a , b^2 的函数形式有关。如取:

$$a = a_0 + a_1 x, \quad (41)$$

$$b^2 = b_0 + b_1 x + b_2 x^2. \quad (42)$$

则式(39)变为:

$$\frac{1}{C} \frac{dC}{dx} = \frac{x - \alpha}{\beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2}. \quad (43)$$

式(43)为Pearson型方程。式中 α , β_0 , β_1 , β_2 仅由 a_0 , a_1 , b_0 , b_1 , b_2 决定,即稳定矿床的元素空间分布有时可表示为一系列Pearson型分布。

上述讨论表明,元素的初始存在量、地球化学特点和地质环境条件决定了地质体中化学元素的空间分布。

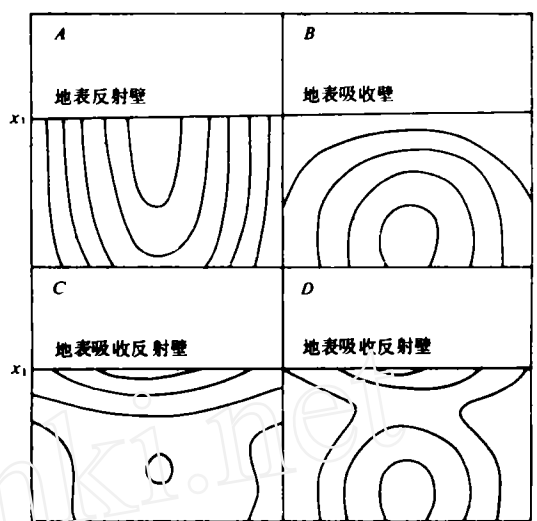


图2 典型的原生晕剖面图

A—真异常情形; B—盲异常情形; C—假异常情形;
D—叠加异常情形

元素成矿过程

纵观目前已知的成矿理论,矿化元素在利于成矿部位聚集是矿化过程中化学元素的主要运动。因此,矿化过程可一般地归纳为:

以某种方式做随机运动的化学元素,在利于成矿部位被吸收,并转化为矿化态继续以另一种方式做随机运动。

不失一般性,可以把矿化有利部位抽象为被一闭曲面 $S = S(x_1, y_1, z_1) = 0$ 包围的黑箱。闭曲面的特性是:对曲面外非矿化态元素是吸收壁;曲面内该元素均转入矿化态,而矿化态元素可自由通过该曲面。设单位时间内由闭曲面外吸收到闭曲面内的矿化元素总量为 $\xi = \xi(t_1)$;进入闭曲面的矿化元素在进入的瞬间按下式分布。

$$\rho = \begin{cases} \rho(t_1, x_1, y_1, z_1) \geq 0, & \text{在 } S \text{ 内;} \\ 0, & \text{在 } S \text{ 外。} \end{cases} \quad (44)$$

并且
$$\int \rho dv = 1 \quad (45)$$

则元素的矿化分布可写为

$$C(t, x, y, z) = \int_{\tau_0}^{t_1} dt_1 \int \int \int_{s \leq 0} \xi \rho f_1 dx_1 dy_1 dz_1 \quad (46)$$

式(46)中, $f_1 = f_1(t_1, x_1, y_1, z_1; t, x, y, z)$ 为遵从式(25) (26)的矿化元素转移概率密度函数: $t > \tau_1 > \tau_0$; τ_0 为矿化开始时间, τ_1 为矿化结束时间。

从式(46)看,矿床既有生成的时期,也有消亡的时期。在下面的条件下讨论两个实例。

$$\rho = \delta(x_1 - x_{10}) = \begin{cases} \infty, & x_1 = x_{10} \text{ 时;} \\ 0, & x_1 \neq x_{10} \text{ 时,} \end{cases} \quad (47)$$

$$f_1 = \frac{1}{b_1 \sqrt{2\pi(t-t_1)}} e^{-\frac{(x-x_1)^2}{2b_1^2(t-t_1)}} \quad (48)$$

1.从周围岩层中吸收元素而矿化的情形,如断裂带中吸收两侧元素而发生的矿化。

矿化前元素分布可用式 (31) 表示, 矿化部位为 x_1 , 则 $x_0 (< x_1)$ 处粒子在 x_1 处的吸收概率为:

$$P_1 = \int_{x_1}^{\infty} \frac{2}{b\sqrt{2\pi(t_1 - \tau_0)}} e^{-\frac{(x - x_0)^2}{2b^2(t_1 - \tau_0)}} dx = 2\Phi\left(\frac{x_0 - x_1}{b\sqrt{t_1 - \tau_0}}\right); \quad (49)$$

因此, $x_0 < x_1$ 部分被吸收的总量为:

$$P'_1 = \int_{-\infty}^{x_1} P_1 dx_0 = 2b\sqrt{t_1 - \tau_0} \int_{-\infty}^0 \Phi(y) dy; \quad (50)$$

同样可得 $x_0 > x_1$ 部分被吸收总量为:

$$P'_2 = 2b\sqrt{t_1 - \tau_0} \int_0^{\infty} \Phi(y) dy. \quad (51)$$

因此, x_1 处吸收总量为:

$$P'_1 = P'_1 + P'_2 = 4b\sqrt{t_1 - \tau_0} \int_{-\infty}^0 \Phi(y) dy. \quad (52)$$

由 (52) 式得

$$\frac{\partial P'_1}{\partial t_1} = \frac{2b}{\sqrt{t_1 - \tau_0}} \int_{-\infty}^0 \Phi(y) dy. \quad (53)$$

而 $x_0 < x_1$ 部分元素转移概率密度为:

$$f_1 = \frac{1}{b\sqrt{2\pi(t_1 - \tau_0)}} \left(e^{-\frac{(x - x_0)^2}{2b^2(t_1 - \tau_0)}} - e^{-\frac{(2x_1 - x - x_0)^2}{2b^2(t_1 - \tau_0)}} \right) \quad (54)$$

由式 (54) (27) 得:

$$C_1(t, x) = 2\Phi\left(\frac{x_1 - x_2}{b\sqrt{t - \tau_0}}\right) - 1; \quad (55)$$

同理得 $x_0 > x_1$ 部分与式 (55) 相当的结果

$$C'_2(t, x) = 2\Phi\left(\frac{x - x_1}{b\sqrt{t - \tau_0}}\right) - 1 \quad (56)$$

式 (55) 与 (56) 可统一表示为

$$C'(t, x) = 2\Phi\left(\frac{|x - x_1|}{b\sqrt{t - \tau_0}}\right) - 1. \quad (57)$$

在 $C_0 = C_1$, $x_1 = 0$ 的条件下, 由式 (31) (46) ~ (49) (53) (57) 得

$$C(t, x) = \left\{ C_0 + (C_m - C_0) \left[\Phi\left(\frac{x + l_0}{b\sqrt{t - t_0}}\right) - \Phi\left(\frac{x - l_1}{b\sqrt{t - t_0}}\right) \right] \right\} \times \left\{ \left[2\Phi\left(\frac{|x|}{b\sqrt{t - \tau_0}}\right) - 1 \right] + \frac{2b}{b\sqrt{2\pi}} \left[\int_{-\infty}^0 \Phi(y) dy \right] \int_{\tau_0}^{t_1} \frac{1}{\sqrt{(t_1 - \tau_0)(t - t_1)}} e^{-\frac{x^2}{2b^2(t - t_1)}} dt \right\}. \quad (58)$$

用式 (58) 计算某富铀古老花岗岩体铀矿化 (图 3)。

2. 有矿化元素来源的矿化情形, 如铀矿卷的形成过程。这类矿床又称为层间氧化带型矿床, 两不透水层具有还原特点, 对地下水中的氧来说, 可考虑为双吸收壁情形, 则据式 (23) (24) 可将垂直两隔水界面方向上地下水中游离氧的分布写为:

$$O(y) = O_0 \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{y - (2n - 1/2)l}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{y - (2n + 1/2)l}{\sigma}\right) \right] - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\Phi\left(\frac{-y - (2n - 3/2)l}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-y - (2n - 1/2)l}{\sigma}\right) \right] \right\}. \quad (59)$$

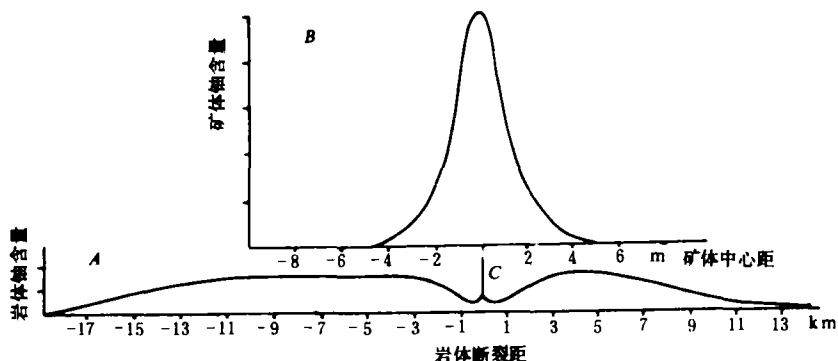


图3 某古老花岗岩体铀汲取成矿模型

A—为岩体中铀矿化模型；C处断裂、铀矿化处；B为C的放大图，与矿体中铀的空间分布类似

考虑氧化带的发育速度(即氧化—还原界面向下移动的速度)应与地下水中氧的浓度成正比。并考虑这个界面对铀来说为吸收转化壁，则据式(46)(47)(48)和(59)可求得铀的空间分布为：

$$U(t, x, y) = \int_0^1 \frac{k_0 O(y) dt_0}{b \sqrt{t-t_0}} e^{-\frac{[x-k_1 O(y)(t-t_0)]^2}{2b^2(t-t_0)}} (60)$$

式(60)同时考虑了地下水中运移的铀与地下水中的游离氧成正比，式中 k_0 ， k_1 取常数。

设矿体边界品位为 U_0 ，有数值计算图解法解方程 $U(t, x, y) > U_0$ ，可得矿体形状为封闭的新月型，且随时间 t 的推移而向下移动(图4)。图4显然与这类矿床的典型剖面类似。

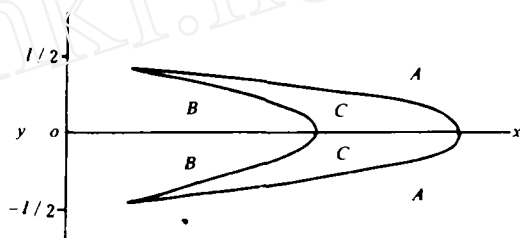


图4 铀矿卷形成过程模型

A—还原区；B—氧化区；C—氧化—还原区(矿体)

元素含量分布

以上讨论表明，空间一点上元素的存在量是原来空间各点元素存在量移向该点的各种可能数量的总和。因此，空间一点上元素含量观测值是个随机变量，问题是如何从理论上建立其概率分布。实际上元素含量涨落与地质采样相关联。

地质采样有一定大小，样品中有一定的矿物组成，矿物颗粒有一定的大小，有一定的元素含量；在加工化验过程中，样品经过粉碎、匀化、缩分，上述各个量均可视为已经过平均。因此，一个经过加工、化验的样品，可理想为由 N 颗矿物组成；其中有效矿物(所注意元素的主要矿物) n 颗，存在概率为 p ；等效矿物(样品的其他部分) $N-n$ 颗，存在概率为 $q=1-p$ 。则这样理想化的采样相当伯努利试验，有效矿物颗粒数 n 应服从二项分布。

$$P = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \quad (61)$$

设 $\xi = \frac{n}{N}$ ，即 $dn = N d\xi$ 。考虑 $\Gamma(z+1) = z!$ ，并设 $f(\xi) = P(n) \frac{\partial n}{\partial \xi}$ ，则由式(61)得：

$$f(\xi) = N \Gamma(N+1) p^{N\xi} q^{N(1-\xi)} / \Gamma(N\xi+1) \Gamma(N[1-\xi]+1] \quad (62)$$

应用Stirling公式 $\Gamma(z+1) \cong \sqrt{2\pi z} \left(\frac{z}{e}\right)^z$ ，可将式(62)近似为：

$$f(\xi) = N \left(\frac{p}{\xi}\right)^{N\xi} \left(\frac{q}{1-\xi}\right)^{N(1-\xi)} / \sqrt{2\pi N\xi(1-\xi)} \quad (63)$$

当 $p, q \rightarrow \frac{1}{2}$ 时, 设 $\zeta = p + \Delta$, 则由式 (63) 得:

$$\ln \sqrt{\frac{2\pi pq}{N}} f(\zeta) \approx \frac{p-q}{pq} - \frac{N\Delta^2}{2pq} \left(1 - \frac{p^2+q^2}{2Npq} \right) + o(\Delta^2). \quad (64)$$

考虑 $p, q \rightarrow \frac{1}{2}$ 时, $p-q \rightarrow 0$, $(p^2+q^2)/2Npq \rightarrow 0$, 以及 $1/N \ll 1$. 舍去 $o(\Delta^2)$ 项, 由式 (64) 得:

$$f(\zeta) \approx \sqrt{\frac{N}{2\pi pq}} e^{-\frac{N(\zeta-p)^2}{2pq}}, \quad (65)$$

当 $p \rightarrow 0$ 时, 设 $\zeta = pe^{t-\frac{1}{2Np}}$, 代入式 (63), 并考虑 $d\zeta = pe^{t-\frac{1}{2Np}} dt$, $f(\zeta) = f[\zeta(t)] \frac{\partial \zeta}{\partial t}$, 得

$$\frac{1}{Np} \ln \sqrt{\frac{2\pi}{Np}} f(t) \approx -\frac{t^2}{2} + o\left[\frac{t^k}{(Np)^l}, k+l=2\right], \quad (66)$$

式 (66) 中, $o\left[\frac{t^k}{(Np)^l}, k+l=2\right]$ 表示方次高于 t^2 , $\frac{1}{Np}$, $\frac{t}{\sqrt{Np}}$ 的项, 在 N 很大、 t 较小时可舍去。则由式 (66) 得

$$f(\zeta) \approx \frac{1}{\zeta} \sqrt{\frac{Np}{2\pi}} e^{-\frac{Np}{2} \left(\ln \frac{\zeta}{p} + \frac{1}{2Np} \right)^2}; \quad (67)$$

当 $p \rightarrow 1$ 时, 只要设 $1-\zeta = qe^{t-\frac{1}{2Nq}}$, 与得到式 (67) 类似, 可得

$$f(\zeta) \approx \frac{1}{1-\zeta} \sqrt{\frac{Nq}{2\pi}} e^{-\frac{Nq}{2} \left(\ln \frac{1-\zeta}{q} + \frac{1}{2Nq} \right)^2}. \quad (68)$$

设所注意元素的含量在有效矿物中为 C_1 , 在等效矿物中为 C_0 , 则样品中该元素含量 ξ 和平均含量 C 分别为:

$$\xi = \zeta C_1 + (1-\zeta) C_0, \quad (69)$$

$$C = pC_1 + qC_0. \quad (70)$$

应当指出, 在这里 C_1 为样品的上限含量, C_0 为样品的背景含量。

把式 (69) (70) 代入式 (62) (65) (67) (68), 并注意 $d\xi = \frac{d\zeta}{C_1-C_0}$, 以及 $B(z_1, z_2) = \frac{\Gamma(z_1)\Gamma(z_2)}{\Gamma(z_1+z_2)}$, 则得元素含量概率密度分布公式:

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{N(C-C_0)^{\frac{C-C_0}{C_1-C_0}} \cdot (C_1-C)^{\frac{C_1-C}{C_1-C_0}}}{(N+1)(C_1-C_0)^{N+1} B\left(N\frac{C-C_0}{C_1-C_0}+1, N\frac{C_1-C}{C_1-C_0}+1\right)}, & \text{当 } C \in (C_0, C_1); \\ \frac{1}{(\xi-C_0)\sigma_0\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(\xi-C_0)-m_0]^2}{2\sigma_0^2}}, & \text{当 } C \rightarrow C_0; \\ \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\xi-C)^2}{2\sigma^2}}, & \text{当 } C \rightarrow \frac{C_0+C_1}{2}; \\ \frac{1}{(C_1-\xi)\sigma_1\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[\ln(C_1-\xi)-m_1]^2}{2\sigma_1^2}}, & \text{当 } C \rightarrow C_1. \end{cases} \quad (71)$$

式 (71) 第一式为元素含量分布的一般形式, 它包含第二式、第三式、第四式。后三个公式是元素含量分

布的极限情形, 并且是过去经验上熟知的。上述讨论表明, 样品中元素含量分布的形式是由样品平均含量的趋向性决定的。应当强调的是, 上述分布公式是对同一采样点或相同采样点建立起来的。对于不同采样点, 样品元素含量分布应为上述分布的叠加:

$$f(\xi) = \sum w_i f_i(\xi) \quad (72)$$

实际上, 不同采样点样品元素含量分布既有非叠加情形, 也有两个分布叠加或三个分布叠加的情形, 甚至更复杂的情形。

根据元素含量分布, 还可求得两种元素含量(ξ_1 , ξ_2)比值 $\beta = \xi_1 / \xi_2$ 的概率分布。这通常用下式求:

$$F(\beta) = \int d\xi_2 \int_{\xi_1 < \beta \xi_2} f(\xi_1) f(\xi_2) d\xi_1. \quad (73)$$

对常见的两元素均呈对数正态分布时, 由式(73)

可求得:

$$f(\beta) = \frac{1}{\beta \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln \beta - \mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (74)$$

例如, 铀矿床中的放射性平衡系数 K_p (相当 Ra/U)和自然金中银金比(Ag/Au)可用式(74)表示其分布(图5)。

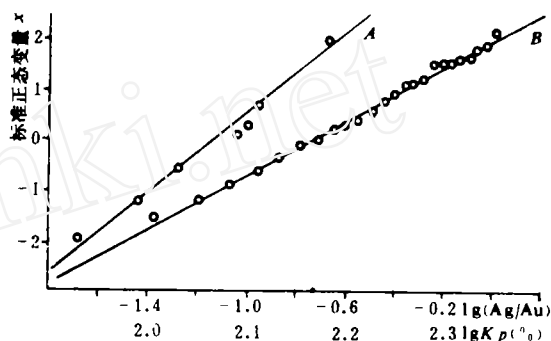


图5 元素比值的概率分布

A—某铀矿床放射性平衡系数 K_p 分布; B—自然金中 Ag/Au 的分布; 图中直线为式(74)计算值, 圈为观测统计值

矿床边界品位

矿床边界品位的确定, 直接与矿床开采的经济效益有关。矿床采选冶的潜在产值(Z_1)和最低产值(Z_0)可分别写为:

$$Z_1 = CQ\xi_P\beta, \quad (75)$$

$$Z_0 = CQ\xi_G\beta(1+\alpha). \quad (76)$$

式中, C 为矿产品价格; Q 为矿石量; ξ_P 为矿床平均品位; ξ_G 为矿床最低工业品位 (使矿床采选冶不赔不赚的品位); β 为采选冶总回收率; α 为工业平均利润率。

则据式(75)(76), 可得矿床采选冶超额利润 Z :

$$Z = Z_1 - Z_0 = CQ\beta[\xi_P - \xi_G(1+\alpha)]. \quad (77)$$

从式(77)看, 矿石量 Q 和矿床平均品位 ξ_P 是与矿床边界品位 ξ_G 明显有关的变量。下面讨论 Q , ξ_P 与 ξ_G 的关系 (详见文献[2])。

由于在储量计算过程中, 矿体各个方向上的随机特点已被综合在一起。因此, 经过储量计算的矿体, 整体上可以被看做某种理想矿体。这种理想矿体可以被描述为以长、宽、厚为轴的三轴椭球体。这种三轴椭球体, 可根据前述矿化元素空间分布来描述。

$$\text{设 } \sigma_1^2 = b_1^2(t-t_0) \quad (78)$$

$$\sigma_2^2 = b_2^2(t-t_0) \quad (79)$$

$$\sigma_3^2 = b_3^2(t-t_0) \quad (80)$$

根据式(25)(26)和(28), 三维空间点状源理想矿化元素空间分布可表示为

$$C(x, y, z) = C_m \exp \left[-\frac{x^2}{2\sigma_1^2} - \frac{y^2}{2\sigma_2^2} - \frac{z^2}{2\sigma_3^2} \right] \quad (81)$$

当以矿体边界品位 ξ_B 圈定矿体时,即是令

$$C(x, y, z) > \xi_B \quad (82)$$

则由式(81)(82)得:

$$\left(\frac{x_1}{\sigma_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{\sigma_2}\right)^2 + \left(\frac{x_3}{\sigma_3}\right)^2 < 2 \ln \frac{C_m}{\xi_B} \quad (83)$$

则式(83)所示的矿体体积 V 为:

$$V = \frac{4}{3} \pi \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \left(2 \ln \frac{C_m}{\xi_B}\right)^{3/2} \quad (84)$$

设矿石体重为 D ,并设 $A = \frac{3\sqrt{2}}{8} \pi D \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$,则由式(84)得矿石量 Q 的公式为:

$$Q = A \left(\ln \frac{C_m}{\xi_B}\right)^{3/2} \quad (85)$$

式(85)与矿床资料相符^[2]。

根据元素含量分布式(72),可将边界品位为 ξ_B 的矿床理想平均品位 $\bar{\xi}$ 表示为:

$$\bar{\xi} = \frac{\int_{\xi \geq \xi_B} \xi f(\xi) d\xi}{\int_{\xi \geq \xi_B} f(\xi) d\xi} \quad (86)$$

矿床实际平均品位 ξ_P 应与理论平均品位 $\bar{\xi}$ 成正比^[2],即

$$\xi_P = a + b\bar{\xi} \quad (87)$$

设 $B = CA\beta/b$

$$(88)$$

$$D = \xi_G (1 + \alpha) / b - a \quad (89)$$

则据式(77),(85)~(89),可将矿床采选冶超额利润 Z 改写为:

$$Z = B \left(\ln \frac{C_m}{\xi_B}\right)^{3/2} \left(\frac{\int_{\xi \geq \xi_B} \xi f(\xi) d\xi}{\int_{\xi \geq \xi_B} f(\xi) d\xi} - D \right) \quad (90)$$

式(90)是个有极大值的函数。显然,矿床采选冶获最大超额利润的条件是式(90) Z 的极值条件。这个条件就是首先求得使 Z 取极大值的边界品位 ξ_B^m ,然后用 ξ_B^m 圈定矿床。不过,矿床边界品位还受采选冶经济技术条件限制。

首先,圈入矿体的矿石,其品位必须是在技术上可行。即矿床边界品位不应低于最低技术品位 ξ_J 。最低技术品位通常为尾矿品位的两倍;其次,品位在经济上可行的矿石,一般应圈在矿体内,即矿体边界品位不应高于最低工业品位 ξ_G ;第三,所圈定的矿体,必须在形态上尽可能完整,以便于工业上开采利用。

因此,确定矿体边界品位的原则是:

$$\xi_B \rightarrow \begin{cases} \xi_J, & \text{当 } \xi_B^m < \xi_J \text{ 时;} \\ \xi_B^m, & \text{当 } \xi_J < \xi_B^m < \xi_G \text{ 时;} \\ \xi_G, & \text{当 } \xi_B^m > \xi_G \text{ 时。} \end{cases} \quad (91)$$

式(91)中,“ $\rightarrow$ ”表示“趋近于”。

根据我国某金矿床的勘探资料^[2],用式(90)计算结果如图6。

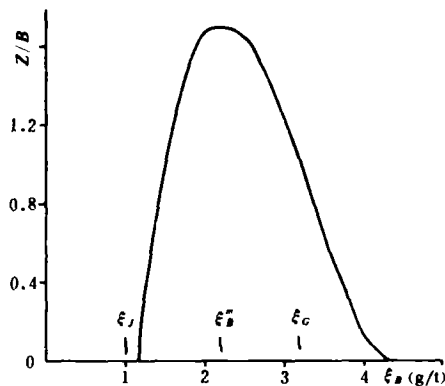


图6 某金矿床最大超额利润与边界品位关系

从图6看,该矿床的 $\xi_B^m = 2.2 \text{ g/t}$,位于该矿床最低技术品位($\xi_J = 1 \text{ g/t}$)和最低工业品位($\xi_G = 3 \text{ g/t}$)之间。因此,该矿床的边界品位在考虑矿体完整的前提下,应尽量趋于 2.2 g/t 。

矿床储量分布

地质体中元素聚集不仅具有前述含量随机分布的微观特征,还有宏观特征,即聚集在一起达到某个临界含量以上的元素总量或矿床储量也是随机分布的。讨论如下:

如果把矿床工业指标中“米·百分含量”或“米·克/吨”值的概念推广为“体积·含量”值,那么,可将元素含量等于或大于边界品位、平均品位等于最低工业品位的最低“体积·含量”值所代表的矿体称为临界矿体。显然,从矿床储量看,每个实际矿床都可以看作由 k 个临界矿体组成。如果临界矿体的存在概率为 p_0 ,则根据概率乘法定理,实际矿床的存在概率 f_0 应正比于 k 个 p_0 的乘积:

$$f_0 \propto p_0^k = e^{k \ln p_0} \quad (92)$$

设临界矿体储量为 η_0 ,实际矿体储量为 η ,则式(92)中的 k 应为:

$$k = \eta / \eta_0 \quad (93)$$

设 $\lambda = -\ln p_0 / \eta_0$,则由式(92)~(93)并考虑归一化,可得矿床储量的存在概率为:

$$f_0 = \lambda e^{-\lambda \eta} \quad (94)$$

式(94)是成矿条件相同的情形。实际上成矿条件是千差万别的。因此,实际矿床储量的存在概率应是式(94)的线性叠加:

$$f_0 = \sum_{i=1}^n \rho_i \lambda_i e^{-\lambda_i \eta}, \quad \rho_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^n \rho_i = 1 \quad (95)$$

进一步考虑,矿床储量越大,越易被发现;尚未发现的矿床个数越多越易被发现,可写出不同储量矿床的发现概率 P 的微分方程:

$$dP = \lambda_0 (1 - P) d\eta, \quad (96)$$

式(96)的解为:

$$P = (1 - e^{-\lambda_0 \eta}) \quad (97)$$

因此,由式(95)和(97)可得矿床储量观察概率 f_1 的公式:

$$f_1 = P f_0 = (1 - e^{-\lambda_0 \eta}) \sum_{i=1}^n \rho_i \lambda_i e^{-\lambda_i \eta} \quad (98)$$

式(98)的归一化形式为

$$f_2 = (1 - e^{-\lambda_0 \eta}) \sum_{i=1}^n \rho_i \lambda_i e^{-\lambda_i \eta} / \sum_{i=1}^n \frac{\rho_i \lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_i} \quad (99)$$

计算表明,当 $n = 2$ 时,式(99)与下式

$$f_3 = \frac{1}{\eta \sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln \eta - m)^2}{2\sigma^2}} \quad (100)$$

图形相同,参数 $\rho_1, \rho_2, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ 与 m, σ (1.5 ~ 2.3) 相互对应。其经验关系是(图7)。

$$\ln(\lambda_0 e^m) \simeq -2.50 + 4.06\sigma, \quad (101)$$

$$\lambda_1 e^m \simeq 1.03, \quad (102)$$

$$\lambda_2 e^m \simeq 0.374 - 0.0902\sigma, \quad (103)$$

$$\rho_1 = 1 - \rho_2 = 0.746 - 0.115\sigma. \quad (104)$$

即式(99)和(100)在图7所示 σ 值范围内在数学上是等效的。而矿床储量的经验分布或观察分布通常遵从式(100)。例如,几种主要金属矿床就如此(图8)。

这样,我们就有可能根据矿床观察概率分布的经验公式(100)的参数 m, σ 与式(101)~(104)求得式(99)

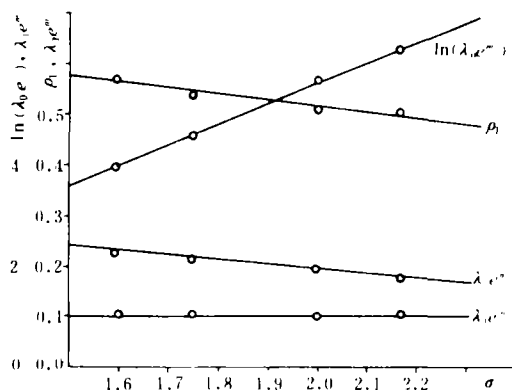


图7 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \rho_1$ 与 m, σ 的关系
圈(点)由式(100)图形直接求得;直线由式(101)~(104)计算

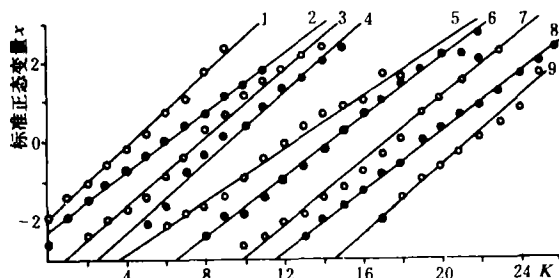


图8 Au, Ag, Cu, Pb, Zn, W, Sn, Mo, Al矿床储量分布
图(点)—统计值; 直线—式(100)计算: 1—Au($n=k-2$); 2—
Ag($n=k$); 3—W($n=k+5$); 4—Sn($n=k+4$); 5—Mo
($n=k$); 6—Zn($n=k+1$); 7—Pb($n=k-3$); 8—Cu($n=k-5$); 9—Al($n=k$); 储量 $\eta = 2^n$ 吨

1. 矿化率 ϵ_0 : 当区域质量为 M , 元素含量分布为 $f(\xi)$, 矿体边界品位为 ξ_B 时, n_0 和 n_1 可分别表示为:

$$n_0 = M \int_{\xi \geq 0} \xi f(\xi) d\xi, \quad (108)$$

$$n_1 = M \int_{\xi \geq \xi_B} \xi f(\xi) d\xi. \quad (109)$$

把式(108) (109)代入式(105)得:

$$\epsilon_0 = \frac{\int_{\xi \geq \xi_B} \xi f(\xi) d\xi}{\int_{\xi \geq 0} \xi f(\xi) d\xi}. \quad (110)$$

当 $f(\xi)$ 为式(71)的第二式时, 有 ϵ_0 的特例:

$$\epsilon_0 = \Phi \left[\left(m_0 + \sigma_0^2 - \ln \xi_B \right) / \sigma_0 \right]. \quad (111)$$

2. 可发现率 ϵ_1 : 当储量为 η 的矿床其存在概率密度为 $f_0(\eta)$ 、观察概率密度为 $f_1(\eta)$ 、区域矿床个数为 N 时, 则有

$$n_1 = N \int_{\eta \geq 0} \eta f_0(\eta) d\eta, \quad (112)$$

$$n_2 = N \int_{\eta \geq 0} \eta f_1(\eta) d\eta. \quad (113)$$

由式(106) ((112) (113) 得:

$$\epsilon_1 = \frac{\int_{\eta \geq 0} \eta f_1(\eta) d\eta}{\int_{\eta \geq 0} \eta f_0(\eta) d\eta}, \quad (114)$$

由式(95) (98) (114)得 ϵ_1 的特例:

$$\epsilon_1 = 1 - \left[\frac{\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{\lambda_i} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_0 + \lambda_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \rho_i / \lambda_i} \right], \quad (115)$$

3. 可利用率 ϵ_2 : 当工业可利用最小矿床储量为 η_B 时, 有:

$$n_3 = N \int_{\eta \geq \eta_B} \eta f_1(\eta) d\eta. \quad (116)$$

则由式(107) (113) (116) 可得:

$$\epsilon_2 = \frac{\int_{\eta \geq \eta_B} \eta f_1(\eta) d\eta}{\int_{\eta \geq 0} \eta f_1(\eta) d\eta}. \quad (117)$$

由于矿床储量分布经验公式(100)与式(99)等效, 则据式(100) (117)得 ϵ_2 的特例:

$$\epsilon_2 = \Phi \left[\left(m + \sigma^2 - \ln \eta_B \right) / \sigma \right]. \quad (118)$$

因此, 在式(110) (111) (114) (115) (117) (118)的条件下, 据式(105) (106) (107)可将区域工业成矿率 ϵ 写为:

的参数 $\rho_1, \rho_2, \lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$, 从而决定了式(95) (97) (98)。所有这些公式, 在区域成矿预测中将有重要的应用。

区域成矿能力

设区域元素总量为 n_0 , 矿化态元素总量为 n_1 , 能够被发现的矿化态元素总量为 n_2 , 能够被工业利用的元素总量为 n_3 , 则可分别定义区域元素的矿化率 ϵ_0 , 可发现率 ϵ_1 和可利用率 ϵ_2 :

$$\epsilon_0 = n_1 / n_0, \quad (105)$$

$$\epsilon_1 = n_2 / n_1, \quad (106)$$

$$\epsilon_2 = n_3 / n_2. \quad (107)$$

$$\epsilon = \frac{n_3}{n_0} = \frac{n_1}{n_0} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_3}{n_2} = \epsilon_0 \epsilon_1 \epsilon_2 \quad (119)$$

式(119)的特例为:

$$\epsilon = \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{\lambda_i} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_0 + \lambda_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \rho_i / \lambda_i} \right) \phi \left(\frac{m_0 + \sigma_0^2 - \ln \epsilon_s}{\sigma_0} \right) \phi \left(\frac{m + \sigma^2 - \ln \eta_s}{\sigma} \right) \quad (120)$$

以金为例, 据金含量背景值资料求得:

$$m_0 = -6.053, \sigma_0 = 1.265.$$

这两个参数相当几何平均值2.36ppb, 算术平均值5.23ppb, 接近地壳金丰度3.5ppb。

金矿床储量分布的统计参数为: $m = 1.528$, $\sigma = 1.593$ 。

取 $\epsilon_s = 1\text{g/t}$, $\eta_s = 1$ 吨。则由式(120)可得 $\epsilon \approx 2.15 \times 10^{-4}$ 。与黎彤、杜春林的经验估值 $\epsilon \approx 1.85 \times 10^{-4}$ 接近。

计算表明, 矿体边界品位的变化对式(119)或(120)的影响较显著。因此, 在应用中要尽量准确地确定 ϵ_s 值。此外, 由于区域工业成矿率 ϵ 值与元素丰度和丰度方差有关。因此建议, 今后发表全球、全国或区域元素丰度数据时, 应标明方差, 以便从理论上计算相应区域的成矿率。

结 语

通过以上讨论可知, 统计地球化学着眼于地质体中元素的迁移和聚集: 元素迁移是以元素随机运动引至的空间分布和成矿过程为特点的; 元素聚集是以元素的点聚集—元素含量分布和元素的域聚集—矿床储量分布为特征的。从而, 可以有四个方面的应用: 第一, 对区域成矿能力进行估计; 第二, 用典型元素空间分布构造化探异常的滤波函数和对重要化探异常进行积分反演以判别地下矿体位置; 第三, 研究成矿元素来源、迁移方向、分布特点等, 从而推求矿床成因等^[1,4,5]; 第四, 研究矿床经济效益, 如研究矿床平均品位、矿石量、金属量以及矿床采选冶超额利润等与边界品位的关系^[2]。

参 考 文 献

- [1] Kolmogoroff, A. N.: Math. Ann., 1931, Vol. 104, P. 415~458
- [2] 蒋志: 地质与勘探, 1983, 第9期, 第37~40页
- [3] 蒋志: 放射性地质, 1981, 第3期, 第208~215页
- [4] 蒋志: 地质与勘探, 1984, 第1期, 第6~13页
- [5] 蒋志: 矿山地质, 1984, 第3期, 第59~65页

Some Theoretical Problems of Statistical Geochemistry

Jiang Zhi

(China National Gold Industry Corporation)

Abstract

In this paper particle movement in a geological body is described in terms of Markovian continuous process and a probability equation for element transfer in the body is established. In addition, considering geological samples as theoretical ones and presuming that an ore body may be subdivided into many small marginal bodies, formulas for element content and ore reserves distribution are thus derived respectively. From similar reasoning, other expressions as for the spatial distribution of elements in a geological body, metallogenetic process, element pair ratio distribution, marginal grade of an ore deposit and regional metallogeny rate can be derived as well.