电阻率测深“反射系数”q_n的计算及其应用

左海燕　陈丽英

（地质矿产部北京计算中心）

在均匀水平层状介质中，视电阻率$\rho_s(r)$可以表示成如下的级数形式[1]。

$$\rho_s(r)=\rho_1\left\{1+2\sum_{n=1}^{\infty}q_n\frac{1}{\left[1+(2nh_0/r)^2\right]^{3/2}}\right\} \tag{1}$$

式中r为电极距，h_0为各层厚度的最大公约数，q_n称为“反射系数”。当(1)式中h_0和n选择适当时，可以得到较精确的ρ_s理论曲线。

众所周知，电阻率测深公式中转换函数$T(\lambda)$可用级数形式表示，也可用简单的递推公式计算得出。然而，$T\longleftrightarrow\rho$之间的转换却要用近似积分或离散的汉克尔变换来实现，公式复杂，计算量大。不过，在七十年代以前，即在柯福依德、格霍什等人提出用线性滤波方法计算ρ_s曲线之前，一直是用(1)式来计算ρ_s理论曲线。在层数较少的情况下，用q_n计算ρ_s曲线还比较方便。如果层数多，q_n公式的推导有困难，计算要花费大量时间。所以，自格霍什等人的线性滤波以及快速汉克尔变换等算法推广以后，对q_n的计算已几乎再无人问津。

本文的目的在于提出两种直接或间接计算q_n的简便且较快速的新方法，供使用者参考，同时还提出，利用所计算的q_n不但可以得到ρ_s（或T）的标准曲线，而且还有希望通过直接对反射系数q_n的解释，得到有关地电断面的有益信息。

计算“反射系数”q_n的两种方法

方法（一）　直线计算q_n的递归滤波法

以往计算q_n一般是用级数展开法推导q_n的表达式，对最简单的二层模型而言，q_n公式为：

$$q_n=K_1^n,\quad \left(K_1=\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_2+\rho_1}\right) \tag{2}$$

但三层以上模型的展开式，推导起来都很复杂，而且重复计算工作量较大。这里，我们应用递归滤波原理来计算q_n。为简便起见，直接引入一般的递归滤波公式[2]如下，

$$y_t=(a_0x_t+a_1x_{t-1}+\cdots\cdots+a_nx_{t-n})-(b_1y_{t-1}+b_2y_{t-2}+\cdots\cdots+b_my_{t-m}) \tag{3}$$

式中x_t为输入信号，y_t为输出信号。由上式可以看出，每计算一个y_t值都要用到以前已计算出的结果y_{t-1}，$y_{t-2}\cdots\cdots$，其运算是一种递推关系，因此可以节省很多计算工作量。

对于电阻率测深，我们不但知道转换函数$T(\lambda)$的级数表达形式，还知道$T(\lambda)$与斯忒藩纳斯库核函数$B_1(\lambda)$有如下形式联系：

$$T_1(\lambda)=\rho_1\left[1+2B_1(\lambda)\right] \tag{4}$$

$$=\rho_1+\sum_{n=1}^{\infty}q_n\exp(-nh_0\lambda)。$$

并且知道$B_1(\lambda)$的递推公式[3]为：

$$B_1(\lambda)=\frac{R_1(\lambda)\exp(-2\lambda h_1)}{1-R_1(\lambda)\exp(-2\lambda h_1)}$$

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$R_i = \frac{K_i + R_{i+1}\exp(-2\lambda h_{i+1})}{1 + K_i R_{i+1}\exp(-2\lambda h_{i+1})} \tag{5}$$

$$R_{N-1} = \frac{\rho_N - \rho_{N-1}}{\rho_N + \rho_{N-1}}$$

$$K_i = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i}, \qquad i = 1,2,\cdots\cdots\cdots N-1。$$

式中，h_i 为第i层的厚度，$\lambda = 1/r$。

利用上面的递推公式，经归纳整理，我们可以得到n层模型的斯式藩纳斯库核函数的一般通式。

$$B_1(\lambda) = u_1/(D_1 - u_1) \tag{6}$$

$$u_1 = A_1 + A_3 + A_5 + \cdots\cdots + A_{2n-1}$$

$$D_1 = 1 + A_2 + A_4 + \cdots\cdots + A_{2n}$$

$$A_1 = \sum_{i=1}^{n-1} K_i e^{-2\lambda\tau_i^1}, \quad \tau_i^1 = \sum_{m=1}^{i} h_m;$$

$$A_2 = \sum_{i=1}^{n-1} K_i \left(\sum_{j=1}^{n-1-i} K_{i+j}\right) e^{-2\lambda\tau_{i+j}^2}, \quad \tau_{i+j}^2 = \sum_{m=1}^{i+j} h_m - \tau_i^1;$$

$$A_3 = \sum_{i=1}^{n-1} K_i \left(\sum_{j=1}^{n-1-i} K_{i+j}\left(\sum_{k=1}^{n-1-i-j} K_{i+j+k}\right)\right) e^{-2\lambda\tau_{i+j+k}^3}$$

$$\tau_{i+j+k}^3 = \sum_{m=1}^{i+j+k} h_m - \tau_{i+j}^2;$$

……

$$A_n = \sum_{i=1}^{n-1} K_i \left(\sum_{j=1}^{n-1-i} K_{i+j}\left(\sum_{k=1}^{n-1-i-j} K_{i+j+k} \cdots\cdots \left(\sum_{l=1}^{n-1-j-k-\cdots} K_{i+j+k+l+\cdots}\right)\right)\right) e^{-2\lambda\tau_{i+j+k+l+\cdots}^n}$$

$$\tau_{i+j+k+l+\cdots}^n = \sum_{m=1}^{i+j+k+l+\cdots} h_m - \tau_{i+k+j+l+\cdots}^{n-1}; \tag{7}$$

余此类推。这里我们可以将 $B_1(\lambda)$ 看作为某种响应函数，而反射系数q_n则是$B_1(\lambda)$的离散采样（见(4)式）。根据递归滤波原理，当输入信号为$\delta(t)$函数时，按式(3)可以计算响应函数q_t如下：

$$q_t = A_1\delta_{t-\tau^1} + A_3\delta_{t-\tau^3} + \cdots\cdots - (A_2 q_{t-\tau^2} + A_4 q_{t-\tau^4} + \cdots\cdots + A_1 q_{t-\tau^1} - A_3 q_{t-\tau^3} - \cdots\cdots\cdots) \tag{8}$$

显然，从上式我们可以很容易地写出三层（$n = 3$）和四层（$n = 4$）模型的q_n递归表达式。三层模型q_t的递归公式为：

$$q_t = K_1\delta_{t-h_1} + K_2\delta_{t-(h_1+h_2)} - (K_1K_2q_{t-h_2} - K_1q_{t-h_1} - K_2q_{t-(h_1+h_2)}) \tag{9}$$

四层模型q_t的递归公式为：

$$\begin{aligned} q_t = {} & K_1\delta_{t-h_1} + K_2\delta_{t-(h_1+h_2)} + K_3\delta_{t-(h_1+h_2+h_3)} + K_1K_2K_3\delta_{t-(h_1+h_3)} \\ & - (K_1K_2q_{t-h_2} + K_2K_3q_{t-h_3} + K_1K_3q_{t-(h_2+h_3)} - K_1q_{t-h_1} - \\ & K_2q_{t-(h_1+h_2)} - K_3q_{t-(h_1+h_2+h_3)} - K_1K_2K_3q_{t-(h_1+h_3)}) \end{aligned} \tag{10}$$

方法（二）　间接计算q_n的最小二乘法

我们知道，电阻率转换函数$T(\rho_i, h_i, \lambda)$还有如下形式的递推公式：

$$T_i(\lambda) = \frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_i \tanh(h_i\lambda)}{1 + T_{i+1}(\lambda)\rho_i^{-1}\tanh(h_i\lambda)} \tag{11}$$

上式计算从最后第n层开始，且$T_n(\lambda) = \rho_n$。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

此外，n 层电阻率转换函数 $T(\lambda)$ 也可以展开为类似（4）式的级数形式。假定 $T(\lambda)$ 采样的 K 个坐标 λ_j，以及达到精度的级数展开项数 m 均已确定，我们希望通过最小二乘准则

$$\sum_{j=1}^{k}\left[T_m(\lambda_j)-T_1(\lambda_j)\right]^2=\min \tag{12}$$

$$\text{或}\Phi=\sum_{j=1}^{k}\left[\rho_1+\sum_{i=1}^{m}q_i\exp(-ih_0\lambda)-T_1(\lambda_j)\right]^2=\min \tag{13}$$

来确定逼近由递推公式（11）所计算的理论 $T_1(\lambda_j)$ 函数中的 q_n。对上式中 q_i 求导，将得到一个有 m 个未知数，$m\times m$ 的线性方程组：

$$\left.\begin{array}{l} q_1a_{11}+q_2a_{12}+\cdots\cdots\cdots+q_ma_{1m}=b_1\\ q_1a_{12}+q_2a_{22}+\cdots\cdots\cdots+q_ma_{2m}=b_2\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ q_1a_{1m}+q_2a_{2m}+\cdots\cdots\cdots+q_ma_{mm}=b_m \end{array}\right\} \tag{14}$$

上式中，

$$\begin{aligned} a_{ij}&=\sum_{j=1}^{k}\exp\left[-(i+j)h_0\lambda_j\right],\\ b_i&=\sum_{j=1}^{k}\left[T_1(\lambda_j)-\rho_1\right]\exp(-ih_0\lambda_j)。\end{aligned} \tag{15}$$

通过解对称线性方程组（14），可以得到一组 q_n 的值（$n=1,2,\cdots\cdots m$）。显然，此法也适用于 ρ_s 曲线为已知、而需求 $T(\lambda)$ 时的情况。这时有：

$$\Phi=\sum_{j=1}^{k}\left[\rho_1+2\rho_1+\sum_{n=1}^{m}q_n\frac{1}{\left[1+(2nh_0/r_j)^2\right]^{3/2}}-\rho_s(r_j)\right] \tag{16}$$

以同样的方法可计算出 q_n，再代入（4）式即可求出理论的 $T(\lambda)$ 曲线。

“反射系数”q_n 的实际应用

（一）以往人们计算 q_n 的目的不过是为了正演计算标准 ρ_s 或 T 曲线而已。当给定模型层数 n，各个

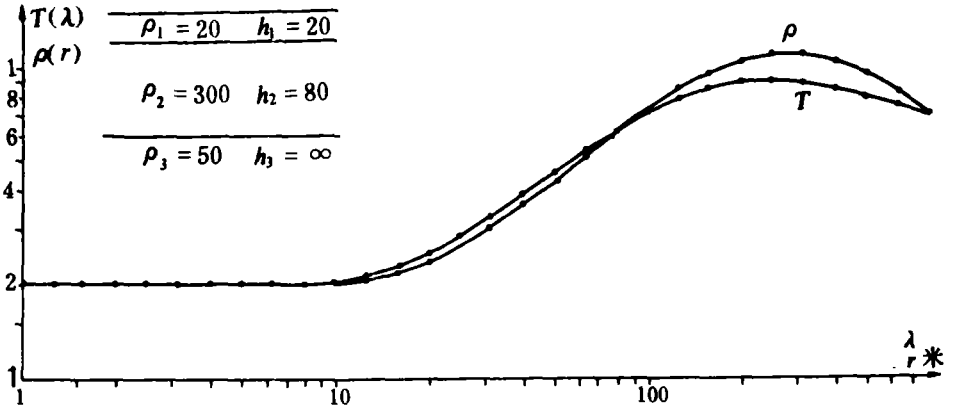

图1 用滤波系数和 q_n 计算的三层模型的 ρ 和 T 曲线

图中实线是用滤波系数计算的 ρ，T 曲线；圈和点是用 q_n 计算的 ρ_s 和 T 的值，$\rho(r)$ 的单位是欧姆米；r 的单位是米；$T(\lambda)$ 无单位；λ 的单位是米$^{-1}$；h 的单位是米；（下同）

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

层的电阻率ρ_i和厚度h_i后，利用递归公式（8）可以逐次计算出理论q_n值，将这些q_n值代入公式（1）和（4），则可以一次性地分别计算出T和ρ_s曲线。

我们对三层和四层理论模型做过计算实验，与用格霍什滤波系数的方法相比，计算时间相差不了几秒（2—3秒，M—160II机），而精度则随级数项m的增加而提高。图1为对同一模型用滤波系数方法和理论q_n计算方法算得的ρ_s曲线和T曲线，两种方法所得的结果几乎完全相符（最大误差小于2%）。

（二） 在$T(\lambda)$曲线为已知或对于有实测的ρ_s曲线的情况下，当我们想得到$T \longleftrightarrow \rho$之间的转换时，用第二种方法也可以实现。尽管由于最小二乘法的解并不是唯一的，用该法所得到的q_n*虽不是真正理论的q_n，但这种q_n*无疑也能满足$T \longleftrightarrow \rho$之间的转换关系，并可得到令人满意的精度。图2中表示的是用理论公式（11）计算的T曲线和用格霍什系数计算的ρ_s曲线，以及分别用最小二乘法计算的q_n*所得到的T和ρ曲线（其最大误差小于3%）。

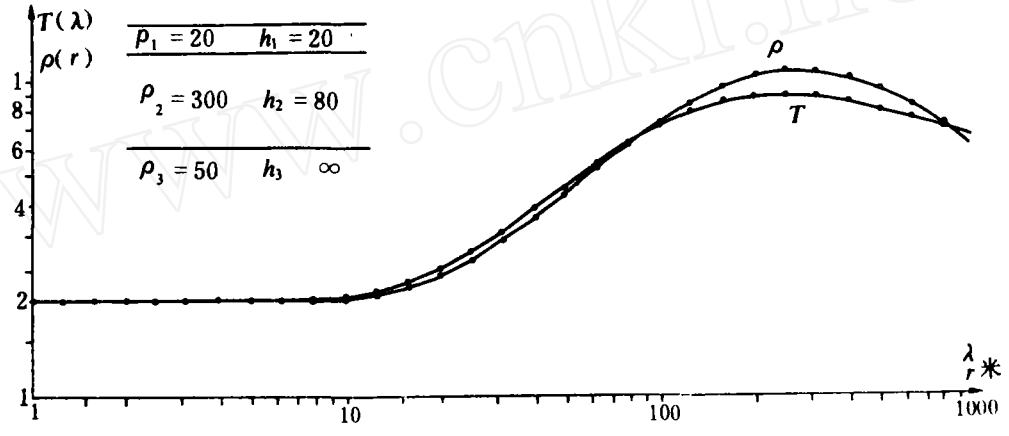

图2 理论的与用最小二乘法计算的ρ，T曲线

图中曲线为理论的ρ，T曲线；圈和点是用最小二乘法计算得的ρ_s和T的值（各量的单位同图1）

（三） 上述利用q_n计算ρ，T曲线和进行$\rho \longleftrightarrow T$转换的另一个主要目的，是为了在参数化反演的迭代过程中进行快速准确的反演计算。但是否可以直接利用反射系数q_n来了解有关地电断面的信息呢？目前国内外不少人正致力于这方面的研究。如库涅茨、马特维耶夫等人，就企图利用所求出的q_n值的集合，推求层状介质的有关参数h_i，ρ_i。但由于对实测曲线来说，得到与地电断面有关的较理想的q_n解并不是轻而易举的，故利用这些q_n再推算h_i，ρ_i更为困难，尚待更进一步的工作。武汉地质学院的王家映同志，将反射系数q_n与地震波的反射记录进行了类比，并提出了“拟地震”的反演

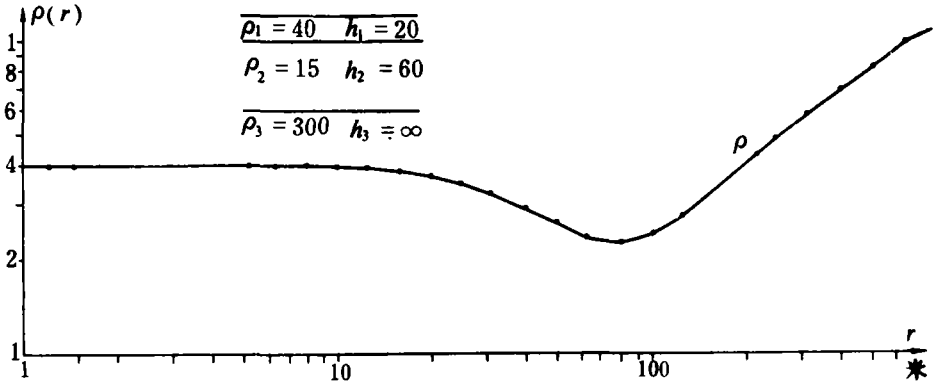

图 3 a 三层理论模型及其ρ_s理论曲线

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

解释方法。该方法在大地电磁和直流电测深反演计算中均取得了初步成果。该方法不用设计初始模型，不用反复迭代，解也比较直观形象。图3 a 为三层理论模型及其ρ_s理论曲线，图（3 b）是用拟地震反演法得到的q_n*反射系数图。图中q_n*显示出界面一次反射的位置和极性强度等，并给出了地电断面层位的明确标志以及电阻率的有关情况。

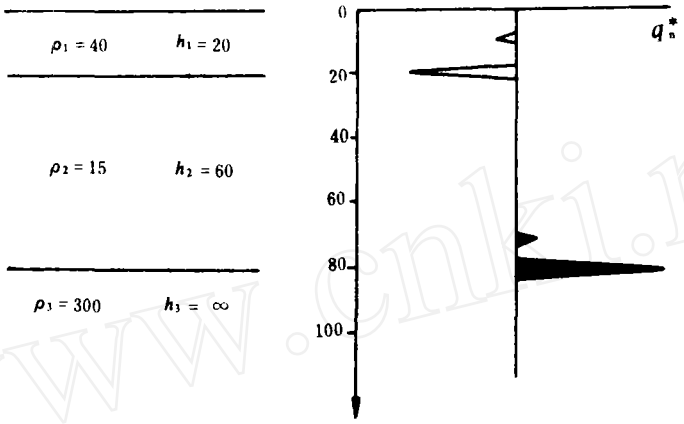

图3 b　用拟地震反演得到的结果

（因$K_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$，当$\rho_2 > \rho_1$时，$q_n$*为正，反之为负，$K_2$为同样情况。所以经过拟地震反演后将得到类似图3 b 的q_n*随深度变化图。）这种表示显然更直观形象，可以从图中根据反演得到的q_n*的位置、极性、大小来直接了解地下有关电性层的位置和电阻率信息。为电测深资料的推断解释提供十分有益的帮助。当然这类方法目前仍在研究阶段，不过我们确信，它的应用必将为电测深的解释开辟更广阔的发展前景。

本文曾得到王家映同志的热情帮助，在此表示感谢。

参　考　文　献

[1] B. K. 马特继耶夫：《电磁测深解释》北京，煤炭工业出版社，1978年

[2] 何樵登等编：《地震勘探——原理和方法》，北京，地质出版社

[3] 陈仲候、何昌礼：地球物理学报，第23卷，第1期，1980

[4] Santni, R. S., et al ; Geoexploration, 1983, Vol. 21,

热释CO_2找矿方法的初步研究

张　美　娣

（有色金属工业总公司矿产地质研究院）

概　　况

（一）研究目的

近几年来，国外有关资料报道了用热释CO_2寻找隐伏的有色金属矿床的方法。CO_2气体普查方法，是在现场直接抽取壤中气，然后用色谱仪直接测定，圈出控制内生金属矿化的可渗透性断裂构造上方的气体分散晕，从而指导找矿，效果是比较明显的。

自1982年起，我们先后在水口山、张埝、栖霞山、凡口等已知不同类型的矿床上，对土壤和岩石热释CO_2这一找矿方法作了探索性试验研究。在四种不同类型的矿床上，作了6个土壤剖面、一个钻孔岩石

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net