

[18] R. M. Garrels等, 1965, *Solutions, Minerals, and Equilibria*, Harper and Row, New York

[19] 饶纪龙, 1979, 地球化学中的热力学, 科学出版社

[20] 李锡林等, 1966, 硫化矿床氧化带研究, 科学出版社

[21] 杨文治, 1981, 电化学基础, 北京大学出版社

[22] 《铁的地球化学》翻译组, 1980, 铁的地球化

学, 地质出版社

[23] 武汉地质学院地球化学教研室, 1979, 地球化学, 地质出版社

[24] A. A. 莱文森, 1977, 找矿地球化学入门, 地质与勘探编辑部

[25] 中国矿业学院煤田地质勘探教研室, 1979, 煤矿地质学, 煤炭工业出版社

[26] 杨成田, 1981, 专门水文地质学, 地质出版社

[27] 傅崇说, 1979, 冶金溶液热力学原理与计算, 冶金工业出版社

二维薄板体自电异常的定量解释

薄板体自电异常的解释方法, 经罗伊、乔德赫里、迈泽和保罗等人的不断研究, 得到进一步发展。对于走向无限延伸、斜倾或直立薄板的自电异常, 作者在这里提出另一种解释方法。

理 论

倾斜薄板 设有一倾斜薄板 (图1) 长为2 (单位是任意的), 沿走向无限延伸。板的极化由强度相等、沿板上下边缘分布的线极组成。假定薄板的上下边缘分别位于观测平面下 h 和 H 深处。在 $x-y-z$ 笛卡儿坐标系中坐标原点 O 直接位于板上缘的上方, y 轴平行薄板走向, z 轴垂直向下, 板的倾角 θ 由 x 轴正方向顺时针向计量。

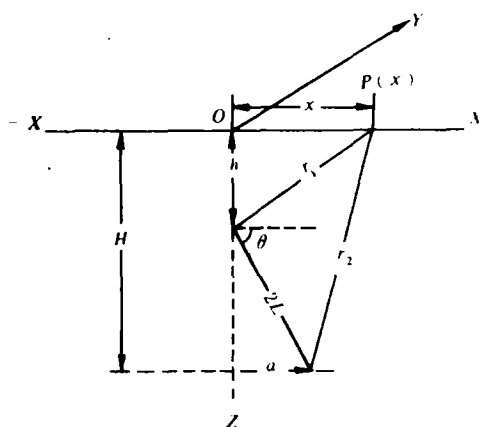


图1 二维倾斜薄板的截面图

该板在沿 x 轴的剖面上任意一点 $P(x)$ 的自电异常, 其表达式 $V(x)$ 已由罗伊和乔德赫里导出, 即:

$$V(x) = (I\rho/2\pi) \log_e \cdot (r_1^2/r_2^2) \quad (1)$$

式中 $V(x)$ 是相对一无限远点测得电位, ρ 是介质的电阻率, I 为电流密度 (单位长度的电流), r_1 和 r_2 是板上下缘到测点的距离。

用 x (观测点 P 离原点的距离) 和板的参数来表示 r_1 和 r_2 , 则 (1) 式可写成

$$V(x) = M \log_e \frac{x^2 + h^2}{(x-a)^2 + H^2} \quad (2)$$

式中: $a = (H-h)/\tan \theta$, $M = I\rho/2\pi$, 上缘在 $h=5$ 米、下缘在 $H=15$ 米的呈 60° 倾斜的板, 设 $M=100$ 毫伏, 其典型的自电异常示于图2a。

在方程式 (2) 中, 令 $V(x) = 0$

$$\text{则 } 2xa - (a^2 + H^2 - h^2) = 0 \quad (3)$$

$$\text{即 } x = \frac{a^2 + H^2 - h^2}{2a} = x_0 \quad (4)$$

给出 $V(x) = 0$ 时的横坐标。

$$\text{当 } ax^2 - x(a^2 + H^2 - h^2) - ah^2 = 0 \quad (5)$$

时, $V(x)$ 有极大值或极小值。

$V(x)$ 的极大值和极小值的横坐标分别为

$$x_{\max} = x_0 + (x^2 + h^2)^{1/2} \quad (6)$$

$$\text{和 } x_{\min} = x_0 - (x^2 + h^2)^{1/2} \quad (7)$$

在这里可以注意到零异常的点恰好在极大值与极小值之间。由方程 (6) 和 (7) 可以得出

$$x_{\max} \cdot x_{\min} = -h^2 \quad (8)$$

在 $x=0$, $x=x_{\max}$, 和 $x=x_{\min}$ 的点上, $V(x)$ 的幅值分别用 V_0 , $V_{\max}$ 和 $V_{\min}$ 表示, 则

$$V_0 = M \log_e \{ h^2 / (a^2 + H^2) \} \quad (9)$$

$$\text{与 } V_{\max} + V_{\min} = M \log_e (h^2 / H^2) \quad (10)$$

显然,由方程(10)可看出, $V_{\max} + V_{\min}$ 与板的倾角无关。当 $\theta \neq 0$ 时,

$$V_{\max} + V_{\min} > V_0 > V_{\min} \quad (11)$$

以下式表示 $A(x)$, $A(x)$ 为一反对称函数,

$$A(x) = [V(x) - V(-x)] / 2 \quad (12)$$

由方程(2)和(12)得

$$G(x) = 2M \left\{ \frac{a h^2 + x(a^2 + H^2 - h^2) - a x^2}{[(x^2 + h^2)(x - a)^2 + H^2]} \right\} \quad (15)$$

设在 $G(x)$ 曲线上离原点两边等距离有两个点,使得

$$G(x) = -G(-x) \quad (16)$$

$$\text{当 } a(x^2 - a^2 - H^2) = 0 \quad (17)$$

也就是当 $a = 0$ 或 $x^2 = a^2 + H^2$ 时,上述条件才能得到满足。对于倾斜的板, $a \neq 0$ 。因此,在 $G(x)$ 曲线上只有两个点,离原点等距离,幅值相等,但符号相反。它们称为对称点,利用罗伊等人的量板可以求得此对称点(见附录)。对称点离原点的距离 x_s 为

$$x_s = \pm (a^2 + H^2)^{1/2} \quad (18)$$

由方程(14)和(18),可以看出 $G(x)$ 曲线上的对称点和 $A(x)$ 曲线上的极大值或极小值点都在同一 x 值处出现。

特征距离 x_0 , x_s , $x_{\max}$ 和 $x_{\min}$ 以及幅值 $V_{\max}$ 和 $V_{\min}$ 与板的参数有以下的关系:

$$h = (|x_{\max} x_{\min}|)^{1/2} \quad (19)$$

$$h = \{ |x_{\max} (x_{\max} - 2x_0)| \}^{1/2} \\ = \{ |x_{\min} (x_{\min} - 2x_0)| \}^{1/2} \quad (20)$$

$$a = (x_s^2 - h^2) / 2x_0 \quad (21)$$

$$H = (x_s^2 - a^2)^{1/2} \quad (22)$$

$$\theta = \tan^{-1} \{ (H - h) / a \} \quad (23)$$

$$x_{1/2} = 2(hH)^{1/2} \quad (27)$$

$$x_{3/4} = 2 \left[\frac{(H + h) \sqrt{H^3 h^3 - H^2 h^2}}{H^2 + h^2 + Hh} \right]^{1/2} \quad (28)$$

由方程(27)和(28)即可求得薄板上下边缘的埋深:

$$h = (A - B) / 4 \quad (29)$$

$$\text{和 } H = (A + B) / 4 \quad (30)$$

$$A(x) = M \cdot \log_e \left[\frac{(x+a)^2 + H^2}{(x-a)^2 + H^2} \right] \quad (13)$$

由方程(13)可导出,函数 $A(x)$ 在

$$x = \pm (a^2 + H^2)^{1/2} \quad (14)$$

时达到极大值或极小值

$V(x)$ 的水平梯度 $G(x)$ 由下式给出

$$M = \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2 \log_e (h/H)} \quad (24)$$

直立薄板 对于 $\theta = 90^\circ$ 的直立薄板,方程式(2)可以改写为

$$V(x) = M \cdot \log_e \frac{x^2 + h^2}{x^2 + H^2} \quad (25)$$

直立薄板(设 $h = 5$ 米, $H = 15$ 米, $M = 100$ 毫伏)的典型自电异常曲线示于图3。直立薄板的 $V(x)$ 曲线对称于原点,零异常点及极大值点位于无限远处。因此利用研究倾斜板得出的(19)~(21)式不能用来求直立薄板的参数。为求薄板上下缘的埋深,保罗利用了距离 $x_{1/2}$ 和 $x_{3/4}$ 。下面分别利用 $x_{1/2}$ 和 $x_{3/4}$ (即峰值分别衰减到它的一半和四分之三所在点的横坐标)来求板的参数,在实际情况里, $x_{3/4}$ 距离比 $x_{1/2}$ 距离更可靠,因为相邻物体引起的干扰将使后者受影响较大。

可以由方程(25)看出,在 $x = 0$ 处出现峰值(极小值),其值为

$$V(x) \big|_{x=0} = M \log_e (h/H) \\ = V_{\min} \quad (26)$$

设 $x_{1/2}$ 和 $x_{3/4}$ 分别代表幅值降低到二分之一和四分之三峰值处的两个点之间的距离,那么,由方程(25)即可求得 $x_{1/2}$ 和 $x_{3/4}$:

$$\text{其中: } A = x_{1/2} (\phi^2 - 1) \quad (31)$$

$$B = x_{1/2} [(\phi^2 - 1) - 4]^{1/2} \quad (32)$$

$$\text{和 } \rho = x_{1/2} / x_{3/4} \quad (33)$$

由方程(26)可以计算出幅值因数 M 。

实际计算步骤

假设有一自电异常 $V(x)$ 是由薄板状矿体所引起,按下述步骤可计算薄板的参数。

如果 $V(x)$ 曲线是对称的,即可以认为薄板是直立的,否则,薄板就是倾斜的。

求异常的零值线 如果异常的零值线是未知的,可用下述方式来确定。在 $V(x)$ 曲线上先找到 $V_{\max}$ 和 $V_{\min}$ 点,量出距离 $x_{\max}$ 和 $x_{\min}$,利用关系式 $(x_{\max} - x_{\min})/2$ 得出的值 x ,就是异常的零值水平,因为零值点位于极大值和极小值的中间,当 $V(x)$ 是对称时,零值线将是曲线的渐近线。

确定原点位置 如果 $V(x)$ 曲线呈对称状,原点直接位于峰值点的上方,否则,可用下述步骤来求原点所在位置。

绘制 $V(x)$ 的横向梯度与 x 的关系曲线,即 $G(x)$ 曲线,因为 $V_{\max} + V_{\min} > V_0 > V_{\min}$ 原点一定是在 $V_{\min}$ 和 $V_{\max} + V_{\min}$ 的横坐标之间。还可以观察到,不论 H/h 与 θ 为何值, V_0 一定是靠近 $V_{\min}$ 。利用量板(见本文附录)在这一区段范围内找到 $G(x)$ 曲线上的对称点,并求得原点所在位置。现在利用(12)式求 $A(x)$ 。如果找到的原点位置正确,则 $G(x)$ 曲线上的对称点, $A(x)$ 曲线上的极大值和极小值都将在同一 x 值处出现。量得对称点到原点的距离 x_0 。

求薄板的参数 如 $V(x)$ 曲线呈对称,量出距离 $x_{1/2}$ 和 $x_{1/4}$ 以及峰值 $V_{\min}$ 。可利用(29)到(33)式计算板的参数。

如 $V(x)$ 曲线不对称,即薄板呈倾斜状,则可用下述方法求板的参数。

在 $V(x)$ 曲线上量得以下数值:异常极大值和极小值的距离, $x_{\max}$ 和 $x_{\min}$;异常零值点的距离 x_0 ; $V(x)$ 的极大值和极小值, $V_{\max}$ 和 $V_{\min}$ 。根据这些特征距离 ($x_{\max}$, $x_{\min}$, x_0 和 x_s),利用(19)~(24)式,求薄板的参数。

倾斜薄板的几何结构 对于倾斜薄板,还可利用图解法确定薄板的上下边缘。在剖面上的 x_0 点(图2c)与板的边缘 A 和 B 距离相等,该

距离等于 $(x^2 + h^2)^{1/2}$ 。若以 x_0 点为圆心,以直径等于 $|x_{\max} - x_{\min}|$ 作圆,则板的上下边缘 A , B 将位于此圆周上。勿论如何,因为原点已预先确定了,沿 z 轴方向从原点作一垂直向下的线,在板的上缘 A 与圆相交。因为 $x_s =$

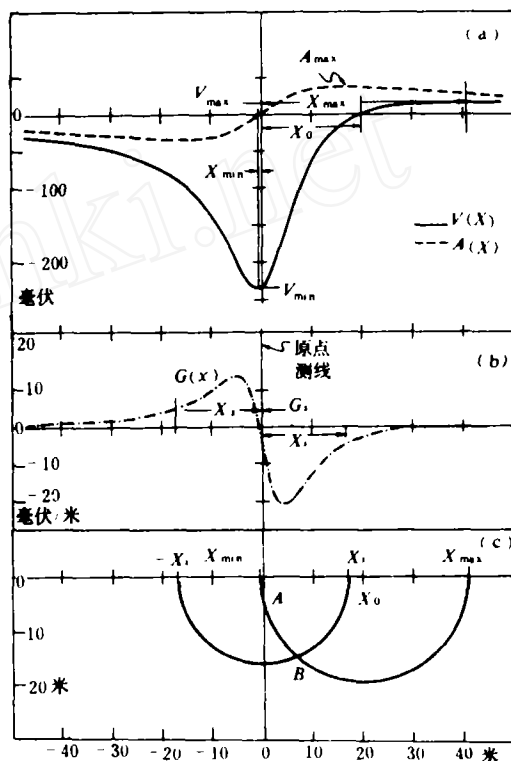


图2 极化薄板 ($h = 5$ 米, $H = 15$ 米,

$\theta = 60^\circ$, $M = 100$ 毫伏) 的理论自电异常 $V(x)$ 曲线和反对称函数 $A(x)$ 曲线(图a); $V(x)$ 的横向梯度 $G(x)$ 曲线(图b); 薄板的几何作图(图c)。在这些图上还给出了分析过程中所使用的特征参数

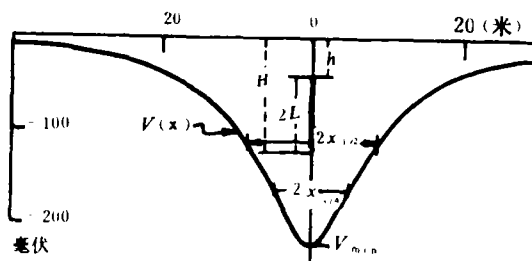


图3 直立薄板 ($h = 5$ 米, $H = 15$ 米,

$M = 100$ 毫伏) 的自电异常, $x_{1/2}$ 和 $x_{1/4}$ 为特征距离

$(a+H)^{\frac{1}{2}}$ ，以原点 $x=0$ 为圆心，以 x_s 为半径作圆，将与圆心在 x_0 的另一圆在板的下缘 B 相交。于是，板的上下边缘用图解法求得。

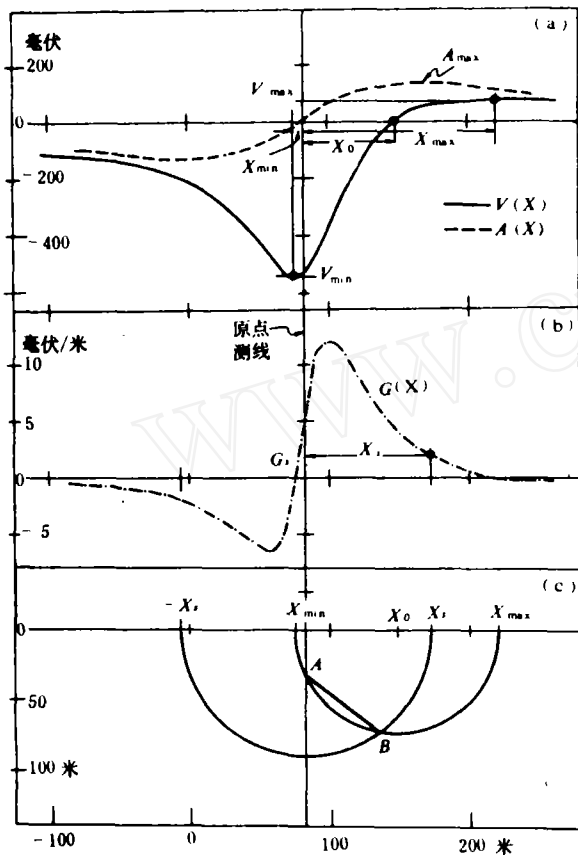


图4 对迈泽解释过的一个自电异常用本文所介绍的方法再解释。

a— $V(x)$ 和 $A(x)$ 曲线；b— $G(x)$ 曲线；c—板的几何作图

野外实例

图4是用作者提出的方法对迈泽解释过的一个自电异常进行再解释的结果。利用中点公式 $G(x) = [V(x+\Delta x) - V(x-\Delta x)] / (2\Delta x)$ 求剖面的横向梯度。 Δx 为采样间距。用罗伊的

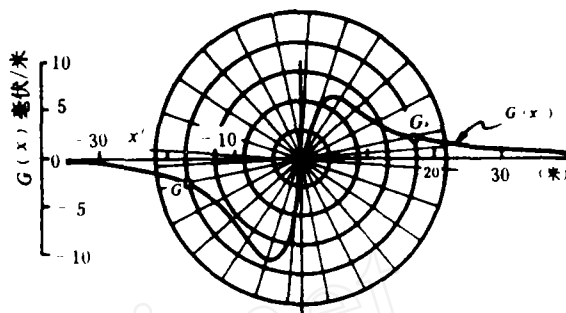


图5 罗伊等人用来确定对称点和 $G(x)$

曲线原点的量板

量板，确定 $G(x)$ 曲线的原点和对称点，并量得特征距离 x_s ， x_0 和 x_{min} ，用 (19)~(24) 式计算板的参数，板的几何构图示于图4c。我们推断结果 ($h=29$ 米， $H=71$ 米， $\theta=38^\circ$) 与迈泽原来的结果 ($h=34$ 米， $H=72$ 米， $\theta=46^\circ$) 颇接近。

附录

确定对称点和原点位置

罗伊等人设计的量板是由一个中心点绘出的一组同心圆和射线所组成。将绘在透明纸上的量板放在 $G(x)$ 曲线上，使 $G(x)$ 的基线与量板的 xx' 线重合，沿基线移动量板，使 $G(x)$ 的两段在量板中心的相对两侧占同样大小两部分时为止。其次，如果将量板绕其轴旋转少许，使剖面两段达到相对两部分的拐角，则能很方便分辨出这两个对称点。认出这两个点后，用直线连起来，此线正好在 $x=0$ 原点处通过基线，对称点到原点的距离用 x_s 表示。

译自：Geophysics, 1983, Vol. 48,

No. 12, 1659~1664

作者：D. A. Rao, H. V. Ram Babu

(常非译，吴奇石校)