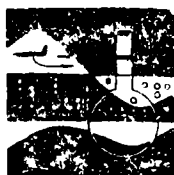


一种提取重力局部异常的方法

——九点差分格式异步迭代法

童永春



物探与化探

划分重力局部异常和区域异常的常用方法有平行直线法、圆周法、平滑曲线法和多项式拟合法(或趋势分析法)^[1]。前两种方法适用于区域场为平面特征的情况;第三种方法的效果受人为经验因素的影响很大;最后一种方法由于测区内局部异常数据参与区域场多项式的拟合,所以分离效果往往不太理想。

本文推荐的方法称为九点差分格式异步迭代法,简称差分迭代法。它不仅适用于平面特征的区域场,还能逼近二次曲面特征的区域场,并可靠地从复杂背景上提取局部异常。运算过程借助电子计算机(或可编程序的电子计算器)即可实现。

原理概述

1. 数学问题 重力资料一般包括局部异常和区域异常两种成分。我们总可以在比较远离局部异常的地方求出区域异常的趋势。假设测区四周是区域重力场,则问题是能否利用这些边界值求出测区内各个测点上的区域异常值。而局部异常等于实测重力值和区域异常值之差。

场论指出,区域异常满足拉普拉斯方程。上述问题就是拉普拉斯方程的狄利克雷问题,可写成下:

$$\left. \begin{aligned} \Delta u &= 0 & (x, y) \in G \\ u|_T &= \alpha(x, y) \end{aligned} \right\} (1)$$

其中: Δ 是拉普拉斯算符, $\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$

G 是 xy 平面上的有界区域(测区),其边界 T 是分段光滑曲线;

$\alpha(x, y)$ 是测区四周(边界 T 上)的区域重力值。

场论已经证明,方程(1)是唯一有解的。由唯一性定理可知,不管采用什么方法,只要找到一组能够满足已给方程及已给边界条件的解,它就是唯一正确的解答。现在讨论逼近方程(1)的差分格式及其解法。

2. 差分方程 首先对区域 G (测区)作网格剖分。实际上野外的观测网已经对区域 G 作了网格剖分,设由测线和垂直测线的两族直线将测区分割成许多小方格,小方格的边长为 h 。点 (x_i, y_j) 称为网格的节点(图1),用这些网格节点代替连续区域。

其次,将微分算子离散化,从而把微分方程的定解问题化为线性方程组的求解问题。为此,

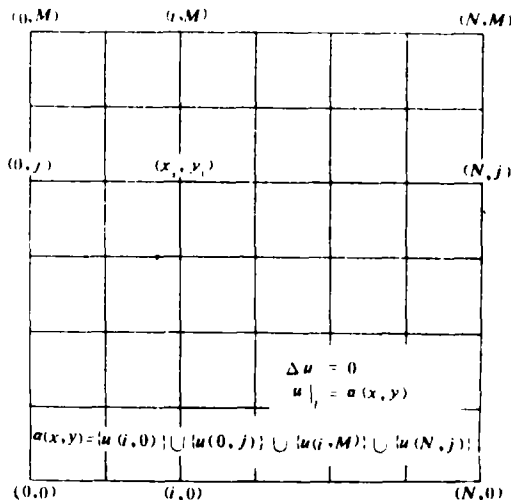


图1 测区网格剖分示意图

对于充分光滑的解 u ，由泰勒展开式可得：

$$\begin{aligned} \frac{u(x_{i+1}, y_j) - 2u(x_i, y_j) + u(x_{i-1}, y_j))}{h^2} &= \\ &= \frac{\partial^2 u(x_i, y_j)}{\partial x^2} + \frac{h^2}{12} \frac{\partial^4 u(x_i, y_j)}{\partial x^4} + \frac{h^4}{360} \frac{\partial^6 u(x_i, y_j)}{\partial x^6} + O(h^6) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{u(x_i, y_{j+1}) - 2u(x_i, y_j) + u(x_i, y_{j-1}))}{h^2} &= \\ &= \frac{\partial^2 u(x_i, y_j)}{\partial y^2} + \frac{h^2}{12} \frac{\partial^4 u(x_i, y_j)}{\partial y^4} + \frac{h^4}{360} \frac{\partial^6 u(x_i, y_j)}{\partial y^6} + O(h^6) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $O(h^6)$ 为截断误差

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x_i, y_j)}{\partial x^2 \partial y^2} &= \frac{u_{xx}(x_i, y_{j+1}) - 2u_{xx}(x_i, y_j) + u_{xx}(x_i, y_{j-1}))}{h^2} + O(h^2) \\ &= \frac{1}{h^4} \{ u(x_{i+1}, y_{j+1}) - 2u(x_i, y_{j+1}) + u(x_{i-1}, y_{j+1}) \\ &\quad - 2[u(x_{i-1}, y_j) - 2u(x_i, y_j) + u(x_{i+1}, y_j)] \\ &\quad + u(x_{i-1}, y_{j-1}) - 2u(x_i, y_{j-1}) + u(x_{i+1}, y_{j-1}) \} + O(h^2) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $O(h^2)$ 为截断误差。

将(2)，(3)两式相加并利用(4)式，则得：

$$\begin{aligned} 4u(x_i, y_j) - 2[u(x_{i-1}, y_j) + u(x_i, y_{j-1}) + u(x_{i+1}, y_j) + u(x_i, y_{j+1}) + \\ + u(x_{i-1}, y_{j-1}) + u(x_{i+1}, y_{j-1}) + u(x_{i-1}, y_{j+1}) + u(x_{i+1}, y_{j+1})] = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

于是，得出逼近拉普拉斯方程的九点差分格式：

$$\begin{aligned} u(x_i, y_j) &= \frac{1}{2} [u(x_{i-1}, y_j) + u(x_i, y_{j-1}) + u(x_{i+1}, y_j) + u(x_i, y_{j+1})] - \\ &\quad - \frac{1}{4} [u(x_{i-1}, y_{j-1}) + u(x_{i+1}, y_{j-1}) + u(x_{i-1}, y_{j+1}) + u(x_{i+1}, y_{j+1})] \end{aligned} \quad (6)$$

其截断误差的阶为 $O(h^2)$ 。

因此，网格节点 (x_i, y_j) 上的区域重力值由求解方程组(6)获得。如果 $(x_{i-1}, y_j), (x_i, y_{j-1}), \dots$ 等右端节点中有点落在边界上，则对应的 u 值（重力值）就用边值 $\alpha(x, y)$ 。这样定解问题(1)就转化为解方程组(6)。可以证明^[2]方程组(6)的解是存在的而且是唯一的。

3. 异步迭代法 现在用异步迭代法解方程组(6)：将节点 (x_i, y_j) ……脚标简化，方程(6)可写成：

$$\begin{aligned} u_{i,j} &= \frac{1}{2} [u_{i-1,j} + u_{i,j-1} + u_{i+1,j} + u_{i,j+1}] - \frac{1}{4} [u_{i-1,j-1} + u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j+1} + \\ &\quad + u_{i+1,j+1}] \end{aligned}$$

解此方程组的异步迭代程序是：

$$\begin{aligned} u_{i,j}(K) &= \frac{1}{2} [u_{i-1,j}(K) + u_{i,j-1}(K) + u_{i+1,j}(K-1) + u_{i,j+1}(K-1)] - \\ &\quad - \frac{1}{4} [u_{i-1,j-1}(K) + u_{i+1,j-1}(K) + u_{i-1,j+1}(K-1) + u_{i+1,j+1}(K-1)] \end{aligned} \quad (7)$$

(7)式表明在计算第 K 次近似值 $u_{i,j}(K)$ 时，右端八个相邻点中有些节点上的第 K 次近似值已

球面模型理论值和迭代值对比表

理论值	测 点										
迭代值											
测 线	10.0	9.85	9.43	8.79	8.00	7.16	6.31	5.50	4.76	4.11	3.51
	9.85	9.71	9.29	8.67	7.90	7.07	6.24	5.44	4.72	4.07	3.51
		9.68	9.27	8.65	7.89	7.07	6.25	5.46	4.73	4.08	
	9.43	9.29	8.91	8.32	7.61	6.83	6.04	5.28	4.59	3.97	3.43
		9.27	8.88	8.30	7.59	6.83	6.05	5.31	4.61	3.98	
	8.79	8.67	8.32	7.80	7.16	6.45	5.73	5.04	4.39	3.82	3.31
		8.65	8.30	7.78	7.14	6.45	5.74	5.05	4.41	3.83	
	8.00	7.90	7.61	7.16	6.59	5.97	5.34	4.72	4.14	3.62	3.15
		7.89	7.59	7.14	6.58	5.97	5.34	4.72	4.14	3.62	
	7.16	7.07	6.83	6.45	5.97	5.44	4.90	4.36	3.85	3.38	2.96
		7.08	6.83	6.45	5.97	5.44	4.89	4.36	3.84	3.38	
	6.31	6.24	6.04	5.73	5.34	4.90	4.43	3.97	3.54	3.13	2.76
		6.25	6.06	5.75	5.34	4.89	4.43	3.97	3.53	3.12	
	5.50	5.44	5.28	5.04	4.72	4.36	3.97	3.59	3.22	2.87	2.55
		5.46	5.31	5.05	4.73	4.36	3.97	3.58	3.21	2.86	
	4.76	4.72	4.59	4.39	4.14	3.85	3.54	3.22	2.90	2.61	2.33
		4.73	4.61	4.41	4.15	3.85	3.53	3.21	2.89	2.60	
	4.11	4.07	3.97	3.82	3.62	3.38	3.13	2.87	2.61	2.36	2.12
		4.09	3.98	3.83	3.63	3.38	3.13	2.86	2.60	2.35	
	3.54	3.51	3.43	3.31	3.15	2.96	2.76	2.55	2.33	2.12	1.92

经求得,就用这些值代替原来的第 $(K-1)$ 次近似值。异步迭代的意义就是在 K 次迭代过程中不只利用 $(K-1)$ 次结果,还马上利用相邻点的 K 次迭代值。使之加快迭代收敛速度。

必须注意,使用异步迭代法时,要按节点的自然顺序逐线逐点地进行迭代。可以规定,由小号到大号,逐线逐点用同一顺序依次进行迭代。

这样就得到一个近似解的序列 $\{u_{i,j}(K)\}$ ($K=0,1,2,\dots$)。数学上已经证明,不管初始值 $\{u_{i,j}(0)\}$ 如何选取,当 $K \rightarrow \infty$ 时,此序列必收敛于差分方程(6)的解。通常对充分大的 K ,当相邻两次迭代解 $\{u_{i,j}(K-1)\}$ 、 $\{u_{i,j}(K)\}$ 之间的误差小于某个预先给定的适当小的控制数 $\epsilon > 0$ 时,就可以结束迭代过程。 $\{u_{i,j}(K)\}$ 就是所求的区域异常值。

然后,用实测重力值和区域重力值相减就给出局部异常值。

计 算 步 骤

1. 选择网格边界 要预先大致了解局部异常范围,网格边界应尽可能地落在局部异常以外的区域背景场上。同时对边界值(区域重力异常值)做必要的圆滑,避免畸变点干扰,保证迭代过程稳定。

2. 规定迭代顺序 如图1所示,已知边界值 $\alpha(x,y)=\{u_{0,j}\} \cup \{u_{i,0}\} \cup \{u_{N,j}\} \cup \{u_{i,M}\}$,

($i = 0, 1, 2, \dots, N$; $j = 0, 1, \dots, M$;)。网格节点 $u_{i,j}$ 以 $j = 1, 2, \dots, M-1$; $i = 1, 2, \dots, N-1$ 的顺序进行迭代。

3. 给定初始值 $\{u_{i,j}(0)\}$ 根据九点差分格式, 利用与 (i, j) 节点有相同的四个边界值和网格的四个角点上的 u 值给出 $\{u_{i,j}(0)\}$:

$$u_{i,j}(0) = \frac{1}{2} (u_{0,j} + u_{i,0} + u_{N,j} + u_{i,M}) - \frac{1}{4} (u_{0,0} + u_{N,0} + u_{0,M} + u_{N,M})$$

4. 进行 K 次迭代

$$u_{i,j}(K) = \frac{1}{2} [u_{i-1,j}(K) + u_{i+1,j}(K) + u_{i,j-1}(K-1) + u_{i,j+1}(K-1)] - \frac{1}{4} [u_{i-1,j-1}(K) + u_{i-1,j+1}(K) + u_{i+1,j-1}(K-1) + u_{i+1,j+1}(K-1)], \quad K = 1, 2, \dots$$

注意: 等式右端节点落在边界点时, 不管哪次迭代, 对应的 u 值恒用边界上已知的场值 $\alpha(x, y)$ 。

5. 修正 $\{u_{i,j}(K)\}$, 加快收敛速度

$$u_{i,j}(K) = u_{i,j}(K) + \delta_{i,j}(K)$$

其中 $\delta_{i,j} = 0.318 [u_{i,j}(K) - u_{i,j}(K-1)]$ 称为 K 次迭代修正值。

6. 计算相邻两次迭代值 $\{u_{i,j}(K-1)\}$ 和 $\{u_{i,j}(K)\}$ 间的误差:

$$m_{k-1,k} = \sqrt{\frac{\sum [u(K) - u(K-1)]^2}{2(M-1)(N-1)}}$$

规定: $m_{k-1,k}$ 小于控制数 ϵ ($10^{-4} \sim 10^{-6}$ 级次) 时, 迭代停止。

7. 方程解的先验估计 (极值定理检验) 网格节点上 $u_{i,j}(K)$ 值不大于边值中的最大值, 也不小于边值中的最小值, 也就是说, 当 $\max \{u_{i,j}(K)\} < \max \{\alpha(x, y)\} \cap \min \{u_{i,j}(K)\} > \min \{\alpha(x, y)\}$ 时, 输出 $u_{i,j}(K)$ 。否则尚须重新给定控制数 ϵ , 继续迭代之。

8. 提取局部异常值 即将实测重力值和区域重力异常值相减。

本方法对非矩形测网也同样适用, 但必须已知测区封闭边界上的区域异常值。

精度讨论

1. ϵ , K 和 η 的关系 给出不同的控制小数 ϵ 和迭代次数 K , 就会给出不同的迭代结果。我们通过球面理论模型来研究迭代结果的精度。取模型的理论边界值为已知条件, 用上述方法求出网格节点上的迭代值。随着 ϵ 减小, 迭代结果逐渐逼近理论值。当 ϵ 为 10^{-4} 级次时, 迭代结果已经比较理想 (图2)。与理论图比较, 等值线看不出差别, 用理论值和迭代值的平均相对误差 η 来衡量 (见表1), 经计算, 精度 $\eta = 0.21\%$ (标准差 $s = 0.17\%$), 该精度已经高于目前重力勘探实测精度水平。因此, 规定 ϵ 选择在 $10^{-4} \sim 10^{-6}$ 级次。当相邻两次迭代解 $\{u_{i,j}(K-1)\}$ 和 $\{u_{i,j}(K)\}$ 间的误差小于 ϵ 时, 就可以结束迭代过程。 $\{u_{i,j}(K)\}$ 就是所求的区域异常值, 充分满足实测重力资料的精度要求。

达到上述精度要求的迭代次数 K 经试验大约等于或大于网格节点的总数。

2. 不同曲面类型的精度分析 选择了平面、球面、双曲抛物面 (鞍面) 等三种常见的区域异常模型, 进行方法精度比较。分别取它们的理论边值为已知条件, 用上述方法求出网格节点上的迭代值, 再和理论数据进行比较。对于球面模型, 从图2的分析能取得满意的迭代结果。对于平面模型, 迭代值和理论值完全相同。这一点说明, 本方法包括了常用的平行直线法和圆周平均法的功能; 对于双曲抛物面模型, 迭代的结果和理论值绘于图3, 两者的等值线几乎没有差别。平均相对误差 $\eta = 0.40\%$ 。

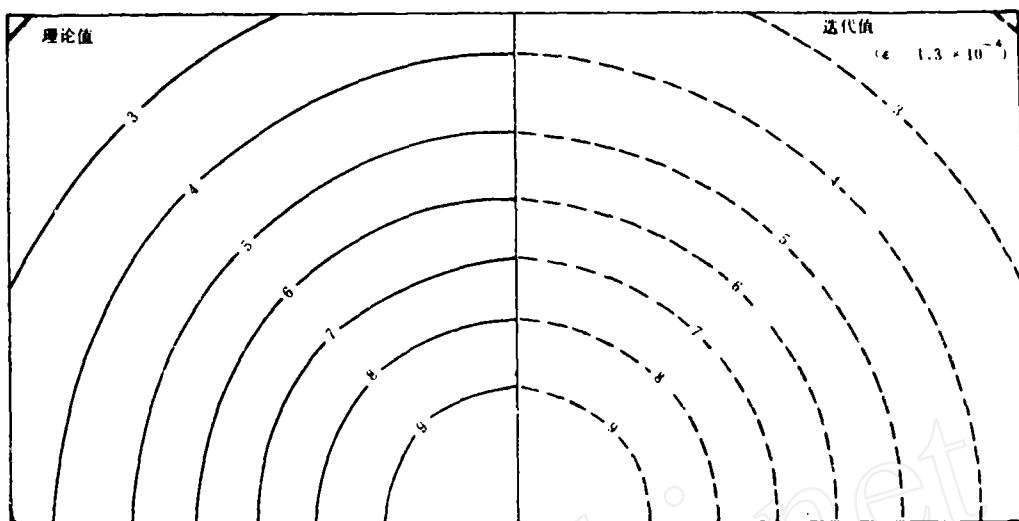


图2 球面模型差分迭代精度分析图

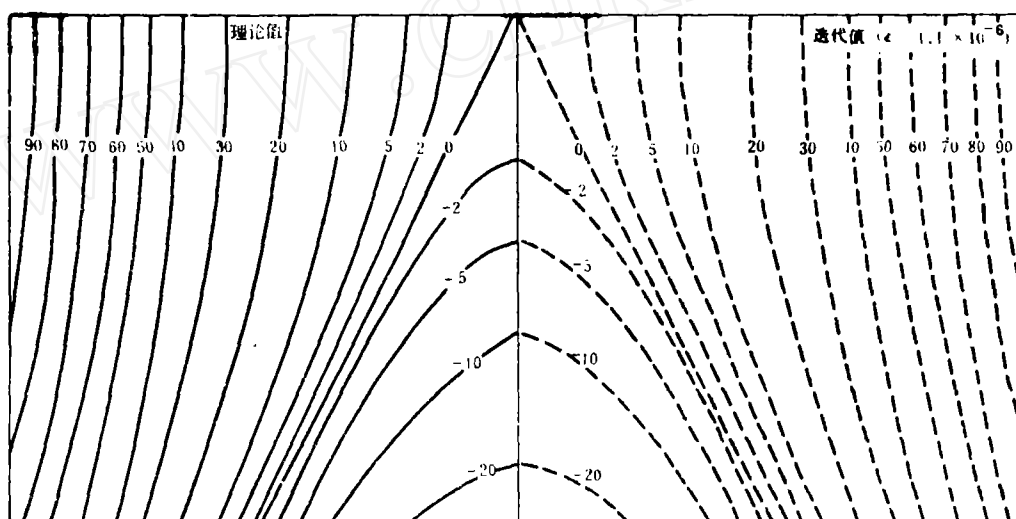


图3 双曲抛物面模型差分迭代精度分析图

能满足重力勘探精度要求。尤其是，理论场值虽然相差125毫伽，仍能取得满意的迭代结果，说明方法的适应性较强。

3.不同测区形状的精度分析 理论指出，本方法也适用于不规则的测网形状。我们曾在图2所示的球面模型上划出一块长方形测区和一块缺角正方形测区进行方法精度比较。取理论边值为已知条件，用上述方法求出网格点上的迭代值。其等值线平面图绘于图4。与理论值比较，等值线的形态非常逼近。理论值和迭代值的平均相对误差 $\eta = 0.3\%$ (ϵ 为 10^{-4} 级次)，也高于勘探精度水平。

本方法适用于不规则形的测网，为实际工作提供了很大方便。对于实测重力资料，只须分辨出封闭边界上的区域异常值，这是易于做到的。其它一些方法则要求矩形测区，因而要求在空缺部分人为地补数，或者去掉不规则的部分，这都影响成果利用。相比之下，本方法有明显的优点。

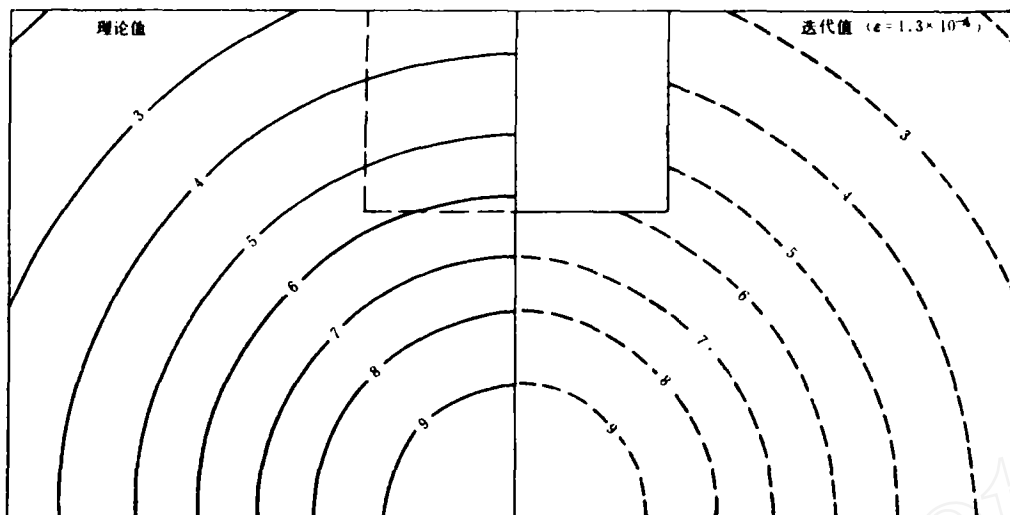


图4 缺角正方形测区差分迭代精度分析图

实 测 效 果

选择了江苏地区大、中、小三种规模铁矿床上的重力资料，用本方法划分局部异常和区域异常的效果都很好。

实例1 梅山铁矿位于宁芜中生代火山断陷盆地北段西翼。矿区构造大致为北北东向短轴背斜，沿核部有岩体侵入。岩体赋存在辉石闪长玢岩与龙王山组安山岩的接触破碎带中，为大型透镜体。控制深度100～500米。铁矿石储量达3亿多吨。岩矿密度测定结果：铁矿—3.7～4.4克/厘米³，辉石闪长玢岩—2.7克/厘米³，安山岩—2.5克/厘米³，红层—2.3克/厘米³。

用本方法提取的局部异常和区域异常平面图示于图5。

区域异常等值线为椭圆形形状，场值由南东向北西递减，水平梯度约为2.5毫伽/公里，反映了矿

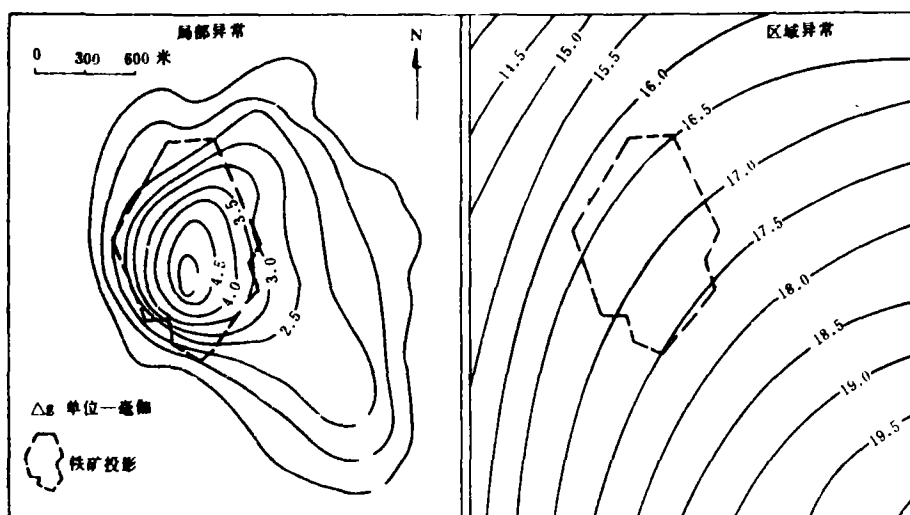


图5 梅山测区重力局部异常提取图

区处于火山盆地北西翼的地质背景,推测是火山岩与红层的密度界面所致。

局部异常呈椭圆形,极值5毫伽,范围1.2平方公里,与矿区边界投影范围大致吻合。此异常主要为铁矿引起。用 $M = 23.8 \Sigma \Delta g \Delta s$ (吨)公式估算异常质量等于1.6亿吨,取矿石密度 σ 为4.1克/厘米³,围岩密度 σ_0 为2.6克/厘米³,则矿石量等于4.1亿吨和目前勘探所获的储量有些差别,说明局部异常部分是岩体与火山岩密度界面所致。但是在勘探前,作这种估算对预测矿体远景规模是有意义的。

实例2 王浩矿区位于常澄中断束的北东端。矿床受东西向构造断裂带控制。矿体赋存在花岗岩与石炭系灰岩(?)接触带上。控制深度280~550米。矿石储量约2000万吨。岩矿密度测定结果:铁矿—3.9~4.2,夕卡岩—3.2,大理岩—2.7,花岗岩—2.6。

用本方法提取的局部异常和区域异常平面图见图6。

区域异常表现为双曲抛物面形状。场值东西高,南北低。水平梯度约1.0毫伽/公里,两条直母线

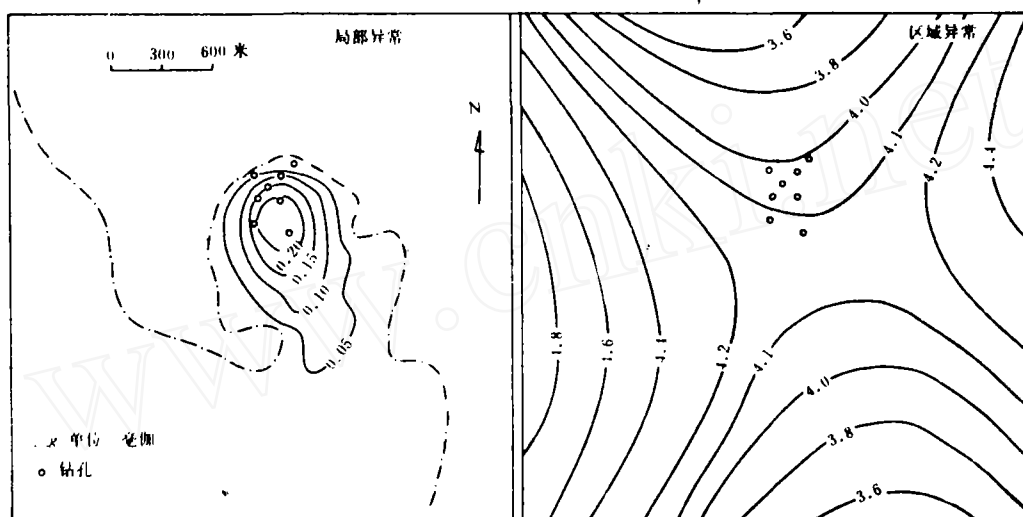


图6 王浩测区重力局部异常提取图

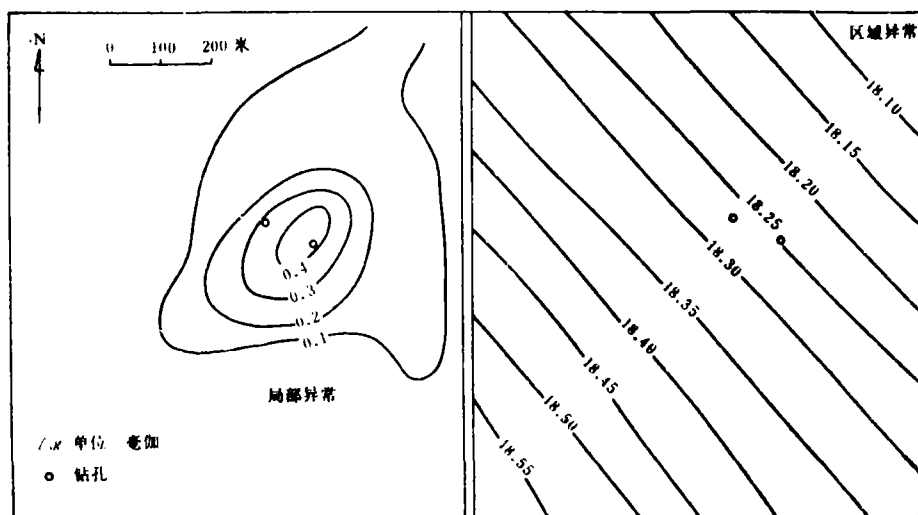


图7 柳四圩测区重力局部异常提取图

方向分别为北东35°与北西55°，与两组区域构造走向一致。矿区位于构造交会处。区域场形态反映了东西展布的隆起和南北沉降新生代断凹的构造布局。

局部异常似椭圆形，极值0.2毫伽，范围为0.6平方公里，矿体在局部异常范围内。此异常低缓，原因是矿体的规模小、埋深大所致。对于2000万吨规模，延深和宽度之比为4:1的直立体，在300米埋深时估算重力最大值的为0.18毫伽。与该异常大小级次相同，说明分离结果比较合理。

实例3 柳四圩小型铁矿位于宁镇穹断褶束东段北缘。矿体赋存在二长花岗斑岩和栖霞灰岩的接触带中，验证重磁异常宽约30米，埋深50米。估计储量几十万吨。岩矿密度测定结果：铁矿—4.1，夕卡岩—3.2，灰岩—2.7，二长花岗斑岩—2.5。

用本方法提取的局部异常和区域异常绘于图7。

区域异常呈平面形状。场值由南西向北东缓慢递减。水平梯度0.5毫伽/公里。反映出穹断褶束北缘的特征，推测是新地层的密度界面所致。

局部异常似椭圆形。极值0.4毫伽，范围0.1平方公里，矿体在异常范围内。该异常是由灰岩接触带及矿体所引起的。此异常场值较小，但在区域背景上显示清晰，说明矿虽小，但埋深较浅时，仍然能观测到明显的重力异常。

参加本课题研究还有李永朴同志。

参 考 文 献

- [1] 重力勘探资料解释手册，地质出版社，1983
- [2] 李荣华、冯果忱编，微分方程数值解法，人民教育出版社，1981

全国勘查地球化学找金学术会议在烟台召开

全国勘查地球化学找金学术会议，1984年10月4日至10日在烟台召开。会议目的是总结交流近几年来开展化探找金的经验，促进化探找金工作更广泛深入的开展。

来自地质矿产部、有色金属工业总公司、冶金工业部、核工业部、黄金部队和大专院校80多个单位的130余名代表参加了会议，会前收到论文摘要63篇，会议期间收到论文或报告38篇。包括原生矿、次生矿、分散流、包裹体、汞气测量和痕量金快速测定方法等方面的论文，基本上反映了我国金矿化探的现状和水平。

会议由专业委员会副主任委员欧阳宗圻致开幕词，山东冶金地质勘探公司总工程师陆盛鼎到会讲了话。会议期间，专业委员会讨论了今后的学术活动和换届等事宜。大会上，张本

仁教授介绍了莫斯科第27届国际地质大会的情况和国外化探现状，28位代表在大会上宣读了论文，并进行了分组讨论，使代表们有机会充分、深入、广泛地交流成功的经验和不成功的案例，共同探讨金矿化探工作中存在的主要问题和解决问题的思路、途径和方法。通过交流，与会代表一致认为：我国的化探找金工作已取得了可喜的成果，并对今后化探找金工作的前景充满了信心。

最后由地质矿产部物探局副局长沈时全作了总结。在谈到对今后工作的意见时，他着重指出：要強化探基础工作的研究，注意基本数据的总结和积累，要加强生产前的实验工作，注意综合找矿和经济效益，使化探找金工作近期内有一个新的突破。