

如果 $a_1 = a_2$ ，这说明虚分量是线性的。在综合参数曲线上，如果虚分量满足线性关系，实分量也一定会满足线性关系。

上述两种计算实分量的方法，一般说来适用于解释孤立导体的异常，但对于有几个导体相叠加的异常，只要高频所对应的综合参数值位于良

导性地质的综合参数曲线的左侧，这些计算方法仍可近似地应用。实际上这一条件常是可以满足的，因为工作中所选用的频率，常在矿体最佳频率的左侧，相叠加的异常往往是导电率略差些的覆盖层所引起。

重磁异常快速正演计算的一种方法

左海燕 许 谨

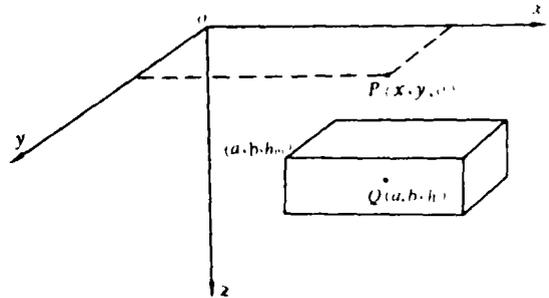
前 言

重磁异常的正演计算以往大多在空间域进行，所用模型的计算公式都比较复杂，计算速度慢，特别是三维情况更是如此。近年来，这种正演计算为普遍地改在频率域进行，计算速度变快，但由于在频谱数字化过程中存在的一些问题，使计算精度受到一定的影响。

我们根据文献(1)中所提供的矩形棱柱体磁异常简化表达式进行了试算，并与原有正演方法作了对比，结果表明，这种方法可以推广到多种重磁异常模型的正演计算，成为位场正、反演快速计算的一种有力的工具。

矩形棱柱体模型磁异常的简化表达式

如图所示，取坐标轴平行于棱柱体的各个边，Z轴垂直向下为正。(a, b, h)为体中任一点Q的坐标，(a_k, b_l, h_m)是长方体角点的坐标，(x, y, 0)是观测平面上任一点P的坐标。



矩形棱柱体模型示意图

令： $a_k = a_k - x$, $\beta_l = b_l - y$, $\gamma_m = h_m$, $k, l, m = 1, 2$ 。

并设(p, q, r)表示地磁场向量的方向余弦，(P, Q, R)表示磁化强度向量的方向余弦利用泊松公式可以很方便地得出该模型磁异常各个分量的解析表达式：

$$Z_a = J \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 S \left\{ P \cdot \ln(R_{klm} + \beta_l) + Q \cdot \ln(R_{klm} + \alpha_k) + R \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_k \gamma_m}{R_{klm} \beta_l} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{\beta_l \gamma_m}{R_{klm} \alpha_k} \right) \right\} \quad (1)$$

$$H_x = J \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 S \left\{ -P \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{\beta_l \gamma_m}{R_{klm} \alpha_k} + Q \cdot \ln(R_{klm} + \gamma_m) + R \ln(R_{klm} + \beta_l) \right\} \quad (2)$$

$$H_y = J \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 S \left\{ P \cdot \ln(R_{klm} + \gamma_m) - Q \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_k \gamma_m}{R_{klm} \beta_l} + R \cdot \ln(R_{klm} + \alpha_k) \right\} \quad (3)$$

$$\Delta T = \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 S \left\{ A_1 \ln(R_{klm} + \alpha_k) + A_2 \ln(R_{klm} + \beta_l) + A_3 \ln(R_{klm} + \gamma_m) + A_4 \operatorname{tg}^{-1} \frac{\alpha_k \gamma_m}{R_{klm} \beta_l} + A_5 \operatorname{tg}^{-1} \frac{\beta_l \gamma_m}{R_{klm} \alpha_k} \right\} \quad (4)$$

式中: $S = (-1)^{k+l+m}$; $R_{klm} = (\alpha_k^2 + \beta_l^2 + \gamma_m^2)^{1/2}$; $S = +1$ 或 -1 , 根据 $k+l+m$ 是偶数还是奇数确定。并有: $A_1 = J(Qr + Rq)$, $A_2 = J(Pr + Rp)$, $A_3 = J(Pq + Qp)$, $A_4 = J(Rr - Qq)$, $A_5 = J(Qq - Pp)$ (5)

(1)~(4) 式在计算机上实现后, 结果是精确的。但这些表达式在计算上的最大缺点是速度慢, 用机时间长。例如(4) 式中对每一位场数据点, 括号中的每一对数项和反正切项都必须计算 8 次, 累积起来相当费时。特别是所计算的区域大, 点数多, 模型个数多, 反演叠代次数增多的情况下, 这类表达式的计算更不经济实用。

为解决上述矛盾, 常利用富氏变换理论将空间域表达式转换成频率域表达式, 如(4) 式经富氏变换后(文献 [2]) 则变为:

$$S_{\Delta T}(u, v) = \frac{2J \sin 2\pi u a \sin 2\pi v b}{\pi u v (u^2 + v^2)} \left(e^{-2\pi(u^2 + v^2)^{1/2} h_1} - e^{-2\pi(u^2 + v^2)^{1/2} h_2} \right) \cdot [i(Pu + Qv) + R(u^2 + v^2)^{1/2}] [i(Pu + Qv) + \gamma(u^2 + v^2)^{1/2}] \quad (6)$$

式中 $2a = a_2 - a_1$, $2b = \beta_2 - \beta_1$, $i = \sqrt{-1}$; 其他分量在频率域中的表达式可由上式乘以合适的算子得到(文献 [3]):

$$S_{H_x}(u, v) = S_{\Delta T}(u, v) \cdot \frac{i u}{R(u^2 + v^2)^{1/2} + i(Pu + Qv)} \quad (7)$$

$$S_{H_y}(u, v) = S_{\Delta T}(u, v) \cdot \frac{i v}{R(u^2 + v^2)^{1/2} + i(Pu + Qv)} \quad (8)$$

$$S_{Z_0}(u, v) = S_{\Delta T}(u, v) \cdot \frac{(u^2 + v^2)^{1/2}}{R(u^2 + v^2)^{1/2} + i(Pu + Qv)} \quad (9)$$

不难看出, 频率域的表达式显然要简单得多。由于引入了“快速富氏变化法”, 使由空间域到频率域的转变易于实现, 从而加快了正演计算速度。但在频率域计算过程中, 也存在一些不可忽视的问题, 比如, 在离散频谱数学化过程中产生的高频混叠效应和吉布斯现象等, 使频率域计算的异常存在一定的误差, 特别在异常体范围大, 分布不集中, 埋深小等情况下, 更加影响计算结果的精度。此外频率域方法还存在某些其他限制, 如对采样点数, 剖面长度的要求等都限制了它的应用。

为解决空间域原来的公式计算速度慢, 频率域正演又给计算带来一定误差和限制等问题, 我们参阅了文献[1], 对(1)~(4)式作了进一步简化。注意有:

$$\sum_k \sum_l \sum_m S \ln f(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m) = \ln \left\{ \prod_{klm} [f(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)] \right\} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sum_k \sum_l \sum_m S \operatorname{tg}^{-1} \frac{Y(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)}{X(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)} &= \operatorname{Im} \left\{ \ln \prod_{klm} [X(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m) + iY(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)] \right\} \\ &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{\operatorname{Im} \prod_{klm} [X(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m) + iY(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)]^2}{\operatorname{Re} \prod_{klm} [X(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m) + iY(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)]^2} \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $f(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)$, $X(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)$ 和 $Y(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)$ 为在 $(\alpha_k, \beta_l, \gamma_m)$ 点的任意函数,

$i = \sqrt{-1}$, \prod_{klm} 表示对每一 k , l 和 m 所计算的函数值的乘积, Im , Re 表示复数的虚、实部

$$\text{令 } U_1 = \prod_{klm} (R_{klm} + \alpha_k) \quad (12)$$

$$U_2 = \prod_{klm} (R_{klm} + \beta_l) \quad (13)$$

$$U_3 = \prod_{klm} (R_{klm} + \gamma_m) \quad (14)$$

$$U_4 = iV_4 = \prod_{klm} (R_{klm} \beta_l + i \alpha_k \gamma_m)^2 \quad (15)$$

$$U_5 = iV_5 = \prod_{klm} (R_{klm} \alpha_k + i \beta_l \gamma_m)^2 \quad (16)$$

利用以上诸式, (1)~(4)式可简化为:

$$H_x = J \left(-P \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_5}{U_5} + Q \cdot \ln U_3 + R \cdot \ln U_2 \right) \quad (17)$$

$$H_y = J \left(P \cdot \ln U_3 - Q \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_4}{U_4} + R \cdot \ln U_1 \right) \quad (18)$$

$$Z_a = J \left[P \cdot \ln U_2 + Q \cdot \ln U_1 + R \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{V_4}{U_4} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_5}{U_5} \right) \right] \quad (19)$$

$$\Delta T = A_1 \ln U_1 + A_2 \ln U_2 + A_3 \ln U_3 + A_4 \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_4}{U_4} + A_5 \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_5}{U_5} \quad (20)$$

上面几个公式显然要简洁得多。又如用(20)式计算每个场点上的 ΔT 异常,只需计算三个对数项和两个反正切项。如果直接用(4)式则要计算24个对数项和16个反正切项, $U_1 \sim U_5, V_4, V_5$ 等的计算只包含简单的四则运算,这样可使计算时间显著减少。

计算速度的对比

为说明上述简化表达式的实算效果,我们分别利用空间域原来表达式和简化后表达式,以及频率域表达式计算了几种模型的场值,并将计算结果列表进行对比。表1给出了几种模型计算数组量及其参数,表2列出了用不同正演方法在M-160 II机上计算所耗费的机时对比情况。

矩形棱柱体模型的参数

表1

模型	点线数	长度 (沿x轴)	宽度 (沿y轴)	厚度	上项 埋深	磁化强度 J	磁化倾角 I	磁化倾角 D
模型1 (单个柱体)	50 × 50	10	3	5	5	2000	45°	0°
模型2 (单个柱体)	200 × 200	10	3	5	5	2000	45	0
模型3 (三个柱体)	200 × 200	1	1	1	2	3000	45	0
		1	1	1	2	10000	45°	0
		2	2	2	2	1000	45°	0°

长、宽、厚埋深均以米为单位; J取 10^{-6} CGSM为单位; 计算 ΔT 时, I_0, D_0 的值与I, D一致。

表2中均是计算四个量 $H_x, H_y, Z_a, \Delta T$ 耗用的全部机时。

各种方法正演计算耗机时间的对比

表2

正演方法	模型1	模型2	模型3
空间域原表达式	1', 36"	22', 34.71"	58', 52.89"
空间域简化表达式	48', 93"	9', 20.37"	20', 42.12"
频率域表达式	2', 30.45"	23', 53.03"	41', 32.59"

频率域正演计算因使用快速富氏变换,计算200 × 200数据量需扩充为256 × 256,计算50 × 50数据需扩充为64 × 64,计算量较大,另一点值得注意的是若计算点出现在模型角点上方时,即 α_k 与 β_l 同时为零,在程序中应排除该点的计算。

三种方法的计算精度相比较,以第一和第二种方法较精确,精度一致,仅与计算机字长和舍入误差有关。第三种方法则与采样点数、剖面长度和模型分布有关,在我们所作的计算中,由于模型条件较好,其精度可达到前两种方法的99%。

结 论

综上所述,对矩形棱柱体模型磁异常空间域表达式进行简化的计算方法,也适用于其他复杂模型的重磁正演计算。1.例如,均匀磁化任意形状地下构造的磁异常,也可以通过将构造划分成一些大小不等的矩形棱柱体,用上述简单形式来计算。设构造的总场强度异常为:

$$F(x, y, 0) = \sum_n \Delta T_n(x, y, 0) \quad (21)$$

式中 $\Delta T_n(x, y, 0)$ 为第几个棱柱体在 x, y 处产生的磁异常。因而有:

$$F(x, y, 0) = \sum_n (A_1 \ln U_{1n} + A_2 \ln U_{2n} + A_3 \ln U_{3n} + A_4 \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_4}{U_4} + A_5 \operatorname{tg}^{-1} \frac{V_5}{U_5}) \quad (22)$$

式中 $U_{1n} \sim U_{5n}, V_{4n}, V_{5n}$ 为使用 (12) ~ (16) 式所求的相应值。令:

$$F_1 = \prod_n U_{1n} = \prod_n \left(\prod_{klm} (R_{klm} + \alpha_k) \right) \quad (23)$$

$$F_2 = \prod_n U_{2n} = \prod_n \left(\prod_{klm} (R_{klm} + \beta_l) \right) \quad (24)$$

$$F_3 = \prod_n U_{3n} = \prod_n \left(\prod_{klm} (R_{klm} + \gamma_m) \right) \quad (25)$$

$$F_4 + iG_4 = \prod_n (U_{4n} + iV_{4n}) = \prod_n \left[\prod_{klm} (R_{klm} + i\alpha_k \gamma_m) \right] \quad (26)$$

$$F_5 + iG_5 = \prod_n (U_{5n} + iV_{5n}) = \prod_n \left[\prod_{klm} (R_{klm} \alpha_k + i\beta_l \gamma_m) \right] \quad (27)$$

因而有:

$$F(x, y, 0) = A_1 \ln F_1 + A_2 \ln F_2 + A_3 \ln F_3 + A_4 \operatorname{tg}^{-1} \frac{G_4}{F_4} + A_5 \operatorname{tg}^{-1} \frac{G_5}{F_5} \quad (28)$$

用以上公式一定能大大加速复杂构造模型正演计算速度,节省用机时间。2.对重力异常模型亦可推出类似的简化表达式,这是显然的。3.可考虑同相应的方法对其他二度和三度规则形体引起的位场,推导出简化的正演表达式,特别是板状体,台阶和多面形体,在它们的重磁异常表达式中,均包含有对数项和反正切项,可做相应的简化,这一方面的工作正在开展中。本文工作得到施志群同志的帮助,特此致谢。

参 考 文 献

- [1] K. Kunaratnam, 1981, Geophysical Prospecting, vol. 29, No. 6, P. 883—890.
- [2] 地质部计算中心一室,地质计算技术,第1期
- [3] 侯重初, 1979, 物探与化探, 第3期

化探异常评价中的若干问题

广西冶金地质勘探公司272队

张盛康

化探扫面发现异常后,从大量异常中筛选出有意义的异常,区分矿化类型,提供更多的找矿基地,是化探工作的主要任务。下面介绍几个矿

区在化探异常评价中常用的一些工作方法。

对化探异常进行分类预测