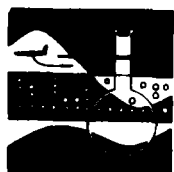


用类磁法计算井中激电异常

宋子齐

(西安地质学院)



物探与化探

近年来,由于势场理论和计算技术的发展,磁法勘探正、反演问题的解法越来越完善。因此,利用电场和磁场异常之间形式上的类比关系,计算矿体的井中激发极化异常,在一定条件下可以简化金属矿井中激电异常的正、反演计算,便于进行电算数据处理,从而加深对井中激电异常性质和特征的认识与研究,提高推断解释水平。

由于椭球体磁场公式有普遍的适应范围,文中以此作为类比计算的基本公式。

椭球矿体的磁异常理论计算公式

沿任意方向均匀外场磁化的均质感磁椭球体,其外部异常的磁位可以系统表示为^[1]

$$U_m = \frac{\kappa}{1 + \kappa N_a} H_{oa} x L^a + \frac{\kappa}{1 + \kappa N_b} H_{ob} y M^b + \frac{\kappa}{1 + \kappa N_c} H_{oc} z N^c \quad (1)$$

式中, κ 为椭球磁化率; H_{oa} , H_{ob} , H_{oc} 为外磁场的三个分量; L^a , M^b , N^c 为椭球三个轴磁化的坐标系数。

$$\begin{aligned} L^a &= 2\pi abc \int_{u_0}^{\infty} \frac{du}{(a^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}} \\ M^b &= 2\pi abc \int_{u_0}^{\infty} \frac{du}{(b^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}} \\ N^c &= 2\pi abc \int_{u_0}^{\infty} \frac{du}{(c^2 + u) \sqrt{(a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u)}} \end{aligned} \quad (2)$$

其中, a , b , c 为椭球的三个半径 ($a > b > c$); 式(2)的积分下限 u_0 是坐标 (x , y , z) 的函数, 其值不仅与椭球的大小有关, 而且与确定磁位的坐标 (x , y , z) 有关。借助于变量置换和辅助公式, 可化为便于计算的形式

$$\begin{aligned} L^a &= \frac{4\pi abc}{(a^2 - b^2) \sqrt{(a^2 - c^2)}} F(\phi_0, K) - E(\phi_0, K) \\ M^b &= \frac{4\pi abc}{(b^2 - c^2) \sqrt{a^2 - c^2}} \left[\frac{a^2 - c^2}{a^2 - b^2} E(\phi_0, K) - \frac{b^2 - c^2}{a^2 - b^2} F(\phi_0, K) - \sqrt{\frac{(a^2 - c^2)(c^2 + u_0)}{(a^2 + u_0)(b^2 + u_0)}} \right] \\ N^c &= \frac{4\pi abc}{(b^2 - c^2) \sqrt{(a^2 - c^2)}} \left[\sqrt{\frac{(a^2 - c^2)(b^2 + u_0)}{c^2 + u_0}} - E(\phi_0, K) \right] \end{aligned} \quad (2')$$

其中 $F(\phi_0, K)$, $E(\phi_0, K)$ 分别为第一和第二类椭圆积分, 借助于文献^[5], 记作

$$F(\phi_0, K) = \int_0^{\phi_0} \frac{d\phi}{\sqrt{1-K^2\sin^2\phi}} = \phi_0 \left(1 + \frac{K^2}{4} + \frac{9}{64}K^4 + \frac{25}{256}K^6\right) - \sin 2\phi_0 \left(\frac{1}{8}K^2 + \frac{9}{128}K^4 + \frac{25}{512}K^6\right) - \sin^3\phi_0 \cos\phi_0 \left(\frac{3}{32}K^4 + \frac{25}{384}K^6\right) - \frac{5}{96}K^6 \sin^5\phi_0 \cos\phi_0 + \dots \quad (3)$$

$$E(\phi_0, K) = \int_0^{\phi_0} \sqrt{1-K^2\sin^2\phi} d\phi = \phi_0 \left(1 - \frac{1}{4}K^2 - \frac{3}{64}K^4 - \frac{5}{256}K^6\right) + \sin 2\phi_0 \left(\frac{1}{8}K^2 + \frac{3}{128}K^4 + \frac{5}{512}K^6\right) + \sin^3\phi_0 \cos\phi_0 \left(\frac{1}{32}K^4 + \frac{5}{384}K^6\right) + \frac{1}{96}K^6 \sin^5\phi_0 \cos\phi_0 + \dots$$

$$\text{式中 } \phi_0 = \sin^{-1} \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{a^2 + u_0}}, \quad K = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}} \quad (0 < K < 1) \quad (4)$$

其坐标系数的积分下限 u_0 为方程 $\frac{x^2}{a^2+u_0} + \frac{y^2}{b^2+u_0} + \frac{z^2}{c^2+u_0} = 1$ 的最大实根, 其解为

$$u_0 = \begin{cases} \sqrt[3]{Q + \sqrt{Q^2 - P^3}} + \sqrt[3]{Q - \sqrt{Q^2 - P^3}} - \frac{m^2 - r^2}{3} & (Q^2 - P^3 > 0) \\ 2\sqrt[3]{Q} - \frac{m^2 - r^2}{3}, & (Q^2 - P^3 = 0, Q > 0) \\ -\sqrt[3]{Q} - \frac{m^2 - r^2}{3}, & (Q^2 - P^3 = 0, Q < 0) \\ 2\sqrt{P} \cos \frac{W}{3} - \frac{m^2 - r^2}{3} & (Q^2 - P^3 < 0) \end{cases} \quad (5)$$

式中 $m^2 = a^2 + b^2 + c^2$, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$$P = \frac{1}{9} (m^2 - r^2)^2 - \frac{1}{3} [a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2 - x^2(c^2 + b^2) - y^2(c^2 + a^2) - z^2(a^2 + b^2)]$$

$$Q = -\frac{1}{27} (m^2 - r^2)^3 + \frac{1}{6} (m^2 - r^2) [a^2 b^2 + b^2 c^2 + c^2 a^2 - x^2(b^2 + c^2) - y^2(c^2 + a^2) - z^2(a^2 + b^2)] - \frac{1}{2} (a^2 b^2 c^2 - x^2 b^2 c^2 - y^2 c^2 a^2 - z^2 a^2 b^2)$$

$$W = \cos \frac{Q}{\sqrt{P^3}} \quad (0 < W < \pi)$$

(1) 式中 N_a , N_b , N_c 为外场沿椭球三个轴磁化的退磁系数(在椭球矿体中为常数):

$$\begin{aligned} N_a &= L^a \Big|_{u=0} = 2\pi abc \int_0^\infty \frac{du}{(a^2+u) \sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}} \\ N_b &= M^b \Big|_{u=0} = 2\pi abc \int_0^\infty \frac{du}{(b^2+u) \sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}} \\ N_c &= N^c \Big|_{u=0} = 2\pi abc \int_0^\infty \frac{du}{(c^2+u) \sqrt{(a^2+u)(b^2+u)(c^2+u)}} \end{aligned} \quad (6)$$

这样(1)式可归纳为

$$U_m = J'_a x L^a + J'_b y M^b + J'_c z N^c \quad (1')$$

式中 $J'_a = \kappa'_a H_{0a}$, $J'_b = \kappa'_b H_{0b}$, $J'_c = \kappa'_c H_{0c}$, 则椭球外部异常磁场 H 可以系统表示为

$$\begin{aligned}\vec{H} = & \left\{ \left[-J'_a \frac{\delta}{\delta x} (x L^a) - J'_b \frac{\delta}{\delta x} (y M^b) - J'_c \frac{\delta}{\delta x} (z N^c) \right] \cos \beta_a \right. \\ & + \left[-J'_a \frac{\delta}{\delta y} (x L^a) - J'_b \frac{\delta}{\delta y} (y M^b) - J'_c \frac{\delta}{\delta y} (z N^c) \right] \cos \beta_b \\ & \left. + \left[-J'_a \frac{\delta}{\delta z} (x L^a) - J'_b \frac{\delta}{\delta z} (y M^b) - J'_c \frac{\delta}{\delta z} (z N^c) \right] \cos \beta_c \right\} \frac{\vec{J}}{|\vec{J}|}\end{aligned}\quad (7)$$

可以用符号 $f(x, y, z)$ 表示 (式中简写为 f)

$$\begin{aligned}\vec{H} = & [(-J'_a f_{a1} - J'_b f_{a2} - J'_c f_{a3}) \cos \beta_a + (-J'_a f_{b1} - J'_b f_{b2} - J'_c f_{b3}) \cos \beta_b \\ & + (-J'_a f_{c1} - J'_b f_{c2} - J'_c f_{c3}) \cos \beta_c] \frac{\vec{J}}{|\vec{J}|}\end{aligned}\quad (7')$$

式中 $\kappa'_a, \kappa'_b, \kappa'_c$ 为沿椭球三个轴磁化的视磁化率; J'_a, J'_b, J'_c 为沿椭球三个轴的有效磁化强度; $\cos \beta_a, \cos \beta_b, \cos \beta_c$ 为 $\vec{J}$ 对三个轴的方向余弦; 其与坐标 (x, y, z) 有关的九个几何系数可以归纳表示成以下六种形式 (因其中 $f_{a2} = f_{b1}, f_{a3} = f_{c1}, f_{b3} = f_{c2}$)

$$\begin{aligned}f_{a1} = L^a - & \frac{4\pi abc x}{(a^2 + u_0)^2 [(a^2 + u_0)(b^2 + u_0)(c^2 + u_0)]^{1/2}} \left[\frac{x^2}{(a^2 + u_0)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + u_0)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + u_0)^2} \right] \\ f_{b2} = M^b - & \frac{4\pi abc y}{(b^2 + u_0)^2 [(a^2 + u_0)(b^2 + u_0)(c^2 + u_0)]^{1/2}} \left[\frac{x^2}{(a^2 + u_0)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + u_0)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + u_0)^2} \right] \\ f_{c3} = N^c - & \frac{4\pi abc z}{(c^2 + u_0)^2 [(a^2 + u_0)(b^2 + u_0)(c^2 + u_0)]^{1/2}} \left[\frac{x^2}{(a^2 + u_0)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + u_0)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + u_0)^2} \right] \\ f_{a2} = & \frac{-4\pi abc xy}{(a^2 + u_0)(b^2 + u_0) [(a^2 + u_0)(b^2 + u_0)(c^2 + u_0)]^{1/2}} \left[\frac{x^2}{(a^2 + u_0)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + u_0)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + u_0)^2} \right] \\ f_{a3} = & \frac{-4\pi abc xz}{(a^2 + u_0)(c^2 + u_0) [(a^2 + u_0)(b^2 + u_0)(c^2 + u_0)]^{1/2}} \left[\frac{x^2}{(a^2 + u_0)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + u_0)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + u_0)^2} \right] \\ f_{b3} = & \frac{-4\pi abc yz}{(b^2 + u_0)(c^2 + u_0) [(a^2 + u_0)(b^2 + u_0)(c^2 + u_0)]^{1/2}} \left[\frac{x^2}{(a^2 + u_0)^2} + \frac{y^2}{(b^2 + u_0)^2} + \frac{z^2}{(c^2 + u_0)^2} \right]\end{aligned}\quad (8)$$

(7') 式即为沿任意方向磁化的均质感磁椭球体外异常磁场 $\vec{H}$ 的一般表示式。

由以上分析可知, 椭球体及其所处物性条件一旦确定, 其外部异常位场均由坐标系数或几何系数等表达式确定。

椭球矿体井中激电异常理论计算的类磁法公式

如所周知, 在一定条件下, 稳定磁场和稳定电场一样, 可以引入标势, 即两者都是势场。因此, 完全可以用势场理论的观点, 把这两种场在形式上统一起来, 并根据具体的边界条件, 将有关的物性参数和场的系数联系起来。

在井中激电工作中, 如果我们探测矿体的埋深比较大, 就可以将矿体所处的一次场近似地看作均

匀场；而在研究矿体产生的二次场时，可以忽略矿体附近井段上的空气—地球分界面的影响，将围岩视为无限介质²。这样我们就可以象磁化率 κ 、磁化强度 J 、退磁系数 N 、视磁化率 κ' 、有效磁化强度 J^* 等参数，类似地³¹引入场化率 $\kappa_e = \frac{\sigma - 1}{4\pi}$ 、场化强度 $J_e = \kappa_e E_0$ 、消场系数 N 、视场化率

$\kappa'_e = \frac{\kappa_e}{1 + N\kappa_e}$ ，有效场化强度 $J_e^* = \kappa'_e E_0$ 及等效场化率 κ_e^* 等辅助参数（其中 σ 为矿体导电率， E_0 为均匀激励电场强度），并使它们具有磁参数间的那种数量关系（为与磁参数区别，在符号右下角注以脚标 e ）。

引入类磁辅助参数后，我们就可以把椭球矿体外部观测的异常电场类似（7'）式写成类磁法形式（包括激励场 E_0 和异常场两部分）

$$E_1 = E_0 + (-J'_{ea}f_{a1} - J'_{eb}f_{a2} - J'_{ec}f_{a3})\cos\beta_a + (-J'_{ea}f_{b1} - J'_{eb}f_{b2} - J'_{ec}f_{b3})\cos\beta_b + (-J'_{ea}f_{c1} - J'_{eb}f_{c2} - J'_{ec}f_{c3})\cos\beta_c \quad (9)$$

在解具体问题时，假设地下半空间充满电阻率 ρ_1 、极化率 η_1 的均匀围岩，其中有一电阻率 ρ_2 、极化率 η_2 的体极化的椭球状矿体，其三个半径为 a, b, c （ $a > b > c$ ）。如图1取直角坐标系，坐标原点与椭球中心重合，椭球沿坐标 $y'O'z'$ 旋转 α 角度（ $y'O'z'$ 顺时针转至 yOz 为正）。钻孔位于任意位置，井轴与铅垂方向夹角 D （顺时针方向为正），井轴平行于 $x'Oz'$ 面。椭球中心埋深为 H ， A 极至井口距离为 R ， A 极方位角 θ （ x' 轴顺时针转至 R 为正）， A 极供电电流强度 I ，井口在地面距矿体中心投影的距离为 d 和 u （图1）。

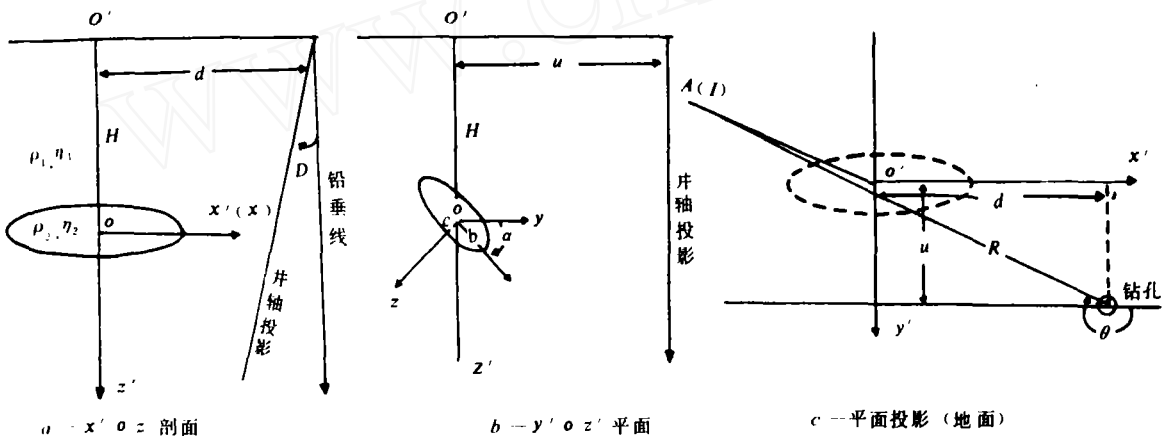


图 1

由微分形式的欧姆定律，（9）式可以写成

$$E_{1 \text{ 轴}} = j_0 \rho_1 - [(\kappa'_{ea}\rho_1 j_{oa}f_{a1} + \kappa'_{eb}\rho_1 j_{ob}f_{a2} + \kappa'_{ec}\rho_1 j_{oc}f_{a3})(-\sin D) + (\kappa'_{ea}\rho_1 j_{oa}f_{b1} + \kappa'_{eb}\rho_1 j_{ob}f_{b2} + \kappa'_{ec}\rho_1 j_{oc}f_{b3})\sin\alpha \cdot \cos D + (\kappa'_{ea}\rho_1 j_{oa}f_{c1} + \kappa'_{eb}\rho_1 j_{ob}f_{c2} + \kappa'_{ec}\rho_1 j_{oc}f_{c3})\cos\alpha \cdot \cos D] \quad (10)$$

式中 j_{oa}, j_{ob}, j_{oc} 分别表示作用场在椭球中心处的电流密度的三个分量，由上述条件可以写出

$$\begin{aligned} j_{oa} &= \frac{-I(R\cos\theta + d)}{2\pi [(R\cos\theta + d)^2 + (R\sin\theta + u)^2 + H^2]^{3/2}} \\ j_{ob} &= \frac{I[-(R\sin\theta + u)\cos\alpha + H\sin\alpha]}{2\pi [(R\cos\theta + d)^2 + (R\sin\theta + u)^2 + H^2]^{3/2}} \\ j_{oc} &= \frac{I[-(R\sin\theta + u)(-\sin\alpha) + H\cos\alpha]}{2\pi [(R\cos\theta + d)^2 + (R\sin\theta + u)^2 + H^2]^{3/2}} \end{aligned} \quad (11)$$

式中 κ'_{ea} , κ'_{eb} , κ'_{ec} 为外场沿椭球三个轴激励的视场化率

$$\begin{aligned}\kappa'_{ea} &= \frac{1 - \mu_{12}}{4\pi\mu_{12} + (1 - \mu_{12}) N_a} \\ \kappa'_{eb} &= \frac{1 - \mu_{12}}{4\pi\mu_{12} + (1 - \mu_{12}) N_b} \\ \kappa'_{ec} &= \frac{1 - \mu_{12}}{4\pi\mu_{12} + (1 - \mu_{12}) N_c}\end{aligned}\quad (12)$$

其中 $\mu_{12} = \rho_2/\rho_1$, N_a , N_b , N_c 为外场沿椭球三个轴激励的消场系数。

用解体极化场的等效电阻率法, 可以写出观测点处极化场的类磁法形式:

$$\begin{aligned}E_{\text{视}} = \rho_1^* \{ j_0 - [(\kappa'_{ea}^* j_{0a} f_{a1} + \kappa'_{eb}^* j_{0b} f_{a2} + \kappa'_{ec}^* j_{0c} f_{a3})(-\sin D) + \\ (\kappa'_{ea}^* j_{0a} f_{b1} + \kappa'_{eb}^* j_{0b} f_{b2} + \kappa'_{ec}^* j_{0c} f_{b3}) \sin \alpha \cos D + \\ (\kappa'_{ea}^* j_{0a} f_{c1} + \kappa'_{eb}^* j_{0b} f_{c2} + \kappa'_{ec}^* j_{0c} f_{c3}) \cos \alpha \cos D] \}\end{aligned}\quad (13)$$

式中 κ'_{ea}^* , κ'_{eb}^* , κ'_{ec}^* 为外场沿椭球三个轴激励的等效场化率

$$\begin{aligned}\kappa'_{ea}^* &= \frac{(1 - \eta_2) - (1 - \eta_1) \mu_{12}}{4\pi(1 - \eta_1) \mu_{12} + [(1 - \eta_2) - (1 - \eta_1) \mu_{12}] N_a} \\ \kappa'_{eb}^* &= \frac{(1 - \eta_2) - (1 - \eta_1) \mu_{12}}{4\pi(1 - \eta_1) \mu_{12} + [(1 - \eta_2) - (1 - \eta_1) \mu_{12}] N_b} \\ \kappa'_{ec}^* &= \frac{(1 - \eta_2) - (1 - \eta_1) \mu_{12}}{4\pi(1 - \eta_1) \mu_{12} + [(1 - \eta_2) - (1 - \eta_1) \mu_{12}] N_c}\end{aligned}\quad (14)$$

$\rho_1^* = \rho_1 / (1 - \eta_1)$ 为围岩的等效电阻率。

由(10)式和(13)式即可写出观测点的视极化率 η_s 的类磁法计算公式

$$\begin{aligned}\eta_s = \frac{\eta_1 j_0 - [(\Delta \kappa_{ea} j_{0a} f_{a1} + \Delta \kappa_{eb} j_{0b} f_{a2} + \Delta \kappa_{ec} j_{0c} f_{a3})(-\sin D) + \\ j_0 - [(\kappa'_{ea} j_{0a} f_{a1} + \kappa'_{eb} j_{0b} f_{a2} + \kappa'_{ec} j_{0c} f_{a3})(-\sin D) + \\ + (\Delta \kappa_{ea} j_{0a} f_{b1} + \Delta \kappa_{eb} j_{0b} f_{b2} + \Delta \kappa_{ec} j_{0c} f_{b3}) \sin \alpha \cos D + \\ + (\kappa'_{ea} j_{0a} f_{b1} + \kappa'_{eb} j_{0b} f_{b2} + \kappa'_{ec} j_{0c} f_{b3}) \sin \alpha \cos D + \\ + (\Delta \kappa_{ea} j_{0a} f_{c1} + \Delta \kappa_{eb} j_{0b} f_{c2} + \Delta \kappa_{ec} j_{0c} f_{c3}) \cos \alpha \cos D \\ + (\kappa'_{ea} j_{0a} f_{c1} + \kappa'_{eb} j_{0b} f_{c2} + \kappa'_{ec} j_{0c} f_{c3}) \cos \alpha \cos D]\end{aligned}\quad (15)$$

式中 $\Delta \kappa_{eL}$ 为视极化率增量, 在围岩无激电效应的情况下,

$$\Delta \kappa_{eL} = \frac{-4\pi\eta_2\sigma}{(4\pi - N_L + N_L\sigma) [(4\pi - N_L) + N_L\sigma(1 - \eta_2)]}$$

其中 $\sigma = \rho_1/\rho_2$ 为直流相对电导率。

(15)式、(10)式以及(13)式即为在图1情况下椭球矿体井中激电异常理论计算的类磁法公式。

用类磁法计算矿体的井中激电异常

1. 用类磁法计算矿体井中激电异常的数学模型

野外实际工作情况比较复杂, 在进行矿体的井中激电理论计算时, 不同赋存的椭球矿体的大小和产状都不一样, 所用测量装置、排列种类和极距也不相同, 如果供电电极离开矿体不是很远, 利用以上模式计算异常, 会引起明显误差。为便于实际应用, 对类磁法计算井中激电异常进行以下近似处理。

①如图2, 改变椭球矿体的相对大小和产状, 使之能够更好地适应野外各种赋存矿体的模拟计算。

即在上述模式的基础上, 再改变椭球的三个半径, 使 $b > c > a$, 并沿坐标 $y'o z'$, $x'o z'$ 分别旋

转 α , β 角度 ($y'Oz'$, $x'Oz'$ 沿顺时针转至 yOz , xOz 为正)。

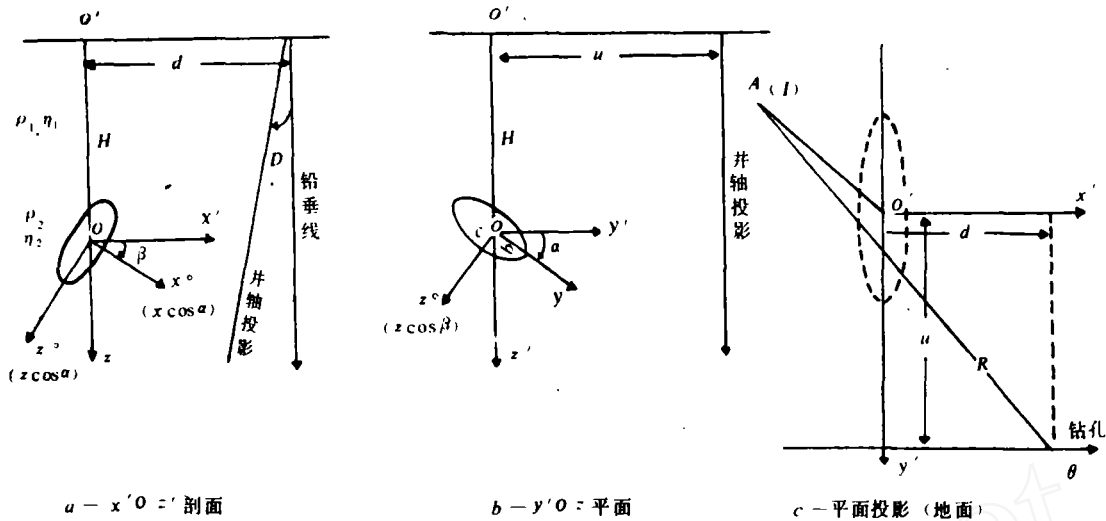


图 2

②由于野外装备和条件的限制, 实际工作中用的测量装置、电极的排列种类和极距都可能不同; 即使是同一装置, 所用 $\overline{MN}$ 大小总是有限的。因而用以上理论模式计算, 使用不便。特别是在梯度装置中, 由于供电电源电压较小, $\overline{MN}$ 极距不得不增大, 这种较大 $\overline{MN}$ 观测的物理量既不是场, 也不是位。因此, 我们采用分别计算 M , N 点的电位和 $\overline{MN}$ 的电位差来近似实际 $\overline{MN}$ 观测结果。

③由于供电电极 A 距测点的距离不是很大, 点源 A 的作用, 作为点源场电位差叠加在类磁法计算矿体在钻孔轴上所产生的异常场电位差上。这样处理, 是把均匀场激励所产生的类磁异常场和供电点源场分别考虑, 用来近似实际的 $\overline{MN}$ 观测电位差。

以上几点近似处理, 在实际工作中的应用效果是很显然的, 它可以使类磁法计算矿体的井中激电异常适应性更好, 使用方便, 精度还可以提高。因此, 我们在以下研究中, 不加讨论引用。即对图1所示模式作适当转换和处理。

如图2, 井轴上任意测点 (x, y, z) 观测的一次异常场电位, 仿照(1')式, 其类磁法表示式

$$U_1 = \rho_1 j_{oa} x \kappa'_{ea} L^2 + \rho_1 j_{ob} y \kappa'_{eb} M^b + \rho_1 j_{oc} z \kappa'_{ec} N^c \quad (16)$$

式中电流密度的三个分量 j_{oa} , j_{ob} , j_{oc} 由(11)式转换

$$j_{oa} = \frac{I[-(R\cos\theta + d)\cos\alpha\cos\beta + (R\sin\theta + u)\sin\alpha\sin\beta + H\sin\beta\cos\alpha]}{[2\pi(R\cos\theta + d)^2 + (R\sin\theta + u)^2 + H^2]^{3/2}}$$

$$j_{ob} = \frac{I[-(R\sin\theta + u)\cos\alpha + H\sin\alpha]}{2\pi[(R\cos\theta + d)^2 + (R\sin\theta + u)^2 + H^2]^{3/2}} \quad (17)$$

$$j_{oc} = \frac{I[(R\cos\theta + d)\sin\beta\cos\alpha + (R\sin\theta + u)\sin\alpha\cos\beta + H\cos\alpha\cos\beta]}{2\pi[(R\cos\theta + d)^2 + (R\sin\theta + u)^2 + H^2]^{3/2}}$$

坐标系数 L^a , M^b , N^c 由(2')式转换得:

$$L^a = \frac{4\pi abc}{(c^2 - a^2)(b^2 - a^2)^{1/2}} \left\{ \left[\frac{(b^2 - a^2)(c^2 + u_0)}{(a^2 + u_0)} \right]^{1/2} - E(\phi_0, K) \right\}$$

$$M^b = \frac{4\pi abc}{(b^2 - c^2)(b^2 - a^2)^{1/2}} [F(\phi_0, K) - E(\phi_0, K)] \quad (18)$$

$$N^c = \frac{(4\pi abc)}{(c^2 - a^2)(b^2 - a^2)^{1/2}} \left\{ \frac{(b^2 - a^2)}{(b^2 - c^2)} E(\phi_0, K) - \frac{(c^2 - a^2)}{(b^2 - c^2)} F(\phi_0, K) - \left[\frac{(b^2 - a^2)(a^2 + u_0)}{(b^2 + u_0)(c^2 + u_0)} \right]^{1/2} \right\}$$

式中 ϕ_0, K 由(4) 式转换为:

$$\phi_0 = \sin^{-1} \left[\frac{(b^2 - a^2)}{(b^2 + u_0)} \right]^{1/2}, K = \left[\frac{(b^2 - c^2)}{(b^2 - a^2)} \right]^{1/2} \quad (19)$$

此外还需进行坐标转换, 即由实用的 $ox'y'z'$ 坐标系转换到公式采用 $oxyz$ 坐标系上。在上述条件下, 测量电极 $M(x', y', z')$ 点沿井轴移动, 其坐标

$$x'_M = d - L \sin D, y'_M = u, z'_M = L \cos D - H \quad (20)$$

式中 L 为 M 点距井口距离。该坐标须转换为:

$$\begin{aligned} x_M &= x'_M \cos \alpha \cos \beta - y'_M \sin \alpha \sin \beta + z'_M \cos \alpha \sin \beta \\ y_M &= y'_M \cos \alpha + z'_M \sin \alpha \\ z_M &= -x'_M \cos \alpha \sin \beta - y'_M \sin \alpha \cos \beta + z'_M \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (21)$$

用以上 (3)、(5)、(12)、(17)、(18)、(19)、(21) 式的计算结果代入 (16) 式, 即可求出井轴上测量电极 $M(x_M, y_M, z_M)$ 沿井轴移动测量的一次异常场电位

$$U_{1M} = \rho_1 j_{oa} x_M \kappa_{ea}^* L^a + \rho_1 j_{ob} y_M \kappa_{eb}^* M^b + \rho_1 j_{oc} z_M \kappa_{ec}^* N^c \quad (16')$$

同样, 用解体极化场的等效电阻率法, 可以写出测量电极 $M(x_M, y_M, z_M)$ 点处的异常极化场电位

$$U_M = \frac{\rho_1}{1 - \eta_1} (j_{oa} x_M \kappa_{ea}^* L^a + j_{ob} y_M \kappa_{eb}^* M^b + j_{oc} z_M \kappa_{ec}^* N^c) \quad (22)$$

式中等效场化率 $\kappa_{ea}^*, \kappa_{eb}^*, \kappa_{ec}^*$ 由 (14) 式计算。

求井轴上测量电极 $N(x_N, y_N, z_N)$ 处异常的一次场和极化场电位, 只需把 N 点距井口距离 $L + \overline{MN}$ 代入坐标式, 并经转换

$$\begin{aligned} x_N &= [d - (L + \overline{MN}) \sin D] \cos \alpha \cos \beta - u \sin \alpha \sin \beta + [(L + \overline{MN}) \cos D - H] \cos \alpha \sin \beta \\ y_N &= u \cos \alpha + [(L + \overline{MN}) \cos D - H] \sin \alpha \\ z_N &= -[d - (L + \overline{MN}) \sin D] \cos \alpha \sin \beta - u \sin \alpha \cos \beta + [(L + \overline{MN}) \cos D - H] \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (21'')$$

代入 (16')、(22) 式, 即可求出

$$U_{1N} = \rho_1 (j_{oa} x_N \kappa_{ea}^* L^a + j_{ob} y_N \kappa_{eb}^* M^b + j_{oc} z_N \kappa_{ec}^* N^c) \quad (16'')$$

$$U_N = \frac{\rho_1}{1 - \eta_1} (j_{oa} x_N \kappa_{ea}^* L^a + j_{ob} y_N \kappa_{eb}^* M^b + j_{oc} z_N \kappa_{ec}^* N^c) \quad (22'')$$

供电电极 $A(x_A, y_A, z_A)$ 坐标经同样转换

$$\begin{aligned} x_A &= (R \cos \theta + d) \cos \alpha \cos \beta - (R \sin \theta + u) \sin \alpha \sin \beta + H \cos \alpha \sin \beta \\ y_A &= (R \sin \theta + u) \cos \alpha + H \sin \alpha \\ z_A &= -(R \cos \theta + d) \cos \alpha \sin \beta - (R \sin \theta + u) \sin \alpha \cos \beta + H \cos \alpha \cos \beta \end{aligned} \quad (23)$$

测量电极 M, N 距供电点源 A 的距离

$$\begin{aligned} R_M^2 &= (x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 + (z_M - z_A)^2 \\ R_N^2 &= (x_N - x_A)^2 + (y_N - y_A)^2 + (z_N - z_A)^2 \end{aligned} \quad (24)$$

则在井轴上某点 $O(\overline{MN}$ 中点) 测得的一次场和极化场电位差可以近似表示为异常场和供电点源场电位差相叠加

$$\Delta U_{1MN} = U_{1M} - U_{1N} + \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_N} \right)$$

$$\Delta U_{MN} = U_M - U_N + \frac{I\rho_1}{2\pi(1-\eta_1)} \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_N} \right) \quad (25)$$

$$\text{二次场电位差: } \Delta U_{2MN} = \Delta U_{MN} - \Delta U_{1MN} \quad (26)$$

$$\text{二次异常电位差: } \Delta U_2^a = \Delta U_{2MN} - \eta_1 \Delta U_{MN} \quad (27)$$

$$\text{视极化率: } \eta_s = \Delta U_{2MN} / \Delta U_{MN} \quad (28)$$

$$\text{视激电率: } G_s = K (\Delta U_{2MN} / I) \quad (29)$$

$$\text{视电阻率: } \rho_s = K (\Delta U_{1MN} / I) \quad (30)$$

此处 K 为装置系数 $K = 2\pi [R_M R_N / (R_N - R_M)]$

以上各式就是我们对理论模式进行处理的,类磁法计算矿体井中激电异常的数学模型。

只要弄清类磁法的意义和规律,不管矿体的复杂程度如何,只要稍加转换,都可以进行适当的近似。读者可以结合野外实际地质情况,灵活应用。

2. 程序

由以上数学模式,已编制出BASIC语言程序,并在APPLE-II微型机上调试通过。该程序可以计算若干种赋存椭球矿体的任意方位井中激电异常。此外,程序还能改编使之适用于台式计算机,有利于在野外工作中推广使用。

程序设计的流程框图以及程序均从略,需要者可与作者联系索取。程序运行能够计算并输出井中测点的二次异常电位差、视极化率、视激电率和视电阻率异常值。

对于程序运行中数值计算的误差,考虑到椭圆积分的级数表达式的应用精度,两类级数

$$F(\phi_0, K) = \phi_0 + \frac{K^2}{2} \int_0^{\phi_0} \sin^2 \phi d\phi + \frac{1 \times 3}{2 \times 4} K^4 \int_0^{\phi_0} \sin^4 \phi d\phi + \frac{1 \times 3 \times 5}{2 \times 4 \times 6} K^6 \int_0^{\phi_0} \sin^6 \phi d\phi + \dots \quad (31)$$

$$E(\phi_0, K) = \phi_0 - \frac{K^2}{2} \int_0^{\phi_0} \sin^2 \phi d\phi - \frac{1}{2 \times 4} K^4 \int_0^{\phi_0} \sin^4 \phi d\phi - \frac{1 \times 3}{2 \times 4 \times 6} K^6 \int_0^{\phi_0} \sin^6 \phi d\phi - \dots$$

表达形式相类似,其中第一项和第二项数值相同,第三项、第四项中第一类则是第二类级数数值的三倍和五倍。因此第二类级数衰减很快,代入一定数值,第四项占第一项0.93%,取级数四项精度已是很高的了。而第一类级数,第三项占第一项8.35%,第四项占第一项4.65%,四项以后影响更小,这对于计算矿体的井中激电异常,取四项也可达到足够的精度。但是在计算成果的分析中应作适当考虑。

3. 应用

用类磁法计算矿体的井中激电异常,我们实际应用很少,仅就使用方法中的问题作简要归纳介绍。

(1) 快速、正确计算任意赋存椭球矿体的井中激电异常,一个500米深的钻孔,在APPLE-II微型机上模拟计算主、旁、反三个方位地—井方式观测的井剖面曲线(三条曲线),从输入椭球矿体的类磁参数和赋存参数,到输出计算所得 ΔU_2^a 、 η_s 、 G_s 和 ρ_s 数据,约需20分钟,这是常规计算所无法实现的。

(2) 可以在设计井中激电工作时,用它来估计某种赋存参数的勘探对象是否在曲线上有所反映,异常有何特点,判别这个地质问题是否具备地球物理前提。

(3) 针对某工区的几种典型矿体或电性体,根据它们的赋存参数变化范围计算一系列理论曲线,作为临时性专用量板,并寻找解释规律。这对于该区实测井中激电资料的推断解释,有直接指导意义。

(4) 程序的主要用途是对实测曲线作正演解释,也就是对比选择法。首先对实测曲线作初步推断,估计椭球矿体形状大小和赋存状态(可结合地质情况用特征点作简单推断),初步推断可以提出几

种方案：其数据随程序输入计算机计算几条理论曲线。将它们与实测曲线对比、筛选、修改椭球参数，再电算、对比、再修改……直到解释者认为最后的理论曲线与实测曲线的主要异常接近为止。最终理论曲线所反映的赋存参数，即为理论推断结果。

例如内蒙某铜矿，原生矿层的电阻率 $\rho_2 = 10^2 \Omega m$ ，极化率 $\eta_2 = 26\%$ ，围岩电阻率 $\rho_1 = 10^3 \sim 10^4 \Omega m$ ，极化率 $\eta_1 = 2\%$ 。显然电阻率差异 $\rho_1/\rho_2 > 10$ 倍，前人用矿与围岩电阻率相等的近似方法解释*是不够严格的。为验证前人解释结果，我们用类磁法计算井中激电异常。

1 首先把椭球矿体沿 $y'Oz'$ 轴旋转 $\alpha = 30^\circ$ 模拟实际矿体，电算时，输入矿体赋存参数： $H = 120$ 米， $d = 25$ 米， $R = 100$ 米， $a = 5$ 米， $b = 15$ 米， $c = 10$ 米， $\overline{MN} = 10$ 米和电性参数 $I = 6$ 安， $\eta_2 = 26\%$ ， $\eta_1 = 2\%$ ， $\rho_2 = 1000 \Omega m$ ， $\rho_1 = 100 \Omega m$ ，取 θ 为2.7925（主方位），0.4363（反方位），4.3633（旁方位）（单位弧度）计算出井剖面的视极化率 η_s 理论曲线。从图3a可以看出，它与实测曲线基本一致。从理论曲线的幅度和形态变化，可以定性判断实测曲线对于椭球矿体的主、旁、反方位，从而确定矿体所在方位（图3）。

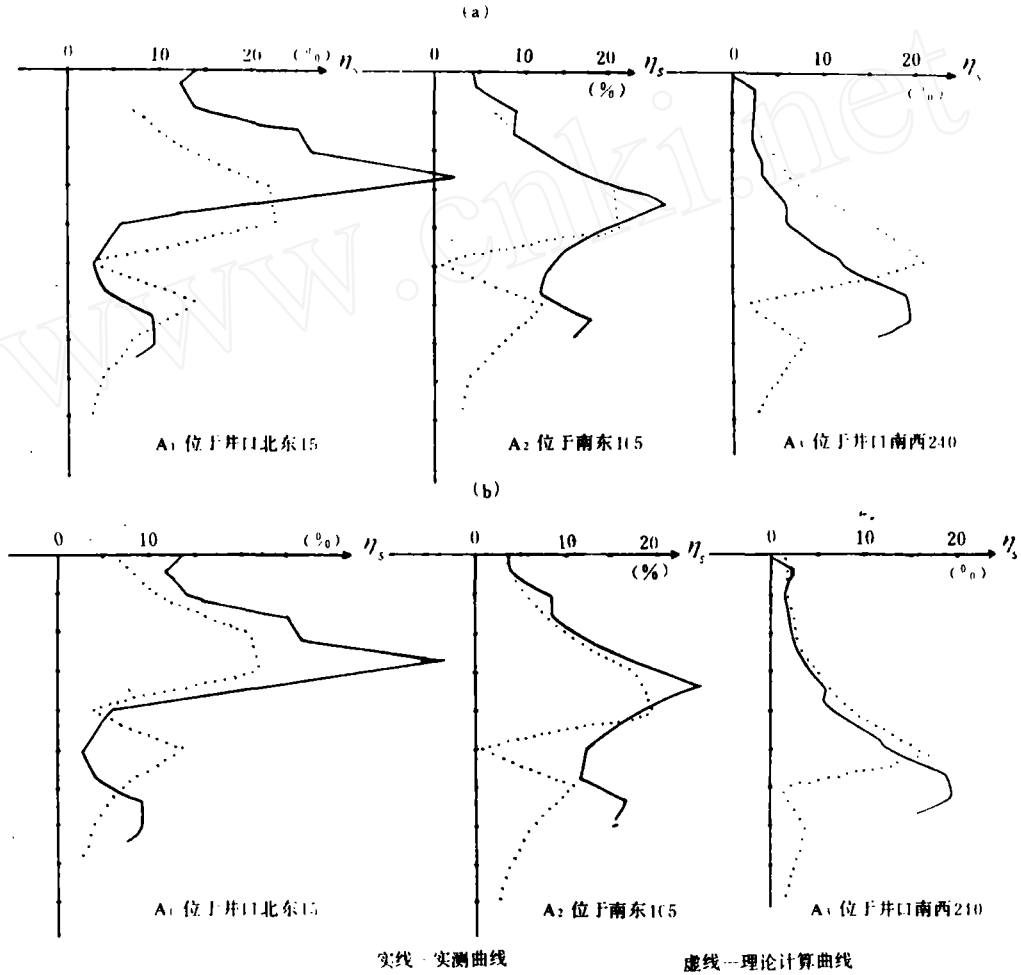


图 3

②改变矿体赋存，取 $\alpha = 30^\circ$ ， $\beta = -30^\circ$ ，即模拟矿体向两个方向倾斜，由图3b可以看出， η_s 理

* 内蒙古地质局科技情报室编，地下物探经验汇编，地质出版社，1976年。

论曲线与实测曲线有所接近(图3)。

③如果考虑地质、物性等因素,就可以确定矿体的赋存(该矿体的赋存已得到验证)。

④否则进一步对有关的参数进行修改,直到理论计算曲线与实测曲线的主要异常接近才结束。

这里要特别说明的是井中激电的特色是临近矿体测量,研究的对象是一个复杂的地质体,并且干扰因素很多,显然用均匀极化的孤立形体来模拟实际矿体,缺乏必要的地球物理前提。因而在实际应用时,必须根据已有资料,对矿体的性质和特征作出合乎实际的判断,有选择地计算,才能取得应有效果。

结 语

本文用类磁法计算椭球矿体的井中激电异常,这种形体近似于各种赋存的透镜状矿体:当椭球半径 $a \approx b \approx c$ 时,则椭球近似于球状;当 $a \gg b \approx c$ 时,椭球近似圆柱状矿体;当 $a < b \approx c$ 椭球则与薄板状矿体相近;当 $a \neq c$, $b \rightarrow \infty$,椭球变为椭球柱体。因此,用类磁法计算椭球矿体的井中激电异常具有一定的普遍适应范围。

引入和弄清类磁法的意义和规律,它可以象磁法一样使井中激电异常正演公式系统化^[1],方法直观、简便,易于掌握,有助于推广井中激电的电算数据处理^{*}。特别是对正确认识井中激电异常规律,合理布置野外工作和选择方法技术,以及作定性、定量解释,都有实用价值。

本方法虽经分析和实际计算,证明效果较好,但由于我们实践工作少,加上水平有限,文中仍有不妥之处,有待于进一步完善和提高。

参 考 文 献

- [1] 萨波洛夫斯基, А. И. :《特殊函数》,北京,石油工业出版社,1957年
- [2] 黄智辉:物探与化探,1979,第3期
- [3] 常守恩:物探与化探,1982,第3期
- [4] 宋子齐:西安地质学院学报,1984,第2期
- [5] 数学手册编写组:《数学手册》,北京,人民教育出版社,1979年
- [6] Камаров, В. А. : 1971, ВИТР, Скважинная рудная геофизика

导磁性对瞬变响应影响的实验研究

刘本浩 马建才

(冶金部第一冶金地质勘探公司物探大队)

脉冲瞬变电磁法除用来寻找导电性的矿体外,还可用来找磁铁矿,但效果不及磁法,因而未能广泛使用。不过这种方法对复杂的磁异常能作出评价,甚至可以粗略估计矿体的磁性矿物含量。本文从实验出发,分析和归纳了磁性对瞬变响应影响的一些规律,并试图用磁张弛效应从理论上进行解释。

磁张弛效应的物理基础

在研究磁性对瞬变响应的影响时,复磁导率随外场频率改变而改变,这一特征不可忽视,根据一维条件下的Cole-Cole张弛模型^[1],可导出复磁导率的表达式如下: