

储量计算中平行断面法公式的使用条件

河南省冶金设计院 袁 崎

前 言

当前,我国在储量计算中使用最广泛的是平行断面法,而此法中使用较多的公式是梯形公式和截锥公式。这两个公式的使用条件,基本上遵循的是 $(S_1 - S_2)/S_1 > 40\%$ 时使用截锥公式(S_1 、 S_2 为块体两底面面积),反之使用梯形公式。笔者认为,以面积大小作为公式的使用条件,在理论上是缺乏根据的,在实际使用中也出现很多弊病。首先,给人造成一种错觉,以为块体两底面积的相对差别大时,使用截锥公式较准确;两底面积差别小时,使用梯形公式较准确;而以40%作为界限,其产生的误差在实际计算中是可以接受的。其次,按此规定使用这两个公式时产生的误差并不算小,特别是当 $(S_1 - S_2)/S_1 > 40\%$ 而使用截锥公式时。鞍钢矿山建设公司葛恩想同志对“分块求积”问题产生的误差已有论述^[1]。其三,如果从增加地质储量的可靠性,在地质报告中使计算储量偏小一些使用截锥公式,还说得过去,但在生产中三级矿量等的计算就需要准确度高些,使用误差太大的公式就不合适了。

错在哪里

以面积大小作为公式的使用条件错在哪里呢?我们先从公式的来源谈起。

截锥公式,是根据锥体被平行于底面的平面截去上部后,由锥体公式推导来的(图1)。截锥公式为:

$$V = H(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) / 3$$

V 为截锥体体积; H 为截锥体的高; S_2 、 S_1 为截锥体上、下底面积。

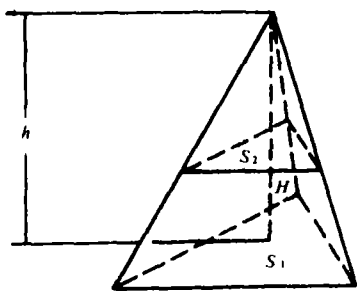


图 1

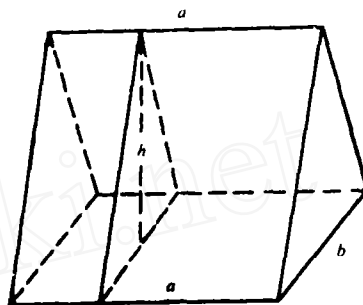


图 2

梯形公式怎样得来的呢?我们先看一个简单情况,如图2所示。这是一个高为 h ,底面为矩形的楔形,矩形边长为 a 、 b 。与矩形平行的一条棱与三角形的侧面垂直,且棱长为 a 。那么,若把三角形侧面当成底面,这个楔形则是一个直三棱柱,其体积 $V = bha / 2 = S_1 h / 2$ (S_1 为矩形面积)。用平行于矩形的平面截此楔形,设截得的面积为 S_2 ,截去上部后剩下部分的高为 H ,则剩下部分的体积 $V = H(S_1 + S_2) / 2$,也就是梯形公式。

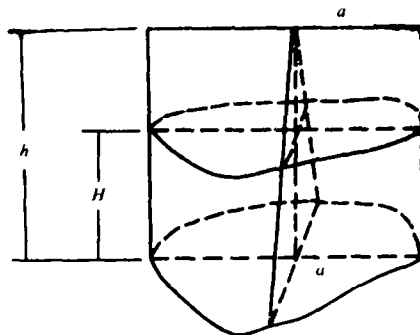


图 3

现在,我们给出更一般的楔形(图3)。约定底面周边上两点间的最大距离为 a ,并为底面的长轴。若用与长轴垂直的平面截这楔形,则得到的截面均为高等于 h 的三角形。若楔形的底面积为 S_1 ,我们用积分的方法不难证明,其体积 $V = S_1 h / 2$ 。同样地用与底面距离为 H ,并平行于底面的平面截此楔形(截面面积仍为 S_2),截去后剩下部分的体积 $V = H(S_1 + S_2) / 2$,也就是梯形公式。此截楔体的特点是两底面的一对对应轴长度不变,与这这对

应轴垂直的方向上的长度在变小。

如果将图3的楔形, 用与底面斜交的平面截去如图4所示之虚线部分, 剩下的部分叫做似楔体。再用平行底面的平面截之, 则剩下的似截楔体体积 $V_{\text{似}} < V_{\text{楔}}$, 且 $V_{\text{似}} > V_{\text{锥}}$ 。我们研究 $V_{\text{锥}}$ 与 $V_{\text{楔}}$ 就可以了。

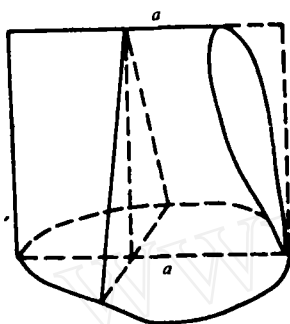


图 4

从上面的叙述中, 可以看出, 不论是截锥或是截楔, 其截面 S_2 的大小都是可以变化的, 可以从接近于 S_1 一直变到 0, 反映在两个具体公式上就是:

$$V_{\text{锥}} = H (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) / 3 \quad (1)$$

$$V_{\text{楔}} = H (S_1 + S_2) / 2 \quad (2)$$

1) 当 $S_2 = S_1$ 时, $V_{\text{锥}} = V_{\text{楔}} = S_1 H$, 按截锥或截楔考虑, 这时 H 也应为 0。若认为 H 不等于零, 则可认为 $S_1 H$ 表示了一个柱体体积。这时 $(S_1 - S_2) / S_1 = 0$ 。

2) 当 $0 < S_2 < S_1$ 时, 则 $V_{\text{锥}} < V_{\text{楔}}$, 且分别表示截锥体和截楔体的体积。这时 $1 > (S_1 - S_2) / S_1 > 0$ 。

3) 当 $S_2 = 0$ 时, $V_{\text{锥}} = S_1 H / 3$, $V_{\text{楔}} = S_1 H / 2$, 分别表示锥体和楔体的体积。这时 $(S_1 - S_2) / S_1 = 1$ 。

由此看来, 不论是截锥或是截楔, 其 S_2 都可任意的小, 以至为 0, $(S_1 - S_2) / S_1$ 也可以在 0 与 1 之间任意变化。也就是说, 不论 $(S_1 - S_2) / S_1$ 大于 40% 或小于 40%, 都可用梯形公式, 也可用截锥公式。只是用梯形公式计算, 反映的是截楔体的体积, 用截锥公式计算, 反映的是截锥体的体积, 而截楔体上、下两底面的一一对应轴相等, 截锥体上、下两底面为相似形。换句话说, 公式的选择只与底面的形状有关, 而与 $(S_1 - S_2) / S_1$ 的大小无关。那么用 $(S_1 - S_2) / S_1$ 的大小作为公式选择条件就丧失了理论根据。

误差有多大

可能有人会说, 用这两个公式计算误差不会太大。下面分析一下它们之间的误差。因 $V_{\text{楔}} > V_{\text{锥}}$, 令:

$$\Delta V = V_{\text{楔}} - V_{\text{锥}} = H [(S_1 + S_2) / 2 - \sqrt{S_1 S_2}] / 3$$

这一函数的曲线如图 5 所示。

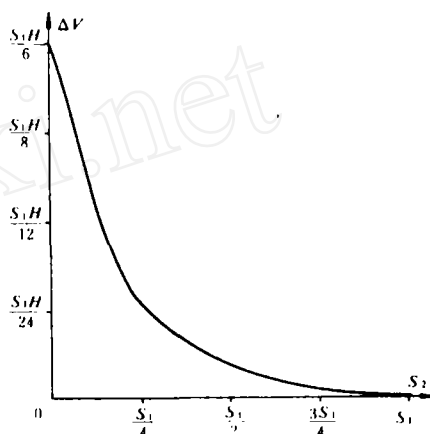


图 5

1) 当 S_2 由 S_1 变到 0 时, 曲线是上升的, 说明误差随 $(S_1 - S_2) / S_1$ 的变大而增大。

2) 当 $S_2 < S_1 / 4$ 时, 曲线接近于直线, 说明 $(S_1 - S_2) / S_1 > 75\%$ 时, 误差增长很快。

3) 当 $S_2 = 0$ 时, 曲线上升到最高点, 这时 $\Delta V = S_1 H / 6$, 也是 ΔV 的最大值。

ΔV 与截楔体体积的相对误差为 $\frac{\Delta V}{V_{\text{楔}}} =$

$$\frac{S_1 + S_2 - 2\sqrt{S_1 S_2}}{3(S_1 + S_2)}$$

, 根据函数极值判定法^[2], 知此函数最大值为 33.3% (当 $S_2 = 0$ 时)。也就是说, 在单个块体计算时, 是截楔体而用了截锥公式, 其相对误差可接近以至等于 33.3%。

在分块求积计算中, 苏联学者 A. П. 普罗科菲耶夫接触到了分块求积与整体求积的差别问题, 并指出是由不正确的使用圆锥公式或截面圆锥公式而引起的^[1], 但没有阐明怎样不正确的使用了截面圆锥公式。葛恩恕也只是从分块体底面积的大小比例讨论误差, 而没有说明引起误差的本质因素。其实, 整体求积与分块求积产生误差的根本原因是分块时块体的形状改变了。如图 6 所示, 假设此块体是一个标准的截锥体 (两个底面为相似形), 那么, 被截面 $A_1 B_1 C_1 D_1$ 及截面 $A_2 B_2 C_2 D_2$ 所截之后得到的三个块体, 必然不再全是标准的截锥体, 其

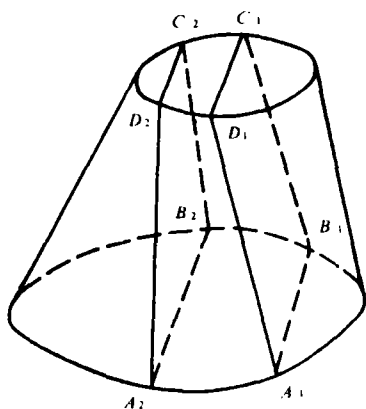


图 6

中有些变成了截楔体或似截楔体。这些截楔体或似截楔体的体积当然大于和它们底面积相等的截锥体体积。如果这时仍用截锥体公式计算它们的体积,结果必然偏小,自然分块求积的体积之和就小于整体求积的体积了。

分块求积与整体求积的误差究竟有多大呢?为了便于说明问题,约定整块体的体积计算是正确的,且整块体的底面积仍为 S_1 、 S_2 。设分块体的较大底面积分别为 $S_1^{(1)}$ 、 $S_1^{(2)}$ 、…… $S_1^{(n)}$,相对应的另一较小底面积分别为 $S_2^{(1)}$ 、 $S_2^{(2)}$ 、…… $S_2^{(n)}$ (较小底面积可以为0),则对于每个分块体,其体积误差为:

$$\Delta V^{(1)} < \frac{S_1^{(1)}}{6} H$$

$$\Delta V^{(2)} < \frac{S_1^{(2)}}{6} H$$

……

$$\Delta V^{(n)} < \frac{S_1^{(n)}}{6} H$$

$$\text{积累误差 } \Delta V_{\text{积}} = (\Delta V^{(1)} + \Delta V^{(2)} + \dots +$$

$$\Delta V^{(n)}) < \frac{(S_1^{(1)} + S_1^{(2)} + \dots + S_1^{(n)})}{6} H <$$

$$\frac{S_1 + S_2}{6} H, \text{ 即:}$$

$$\Delta V_{\text{积}} < \frac{S_1 + S_2}{6} H$$

由于最大积累误差只有在分块体都是楔体而全用锥体公式计算其体积时才能出现,根据前面的约定,这种情况只有当整块体为截楔体或者是底面积相等的特殊截锥体时才有可能。也就是说,当整块体为截楔体时,体积最大积累误差 $\Delta V_{\text{积大}} = \frac{S_1 + S_2}{6} H$

($\Delta V_{\text{积大}}$ 随 S_2 变化),当整块体为底面积相等的截锥体时(也可认为是截楔体的特殊情况),体积最大

$$\text{积累误差 } \Delta V_{\text{积大}} = \frac{S_1 + S_2}{6} H = \frac{1}{3} S_1 H \quad (S_2 \text{ 不能}$$

任意变,视 S_1 、 H 为常量, $\Delta V_{\text{积大}}$ 为定值)。

最大积累相对误差 $\Delta_{\text{积大}}$ 也分为两种情况:

1) 整块体为截楔体时,不论 S_2 在 S_1 与0之间

如何变化,最大的体积积累误差都是 $\frac{S_1 + S_2}{6} H$,

故:

$$\Delta_{\text{积大}} = \frac{V_{\text{积大}}}{V_{\text{梯}}} = \frac{\frac{1}{6} (S_1 + S_2) H}{\frac{1}{2} (S_1 + S_2) H} = 33.3\%$$

2) 整块体为截锥体时,当 S_2 从 S_1 变到0,分

块时可能引起的最大体积积累误差 $V_{\text{积大}}$ 也从 $\frac{1}{3} S_1 H$

变到0, $V_{\text{积大}}$ 是单调递减的,这时截锥体体积 $V_{\text{锥}}$ 从 $S_1 H$ 变到 $\frac{1}{3} S_1 H$,也是单调递减的,其比值

$$\Delta_{\text{积大}} = \frac{V_{\text{积大}}}{V_{\text{锥}}}$$
也必然是单调递减的,根据极值判定

法,其最大值必在 $S_2 = S_1$ 的端点。即:

$$\Delta_{\text{积大}} = \frac{V_{\text{积大}}}{V_{\text{锥}}} = \frac{\frac{1}{3} S_1 H}{S_1 H} = 33.3\%$$

考虑到整块体使用截锥公式计算时,仍以 $(S_1 - S_2)/S_1 \geq 40\%$ 为条件,故最大的 $S_2 = 0.6 S_1$,分块时最大的积累相对误差也一定比33.3%小。

总结以上两种情况,可知分块求积的最大积累相对误差可达33.3%。

总之,不论单个块体体积计算或分块求积,其可能产生的最大相对误差都可达33.3%(在单个块体体积计算中,若是锥体而误用了梯形公式,其最大相对误差可达50%)。

代替的办法

用两底面积之差作为选择公式的条件既无理论根据,而实际计算中可能产生的误差又不可忽略,那么用什么方法代替呢?根据最近出版的《地质设计》中介绍的三条原则^[4],笔者提出如下两种办法。

1. 既然块体体积与块体形状有关系,我们可以根据块体形状选择计算公式:

1) 两底面为相似形或近于相似形者用截锥公

式,即公式(1)。

2) 两底面符合截楔形或近于截楔形者(即两底面有一对对应轴长度基本相等,另一对对应轴差别较大)用梯形公式,即公式(2)。

3) 介于以上两种情况之间的似截楔体可用下面的公式:

$$V_{\text{似}} = (V_{\text{梯}} + V_{\text{锥}}) / 2,$$

$$\text{即 } V_{\text{似}} = H [2.5(S_1 + S_2) + \sqrt{S_1 S_2}] / 6 \quad (3)$$

2. 第一种方法虽然简便,但由于估计形状不准或其它原因,实际计算中出现的误差还有可能偏大,为此,我们引入一个修正系数 e 和修正项 S 。在未引入之前,我们作这样的规定:将底面周边最远点的距离(最好不算很尖的尖角)作为底面的长轴,而与长轴垂直的肥大部分的宽度为短轴。设较大底面的两轴为 a_1 、 b_1 (哪一轴为长轴均可),较小底与 a_1 、 b_1 对应的两轴为 a_2 、 b_2 。我们有:

$$V = \frac{H}{3} (S_1 + S_2 + \frac{\sqrt{\frac{a_1 b_2}{a_2 b_1}} + \sqrt{\frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}}}{2} \sqrt{S_1 S_2})$$

$$\text{令 } e = \frac{\sqrt{\frac{a_1 b_2}{a_2 b_1}} + \sqrt{\frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}}}{2},$$

$$\text{则 } V = H (S_1 + S_2 + e \sqrt{S_1 S_2}) / 3 \quad (4)$$

其中 V 为要计算的块体体积,公式(4)就是修正系数截锥公式。或者;

$$V = H [S_1 + S_2 + (a_2 - a_1)(b_1 - b_2) / 3] / 2$$

$$\text{令 } S = (a_2 - a_1)(b_1 - b_2) / 3,$$

$$\text{则 } V = H (S_1 + S_2 + S) / 2 \quad (5)$$

公式(5)就是修正项梯形公式。

为了说明以上两种方法的使用和其产生的误差,我们仍用葛恩恕举的例子。为了计算简便,把整块体取为底面是正方形的截锥体,高仍为15米,底面积也不变(图7)。

用第一种方法:

1) 比较分块体I的两底面,看作近截楔形,按梯形公式计算:

$$V_I = \frac{15}{2} \times (200 + 50) = 1875$$

2) 比较分块体II的两底面,两轴方向上的长度都在变小,但又不相似,为似截楔体,按公式(3)计算:

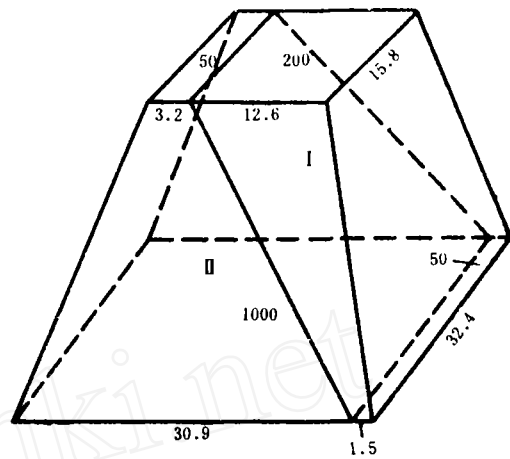


图 7

$$V_{II} = \frac{15}{6} \times [2.5 \times (1000 + 50) + \sqrt{1000 \times 50}] = 7121$$

3) 整块体体积:

$$V_{\text{总}} = \frac{15}{3} \times (1050 + 250 + \sqrt{1050 \times 250}) = 9062$$

$$V_I + V_{II} = 1875 + 7121 = 8996$$

$$\text{误差 } \Delta V = 9062 - 8996 = 66$$

$$\text{相对误差 } \Delta = \frac{66}{9062} = 0.7\%$$

用第二种方法:

我们选用公式(5)计算(读者也可选用公式(4))

一、试):

1) 对于分块体I:

$$a_1 = 15.8 \quad b_1 = 12.6$$

$$a_2 = 32.4 \quad b_2 = 1.5$$

$$\text{则 } V_I = \frac{15}{2} \times [200 + 50 + \frac{(32.4 - 15.8) \times (12.6 - 1.5)}{3}] = 2336$$

2) 对于分块体II:

$$a_1 = 32.4 \quad b_1 = 30.9$$

$$a_2 = 15.8 \quad b_2 = 3.2$$

$$\text{则 } V_{II} = \frac{15}{2} \times [1000 + 50 + \frac{(15.8 - 32.4) \times (30.9 - 3.2)}{3}] = 6725$$

$$3) V_I + V_{II} = 2336 + 6725 = 9061$$

$$\Delta V = 9062 - 9061 = 1$$

$$\Delta = 9062 - 9061 = 0$$

3. 误差分析:

1) 两种方法的误差都不算大, 第一种方法稍偏大些。仔细比较一下就可看出, 对于 V_1 , 第一方法比第二方法小; 对于 V_2 , 第一方法比第二方法大; 这样, 相加时就由于抵消作用而使第一种方法的 $V_1 + V_2$ 与 V_3 的误差变小了。否则, 误差将会大些, 但是总要比纯用截锥公式算得10%要小^[1]。

2) 第二种方法的误差虽然接近于0, 这是因为本例的底面图形皆为矩形或正方形, 长、短轴方向上长度无变化, 形状规则, 完全符合公式。实际计算中底面图形不可能这么规则, 再加上量度和目测方面的误差, 就会出现较大些的误差。但这种误差比10%要小得多, 在实际计算中是完全可以接受的。

结 语

综上所述, 我们得出:

1. 在利用平行断面法进行储量计算时, 不能以 $(S_1 - S_2)/S_1$ 大于或小于40%作为选择公式的条

件, 而应以块体的形状 (当然包括两底面的形状) 作为选择公式的条件。

2. 根据块体形状, 该用梯形公式计算时而用了截锥公式, 最大相对误差可达33.3%, 在实际中是不允许的。

3. 为了尽量减小块体真实体积与计算结果的误差, 我们建立了修正系数截锥公式和修正项梯形公式。用这两个公式中的任何一个公式都可对平行断面法中的任何形状的块体进行计算 (包括锥体、楔体、截锥体、截楔体和拟柱体)。最好近于锥体或截锥体尽量用修正系数截锥公式; 近于楔体、截楔体或拟柱体的尽量用修正项梯形公式。

参 考 资 料

- [1] 葛恩恕, 地质与勘探, 1982, 第7期
- [2] 樊映川, 高等数学, 人民教育出版社, 1978
- [3] A. П. 普罗科菲耶夫, 实用金属矿床储量计算方法, 地质出版社
- [4] 《黑色冶金矿山企业地质设计》编写组, 黑色冶金矿山企业地质设计, 1983, 第302页

附录

修正系数截锥公式和修正项梯形公式的来源及

K系数公式的建立

在实际问题中, 用平行断面法截矿体所得断面形状是千变万化的, 但我们可以近似地把它看成矩形或椭圆 (或者通过小量的割补之后)。为了推导公式的方便, 我们给出一个两底面皆为矩形的棱台, 如图所示。过矩形 $A_2B_2C_2D_2$ 的一个顶点 B_2 作棱台的侧棱 A_2A_1 的平行线, 交矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 的边 A_1B_1 于 E 。同样, 再作 B_2F , 交 B_1C_1 于 F , 使 B_2F 平行于 C_2C_1 ; 再作 C_2G 平行于 D_2D_1 , B_2K 平行于 C_2G 。那么:

$$A_2B_2 = A_1E = a_2, \quad B_2C_2 = FC_1 = b_2,$$

$$A_1B_1 = C_1D_1 = a_1, \quad A_1D_1 = B_1C_1 = EG = b_1,$$

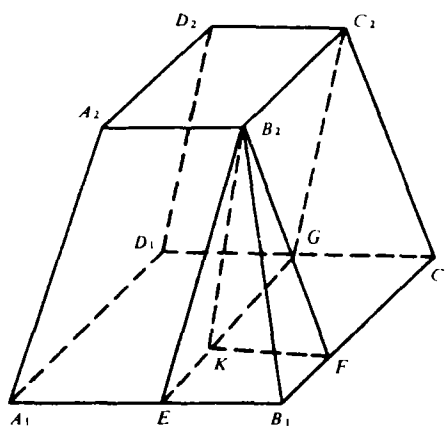
若这个棱台的高仍为 H , 矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 和矩形 $A_2B_2C_2D_2$ 的面积仍为 S_1 和 S_2 的话, 则 $S_1 = a_1b_1$, $S_2 = a_2b_2$ 。

截楔体 $A_2B_2C_2D_2 - A_1EGD_1$ 的体积 $V_{\text{截楔}} =$

$$= \frac{H}{2} (a_2b_1 + S_2)$$

楔形体 $B_2C_2 - KFC_1G$ 的体积 $V_{\text{楔体}} =$

$$= H (a_1 - a_2) b_2 / 2$$



锥体 $B_2 - B_1FKE$ 的体积 $V_{\text{锥体}} =$

$$= \frac{H}{3} (a_1 - a_2) (b_1 - b_2)$$

棱台的总体积 $V = V_{\text{截锥}} + V_{\text{楔体}} + V_{\text{楔体}}$

$$= H \left[\frac{a_2 b_1 + S_2}{2} + \frac{(a_1 - a_2) b_1}{2} + \frac{(a_1 - a_2)(b_1 - b_2)}{3} \right]$$

$$= \frac{H}{3} \left(S_1 + S_2 + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{2} \right)$$

实际上底面不可能是标准的矩形,在体积计算中直接应用上述结果,就可能出现较大误差。为了尽量减小

误差,我们将上述结果进行如下变形:

$$V = \frac{H}{3} \left[S_1 + S_2 + \sqrt{a_1 b_1 a_2 b_2} \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{2 \sqrt{a_1 b_1 a_2 b_2}} \right]$$

$$= \frac{H}{3} \left[S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2} \frac{\sqrt{\frac{a_1 b_2}{a_2 b_1}} + \sqrt{\frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}}}{2} \right]$$

或者 $V = \frac{H}{3} \left(S_1 + S_2 + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{2} + \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2 - a_1 b_1 - a_2 b_2}{2} \right)$

$$= H \left(\frac{S_1 + S_2}{3} + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{6} + \frac{S_1 + S_2 - a_1 b_1 - a_2 b_2}{6} \right)$$

$$= H \left[\frac{3(S_1 + S_2)}{6} + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1 - a_1 b_1 - a_2 b_2}{6} \right]$$

$$= \frac{H}{2} \left[S_1 + S_2 + \frac{(a_2 - a_1)(b_1 - b_2)}{3} \right]$$

令 $e = \frac{\sqrt{\frac{a_1 b_2}{a_2 b_1}} + \sqrt{\frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}}}{2}$

$$S = \frac{(a_2 - a_1)(b_1 - b_2)}{3}$$

则上两式就可写成:

$$V = \frac{H}{3} (S_1 + S_2 + e \sqrt{S_1 S_2}) \text{ 为修正系数截锥}$$

公式。

$$V = \frac{H}{2} (S_1 + S_2 + S) \text{ 为修正项梯形公式。}$$

其中 e 为修正系数, S 为修正项。

但须注意以下几点:

1) 在这两个公式的推导过程中,没有限制 a_1 与 a_2 , b_1 与 b_2 谁大谁小,故 $(a_2 - a_1)$ 和 $(b_1 - b_2)$ 都可以为负值,也即 S 可为负值。

2) 由于公式推导过程中使用了 $a_1 b_1 = S_1$, $a_2 b_2 = S_2$,为在实际应用中减小误差,在取 a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 的值时,最好取同轴方向上有代表性的几个长度的均值,并尽量使 $a_1 b_1 \sim S_1$, $a_2 b_2 \sim S_2$ 。

3) 由于分母不能为 0,在使用系数截锥公式时, a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 都不能为 0。使用修正项梯形公式时无这种限制。

在使用修正系数截锥公式和修正项梯形公式时,计

算修正系数 e 和修正项 S 还是比较麻烦的。如果先计算好一系列的 e 和 S 值,并列成表,到使用公式时直接查用,那就方便多了,但由于 a_1 、 b_1 、 a_2 、 b_2 的组合数目太多,这样做的结果会使表太繁杂。为了制出一个简单

而在计算中又能使用的表,将公式 $V = \frac{H}{3} (S_1 + S_2 + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{2})$ 进行如下变形。

$$\text{设 } \frac{a_2}{a_1} = X, \text{ 得 } a_2 = X a_1, \text{ 由 } a_1 b_1 = S_1, a_2 b_2 =$$

$$= S_2, \text{ 得 } b_1 = \frac{S_1}{a_1}, b_2 = \frac{S_2}{a_2} = \frac{S_2}{X a_1},$$

$$\text{则 } a_1 b_2 + a_2 b_1 = a_1 \frac{S_2}{X a_1} + a_2 \frac{S_1}{a_1} = \frac{S_2}{X} + X S_1$$

$$V = \frac{H}{3} \left(S_1 + S_2 + \frac{a_1 b_2 + a_2 b_1}{2} \right)$$

$$= \frac{H}{3} \left(S_1 + S_2 + \frac{S_2}{2X} + \frac{X S_1}{2} \right)$$

$$= \frac{H}{3} \left(\frac{X+2}{2} S_1 + \frac{2X+1}{2X} S_2 \right)$$

$$= H \left(\frac{X+2}{6} S_1 + \frac{2X+1}{6X} S_2 \right)$$

$$\text{令 } K_1 = \frac{X+2}{6}, K_2 = \frac{2X+1}{6X},$$

则 $V = H (K_1 S_1 + K_2 S_2)$ 就是 K 系数公式。

K 系数表附后。

使用本表时,若 $\frac{a_2}{a_1} < 1$,可直接查表。若 $\frac{a_2}{a_1} > 1$,可利用括号内的数字查表,不过查得的 K_1 和 K_2 的数值要互换。

从表上可看出,较长轴对应的 K 系数较小,为尽量

减小误差,选用对应轴 a_1 、 a_2 时,应尽量包含较大底面的长轴。由于表的容量有限,选用对应轴时,也尽量选用长度差别较小的一对对应轴,表中不能直接查出的数值,可用内插法求出。

K 系 数 表

$\frac{a_2}{a_1} (\frac{a_1}{a_2})$	K_1	K_2	$\frac{a_2}{a_1} (\frac{a_1}{a_2})$	K_1	K_2	$\frac{a_2}{a_1} (\frac{a_1}{a_2})$	K_1	K_2
0.95 (1.05)	0.492	0.51	0.25 (4)	0.375	1	0.056 (18)	0.343	3.33
0.9 (1.11)	0.483	0.52	0.2 (5)	0.367	1.17	0.053 (19)	0.342	3.5
0.85 (1.18)	0.475	0.53	0.17 (6)	0.361	1.33	0.05 (20)	0.342	3.67
0.8 (1.25)	0.467	0.54	0.14 (7)	0.357	1.5	0.0476 (21)	0.342	3.83
0.75 (1.33)	0.459	0.55	0.125 (8)	0.354	1.67	0.0455 (22)	0.341	4
0.7 (1.43)	0.45	0.57	0.111 (9)	0.352	1.83	0.0438 (23)	0.341	4.17
0.65 (1.54)	0.442	0.59	0.1 (10)	0.35	2	0.0417 (24)	0.341	4.33
0.6 (1.67)	0.433	0.61	0.091 (11)	0.348	2.17	0.04 (25)	0.340	4.5
0.55 (1.82)	0.425	0.64	0.083 (12)	0.347	2.33	0.0385 (26)	0.340	4.67
0.5 (2)	0.417	0.67	0.077 (13)	0.346	2.5	0.0370 (27)	0.340	4.83
0.45 (2.22)	0.409	0.71	0.071 (14)	0.345	2.67	0.0357 (28)	0.339	5
0.4 (2.5)	0.4	0.75	0.067 (15)	0.344	2.83	0.0345 (29)	0.339	5.17
0.33 (3)	0.389	0.83	0.063 (16)	0.344	3	0.0333 (30)	0.339	5.33
0.3 (3.33)	0.383	0.89	0.059 (17)	0.343	3.17	0	0.333	$K_2 S_2 = 0$
						1 (1)	0.5	0.5

(上接第12页)

5.7. 注意到 $\text{pH} = -\lg a_{\text{H}^+}$, 将它变形后得到 $\lg a_{\text{H}^+} = -\text{pH} = -5.7$, 再利用上面求得的 $\lg f_{\text{O}_2}$ 、 $\lg f_{\text{H}_2\text{S}(\text{g})}$ 、 $\lg a_{\text{H}_2\text{S}(\text{aq})}$ 等数值, 即可根据反应式(10)、(11)、(12)求得 $\lg a_{\text{HSO}_4^- (\text{aq})} = -5.61$, $\lg a_{\text{SO}_4^{2-} (\text{aq})} = -7.8$, $\lg a_{\text{HS}^- (\text{aq})} = -4.67$, $\lg a_{\text{S}^{2-} (\text{aq})} = -6.63$ 。

主要结论

将以上的计算结果进行整理, 可以得到热液作用下的热力学参数估计为:

$$\begin{aligned} T &= 300^\circ\text{C} = 573\text{K}, \\ P &= 940\text{ bar} = 927.7\text{ atm}, \\ h &= 3760\text{ m}, \\ \lg f_{\text{S}_2} &= -10, \\ 0.43 &< \lg f_{\text{CO}_2} < 2.97, \\ -33.1 &< \lg f_{\text{O}_2} < -32.335, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lg f_{\text{H}_2\text{S}(\text{g})} &= -0.79, \\ \lg a_{\text{H}_2\text{S}(\text{aq})} &= -2.25, \\ \lg a_{\text{HS}^- (\text{aq})} &= -4.67, \\ \lg a_{\text{HSO}_4^- (\text{aq})} &= -5.61, \\ \lg a_{\text{SO}_4^{2-} (\text{aq})} &= -7.8, \\ \lg a_{\text{S}^{2-} (\text{aq})} &= -6.63. \end{aligned}$$

参考文献

- [1] 曾世伟, 大宝山铁、铜多金属矿区地质特征与矿床成因探讨, 1979. (内部稿)
- [2] 邱世强, 地质论评, 1981, 第27卷, No 1
- [3] 孙宝田, 广东大宝山多金属矿床成矿作用地球化学研究, 1982. 研究生学位论文
- [4] 饶纪龙, 地球化学中的热力学, 科学出版社, 1979
- [5] 古菊云等, 地质与勘探, 1984, No 3