



二维磁异常资料的一种解释方法

许明七

本文根据复变函数理论给出了只具备磁异常垂直分量资料的情况下对二维磁异常进行反演的一种方法。本方法既适用于水平线上的,也适用于起伏地形上的磁测资料解释。

在垂直二度磁性地质体走向的剖面上建立 oxy 复平面(图1),用 $z = x + jy$ 表示观测点的复坐标, $\zeta = \xi + j\eta$ 表示地质体截面区域 S 内任一点的复坐标。那么,在区域 $|z| > |\zeta|$ 内,借助二项式展开式可将复场强 $T(z)$ 展成 z 的负幂级数。

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = 2J_s e^{-j\theta_s} \iint_S \frac{1}{(z - \zeta)^2} dS = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^{-(n+1)} \quad (1)$$

$$\text{其中: } c_n = a_n + jb_n = 2nJ_s e^{-j\theta_s} \iint_S \zeta^{n-1} dS; \quad (2)$$

J_s 为有效磁化强度; θ_s 为有效磁化强度的倾角。

由(2)式,当 $n=1$ 时,有

$$C_1 = a_1 + jb_1 = 2M_s e^{-j\theta_s} \quad (3)$$

式中, $M_s = J_s \cdot S$ 为磁性体单位走向长度上的有效磁矩。由(3)式可得

$$M_s = -\frac{1}{2} |C_1| = -\frac{1}{2} \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (4)$$

$$\theta_s = -\arg C_1 = -\tan^{-1} \frac{b_1}{a_1} \quad (5)$$

又,由(2)式,当 $n=2$ 时,有

$$C_2 = a_2 + jb_2 = 4J_s e^{-j\theta_s} \iint_S \zeta dS \quad (6)$$

若用 $\zeta_0 = \xi_0 + j\eta_0$ 来表示积分中值点的复坐标,将重积分中值定理运用于(6)式,则得

$$C_2 = a_2 + jb_2 = 4M_s e^{-j\theta_s} \cdot \zeta_0 \quad (7)$$

将(3)式代入(7)式并整理得

$$\xi_0 = -\frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{2(a_1^2 + b_1^2)} \quad (8)$$

$$\eta_0 = -\frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{2(a_1^2 + b_1^2)} \quad (9)$$

公式(4)、(5)、(8)和(9)即截面为任意形状且有界的二度磁性体各参数与磁异常负幂级数展开式系数之间的关系式。下面先给出几种规则形状磁性体的磁异常负幂级数展开式,而后给出磁性体的几何参数、磁参数与磁异常负幂级数展开式的系数之间的关系式。

1. 水平圆柱体: 其复场强表达式为

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = 2M_s e^{-j\theta_s} \frac{1}{(z - \zeta_0)^2} \quad (10)$$

式中, ζ_0 为水平圆柱体截面中心的复坐标,其他参数之意义见图2,在区域 $|z| > |\zeta_0|$ 内,可将(10)式展成负幂级数

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^{-(n+1)} \quad (11)$$

$$\text{其中, } C_n = a_n + jb_n = 2nM_s e^{-ji_1} \cdot \zeta_0^{n-1} \quad (12)$$

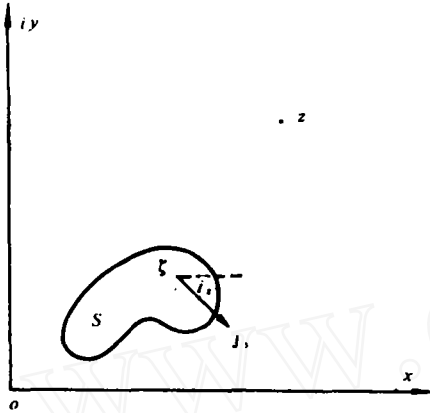


图 1

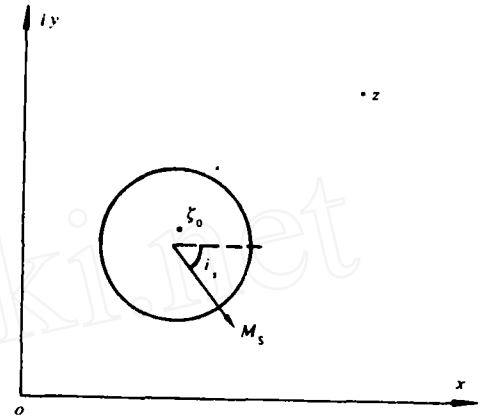


图 2

2.有限延深薄板状体: 其复场强表达式为

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = 4J_s b \sin \alpha e^{j(\alpha - i_1)} \left(\frac{1}{z - \zeta_2} - \frac{1}{z - \zeta_1} \right) \quad (13)$$

式中各个参数的定义见图 3。在区域 $|z| > \max\{|\zeta_1|, |\zeta_2|\}$ 内, 可将 (13) 式展成负幂级数

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^{-(n+1)} \quad (14)$$

$$\text{其中, } C_n = a_n + jb_n = 4J_s b \sin \alpha e^{j(\alpha - i_1)} \cdot (\zeta_2^n - \zeta_1^n) \quad (15)$$

3.无限延深薄板状体: 其复场强表达式为

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = -4J_s b \sin \alpha e^{j(\alpha - i_1)} \frac{1}{z - \zeta_1} \quad (16)$$

式中各个参数的定义见图 4。在区域 $|z| > |\zeta_1|$ 内, 可将 (16) 式展成负幂级数

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^{-n} \quad (17)$$

$$\text{其中, } C_n = a_n + jb_n = -4J_s b \sin \alpha e^{j(\alpha - i_1)} \cdot \zeta_1^{n-1} \quad (18)$$

4.半无限水平层: 其复场强表达式为

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = 2j_s \sin \alpha e^{j(\alpha - i_1)} \ln \frac{z - \zeta_2}{z - \zeta_1} \quad (19)$$

式中各个参数的定义见图 5。在区域 $|z| = \max\{|\zeta_1|, |\zeta_2|\}$ 内, 运用公式

$$\ln(1-t) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^n}{n}, \quad |t| < 1$$

可将 (19) 式展成负幂级数

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^{-n} \quad (20)$$

其中, $C_n = a_n + jb_n = 2J_s \sin \alpha e^{j(\alpha - i_s)} \frac{\zeta_1^n - \zeta_2^n}{n}$ (21)

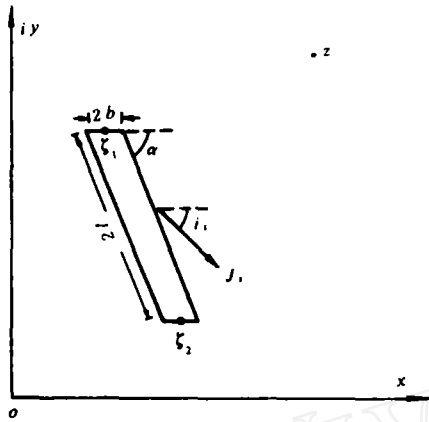


图 3

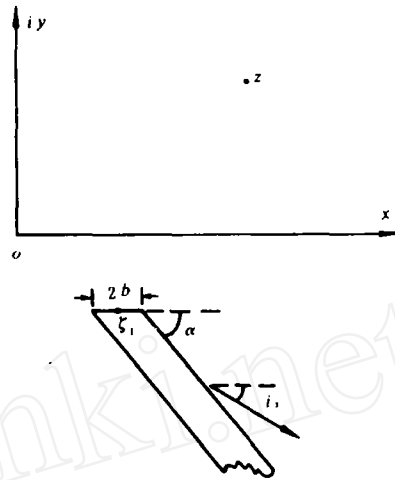


图 4

由 (12) 式、(15) 式、(18) 式和 (21) 式可见, 上述几种规则形体磁异常负幂级数展开式的系数中蕴含着磁性体各参数的信息。现将有限延深薄板状体各参数的反演公式推导如下, 其他形体的则列于表 1。

由 (15) 式, 当 $n = 1$, $n = 2$ 和 $n = 3$ 时, 有

$$C_1 = a_1 + jb_1 = 4J_s b \sin \alpha e^{j(\alpha - i_s)} (\zeta_2 - \zeta_1) \quad (22)$$

$$C_2 = a_2 + jb_2 = 4J_s b \sin \alpha e^{j(\alpha - i_s)} (\zeta_2^2 - \zeta_1^2) \quad (23)$$

$$C_3 = a_3 + jb_3 = 4J_s b \sin \alpha e^{j(\alpha - i_s)} (\zeta_2^3 - \zeta_1^3) \quad (24)$$

因有 (见图 3)

$$\zeta_2 - \zeta_1 = |\zeta_2 - \zeta_1| e^{-j\alpha} = 2l e^{-j\alpha}$$

且考虑到, 有限延深薄板状体单位走向长度上的有效磁矩 M_s 可表示为

$$M_s = 4J_s b l \sin \alpha;$$

横截面中心点复坐标 ζ_0 可表示为

$$\zeta_0 = \xi_0 + j\eta_0 = \frac{\xi_1 + \xi_2}{2} + j \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}$$

于是, 类似于上面的推导, 由 (22) 式和 (23) 式可得

$$M_s = \frac{1}{2} \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \quad (25)$$

$$i_s = -\tan^{-1} \frac{b_1}{a_1} \quad (26)$$

$$\xi_0 = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{2(a_1^2 + b_1^2)} \quad (27)$$

$$\eta_0 = \frac{a_1 b_2 - a_2 b_1}{2(a_1^2 + b_1^2)} \quad (28)$$

由 (22) 式、(23) 式和 (24) 式, 不难得到

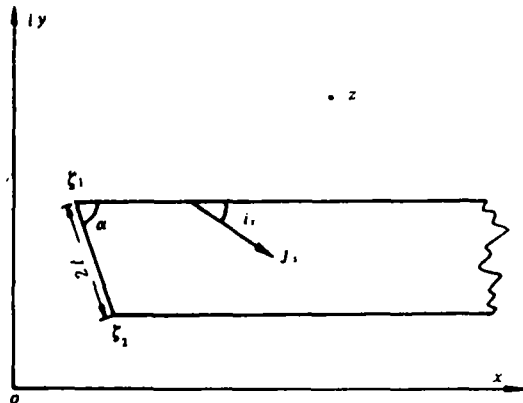


图 5

有限延深薄板状体两个端点的复坐标表达式

$$\zeta_{1,2} = \frac{C_2 \pm \sqrt{4C_1C_3 - 3C_2^2}}{2C_1} \quad (29)$$

由 (29) 式, 令

$$u = 4a_1a_3 - 4b_1b_3 - 3a_2^2 + 3b_2^2$$

$$v = 4a_1b_3 + 4b_1a_3 - 6a_2b_2$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{u}$$

并分开实部和虚部而得

$$\xi_{1,2} = \xi_0 \pm \frac{\sqrt[4]{u^2+v^2}}{2\sqrt{a_1^2+b_1^2}} \cos\left(\frac{\theta}{2} + i_s\right) \quad (30)$$

$$\eta_{1,2} = \eta_0 \pm \frac{\sqrt[4]{u^2+v^2}}{2\sqrt{a_1^2+b_1^2}} \sin\left(\frac{\theta}{2} + i_s\right) \quad (31)$$

由上述讨论可知, 如果已知二维磁异常负幂级数展开式前几项的系数, 那么即可求出磁性体的各个参数。下面讨论如何用实测磁异常资料来求得其负幂级数展开式的系数。

由 (1)、(11)、(14)、(17) 和 (20) 等式可见, 二度磁性体复场强负幂级数展开式的一般形式可归纳为如下几种:

表 1

地质体形状	反演公式	备注
水平圆柱体	$\xi_0 = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{2(a_1^2 + b_1^2)}, \quad \eta_0 = \frac{a_1b_2 - a_2b_1}{2(a_1^2 + b_1^2)}$ $M_s = \frac{1}{2}\sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \quad i_s = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{b_1}{a_1}$	
无限延深薄板状体	$\xi_1 = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_1^2 + b_1^2}, \quad \eta_1 = \frac{a_1b_2 - a_2b_1}{a_1^2 + b_1^2}$ $4J_s b \sin \alpha = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \quad \alpha - i_s = \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_1}{a_1}$	
半无限水平层	$\xi_{1,2} = \frac{a_1a_2 + b_1b_2}{a_1^2 + b_1^2} \pm \frac{\sqrt[4]{u^2+v^2}}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} \cos\left(\frac{\theta}{2} + i_s\right)$ $\eta_{1,2} = \frac{a_1b_2 + a_2b_1}{a_1^2 + b_1^2} \pm \frac{\sqrt[4]{u^2+v^2}}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} \sin\left(\frac{\theta}{2} + i_s\right)$ $i_s = -\operatorname{tg}^{-1} \frac{b_1}{a_1}$ $2J_s \sin \alpha = \frac{1}{2}\sqrt{a_1^2 + b_1^2}$	$u = 3(a_1a_3 - b_1b_3 - a_2^2 + b_2^2)$ $v = 3(a_1b_3 + a_2b_1 - 2a_2b_2)$ $\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{v}{u}$

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^{-(n+1)} \quad (32)$$

$$T(z) = H_a(x, y) - jZ_a(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n Z^{-n} \quad (33)$$

前者为截面区域有界的磁性体的, 后者为截面区域无界的磁性体的。若以 $C_n = a_n + jb_n$ 表示复系数, 以指数形式(模为 ρ , 辐角为 φ)表示复坐标 z , 将(32)式和(33)式的实部与虚部分开, 其虚部为:

$$Z_a(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho^{-(n+1)} [a_n \sin(n+1)\varphi - b_n \cos(n+1)\varphi] \quad (32a)$$

$$Z_a(\rho, \varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho^{-n} (a_n \sin n\varphi - b_n \cos n\varphi) \quad (33a)$$

在实际计算中, 我们采用部分和式, 上二式则变为:

$$Z_a(\rho, \varphi) \doteq \sum_{n=1}^N \rho^{-(n+1)} [a_n \sin(n+1)\varphi - b_n \cos(n+1)\varphi] \quad (32b)$$

$$Z_a(\rho, \varphi) \doteq \sum_{n=1}^N \rho^{-n} (a_n \sin n\varphi - b_n \cos n\varphi) \quad (33b)$$

可以近似地代替(32a)式和(33a)式。然后, 将 $2N$ 个实测磁异常值和与之对应的各观测点极坐标 ρ, φ 值, 视情况代入(32b)式或(33b)式, 建立 $2N$ 阶线性方程组, 解之可求得磁异常负幂级数展开式前 N 项系数的近似值。

显然, 求解磁异常反问题所需磁异常负幂级数展开式的系数组, 只要具备磁异常 Z_a 分量资料就可以求得。另外, 在上面的讨论中, 我们对于观测面水平与否并未加任何限制。因此, 可以根据在水平的或起伏不平的地形上测得的二维磁异常垂直分量资料, 求得其负幂级数展开式前几项系数的近似值, 从而求得磁性体的各个参数。

应当指出, 上述反演方法的精度取决于所求得的系数组的近似程度。由于磁异常负幂级数的收敛速度很快, 当观测点复坐标 z 与离坐标原点最远的奇点 ζ_m 之间满足 $|z| \gg |\zeta_m|$ 时, (32b) 式或(33b) 式中的 N 取 3 就能求得精度较高的系数组。若复坐标 z 与奇点 ζ_m 之间只满足 $|z| > |\zeta_m|$ 且相近, 则应取较大的 N 值。此时, 不宜于手算, 而应在电子计算机上进行计算。

为了检验本文所推荐的方法的可靠性, 我们在理论模型上使用 Ti—59 型计算器进行了手算。在图 6 和图 7 中, 分别表示了水平圆柱体和有限延深薄板状体理论模型及其磁异常垂直分量曲线。磁异常理论曲线都是在 $i_s = 60^\circ$, $M_s = 500$ 的情况下算出的。在图 6 和图 7 中的地形线上的“x”号表示, 在求解磁异常负幂级数展开式的系数时所采用的观测点位置。用本文所述反演方法所计算出的 i_s 和 M_s 值连同理论值一并列于表 2, 水平圆柱体中心点位置和有限延深薄板状体两个端点位置则均以“▲”号分别示于图 6 和图 7。由图 6、图 7 及表 2 可见, 本文所给出的解释方法是可行的。

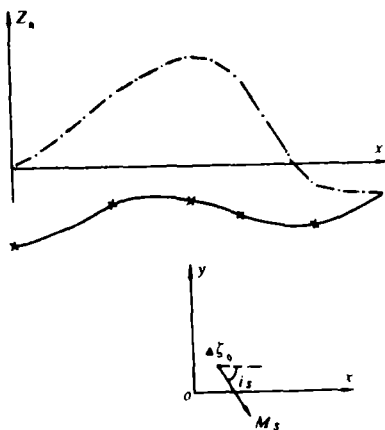


图 6

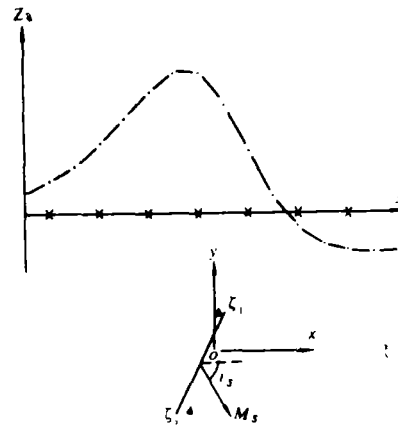


图 7

表 2

地质体形状	i_s			M_s		
	理论值	计算值	相对误差	理论值	计算值	相对误差
水平圆柱体	60°	62.23°	3.72%	500	478.16	-4.37%
有限延深薄板状体	60°	59.37°	-1.05%	500	502.23	0.45%

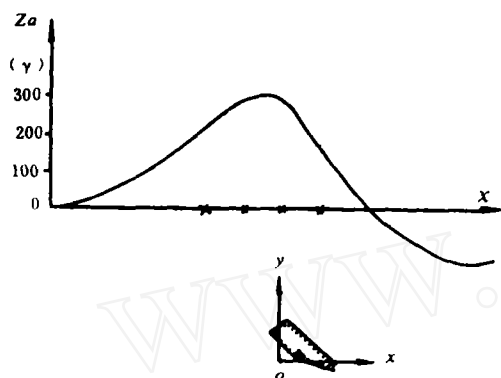


图 8

下面举一计算实例。图 8 是山东某地的磁测剖面(引自《地质与勘探》1980年第11期, 42页)。选用异常中心附近四个观测点(“x”号示)及其异常值, 根据(32b)式建立四阶线性方程组, 解之求得 $i_s = 48.32^\circ$, $M_s = 230.8 \text{ CGSM} \cdot \text{米}^2$, 磁性体中心点位置则用“▲”号示于图 8。实算结果也是令人满意的。

岩矿露头电性测定的装置选择及边界影响

桂林冶金地质学院 海戴媛

在岩石露头上, 特别是在探槽新揭露的新鲜露头或坑道壁上, 测定岩矿石的电性参数, 比室内在标本上测定, 能获得较为真实的数值。本文对露头上测定电参数的技术条件, 包括电极装置和边界影响进行了讨论。

露头测定所用装置的选择

从电法勘探基础理论可知, 当地下半无限空间充满了均匀各向同性介质(其电阻率为 ρ_1 , 极化率为 η_1)时, 无论采用何种装置, 所测得的视电阻率 ρ_s 和视极化率 η_s 的值就是它们的真实值(ρ_1 和 η_1)。

四极(此处指对称四极装置)、三极以及二极装置都可用在露头上进行小极距的测深, 或小极距的剖面测量, 以获取露头的 ρ 及 η 值。三种装置计算电阻率的公式在一般电法勘探的教科书中均可查到, 其极化率计算公式就是其二次电位与

一次电位的比。三种装置测得的电位差 ΔV 对比的特点是, 在电极距及电流相同的情况下有:

$$\Delta V_{MN}^{二极} > \Delta V_{MN}^{四极} > \Delta V_{MN}^{三极}$$

根据上述三种装置场的特征, 在进行露头测定时, 装置的选择可遵循如下原则:

1. 要使 ΔV_{MN} 读数增大, 可采取增大电流或改变装置两种方式。前者只能有限度的增大, 这是因为露头面积不大, 电流太大则导致过大的电流密度, 破坏了场的线性特征, 使基本公式不能适用。所以, 在电流密度较大的情况下, 欲增大 ΔV_{MN} 读数, 以改变装置为宜。

例如: 在极化率较低的露头上测定 η 参数时, 为了保证 ΔV_{MN} 的观测精度而又不使电位密度过大, 以采用二极装置为好。

2. 欲使 ΔV_{MN} 读数减小而又要保证电流有较大的读数时, 应采用三极装置。

例如: 测定电阻率较高的岩石露头的 ρ 时,