

外检结果系统误差统计检验公式的改换

在一些找矿勘探方面的教材中^{[2][3][4]},用来检验化学分析外检结果系统误差的或然率系数 t 的计算公式与二十年前的公式^[1]没有变化,即:

$$t = \frac{|M_x - M_y|}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2 - 2m_x m_y r}} \quad (1)$$

公式(1)所存在的缺点是明显的,表达式复杂,中间计算环节过多,尤其是在电子计算器普及以前,则需大量手算操作。这也是野外地质队在实际工作中难以推广的主要原因之一。

笔者在多年的实际工作中,运用统计学原理推导了另一个计算或然率系数 t 的公式:

$$t = \frac{|M_{y-x}|}{\sqrt{D_{y-x}/n}} \quad (2)$$

式中 n —检查样品的数目; x —样品外检分析值; y —样品原分析值

$$M_{y-x} = \frac{\sum(y - x)}{n} \text{ 系样品误差平均值;}$$

$$D_{y-x} = \sigma_{y-x}^2 = \frac{\sum(y - x - M_{y-x})^2}{n} \text{ 或}$$

$$S_{y-x}^2 = \frac{\sum(y - x - M_{y-x})^2}{n-1} \text{ 系}$$

样品误差值的方差。

公式(2)的推导:

样品外检分析结果 x 视为该样品的真实品位,原分析结果误差值 $d = y - x$ 服从正态分布,其数学期望应为零值,设其分布方差用 D_{y-x} 表示。则原分析结果误差值 d 的平均值 $M_d = M_{y-x}$ 也应服从正态分布,其数学期望也应为零值,其分布方差可知为 D_{y-x}/n 。

从统计学原理得知,下述统计量:

$$t = \frac{M_{y-x}}{\sqrt{D_{y-x}/n}} \quad (3)$$

应该服从标准正态分布。

若 n 值较大时 (>50) 用极大似然估计量 $\sigma_{y-x}^2 = \sum(y - x - M_{y-x})^2/n$ 代替 D_{y-x} ; n 值

较小时 ($30 \sim 50$) 用无偏估计量 $S_{y-x}^2 = \sum(y - x - M_{y-x})^2/(n-1)$ 代替 D_{y-x} 。

因为 D_{y-x} 的理论值是未知数,故用估计量 σ_{y-x}^2 或 S_{y-x}^2 代替 D_{y-x} 。在样本过小时 (即 $n < 30$), 上述统计量 t 已不能近似服从标准正态分布,检验结果将不准确。

一般统计检验时,给出检验水平 $\alpha = 0.05$, 去双尾置信区间 ($0.025 \sim 0.975$) 为 $1 - \alpha = 0.95$, 从标准积累正态分布表可查得 $t_\alpha = 1.96 \approx 2$, 若 $|t| < t_\alpha$, 则可以认为无系统误差。公式(3)取绝对值得到公式(2)。

其实,公式(2)就是公式(1),这是不难证明的。只要将公式(1)中的 m_x 、 m_y 和 r 回代简化就可导出公式(2)。

$$\begin{aligned} t &= \frac{|M_x - M_y|}{\sqrt{m_x^2 + m_y^2 - 2m_x m_y r}} \\ &= \frac{|M_y - M_x|}{\sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\sigma_x \sigma_y r)/n}} \\ &= \frac{\left| \frac{\sum y}{n} - \frac{\sum x}{n} \right|}{\sqrt{[\sum(x - M_x)^2 + \sum(y - M_y)^2 - 2\sum(x - M_x)(y - M_y)]/n}} \\ &= \frac{|M_{y-x}|}{\sqrt{\sum(y - x - M_{y-x})^2/n^2}} = \frac{|M_{y-x}|}{\sqrt{D_{y-x}/n}} \end{aligned}$$

用公式(2)计算或然率系数 t 值是非常简便的。如使用有单变量统计计算功能的电算器则更方便,只要将样品误差值 $d_i = y_i - x_i$ 作为单变量输入,立即可算出 t 值。

在实际工作中,笔者多次使用公式(1)和公式(2)进行对比计算,其计算结果 t 值完全相同。

(唐炎森)

参考文献

- [1] 北京地质学院, 找矿勘探地质学(讲义, 下册), 北京地质学院出版科, 1959
- [2] 中南矿冶学院, 找矿勘探地质学(下册), 1976
- [3] 长春地质学院, 矿床勘探, 地质出版社, 1979
- [4] 成都地质学院等, 找矿勘探学(中册), 地质出版社, 1980