



重力异常 g_z 、 g_x 的参量曲线特征及其应用

李九亮

重力勘探在金属矿区的应用虽然愈来愈多,但对局部异常的解释目前仍停留在对异常的简单描述上,还没有建立起象磁法勘探那样完整、系统的定性和定量解释方法,因而妨碍了重力勘探效力的发挥。本文想通过几种简单规则形体重力异常的 g_z - g_x 参量曲线(即以水平线上的局部重力异常 g_z 为纵坐标,相应的重力异常的水平分量 g_x 为横坐标所构成的曲线)特征的研究,来阐明重力异常的 g_z - g_x 参量图在重力资料定性解释中的应用。

g_x 异常目前虽不能直接测定,但可根据实测的局部异常 g_z ,用磁法勘探中根据 Z_n 异常换算 H_n 异常的各种方法,计算出 g_x 异常。因此在重力资料的解释推断过程中, g_z - g_x 参量曲线的制作并不是什么困难的事情。

三 度 体

1. 球体

由文献[1]可得球体的重力异常 $g_z = \rho \sin \theta$, $g_x = \rho \cos \theta$, 其中, ρ 为参量图的极半径; θ 为参量图 ρ 的极角(下同)。球体 g_z 、 g_x 异常的解析表达式为:

$$g_x = -fMx(x^2 + h_c^2)^{-\frac{3}{2}}$$

$$g_z = fMh_c(x^2 + h_c^2)^{-\frac{3}{2}}$$

(其中, f 为万有引力常数; M 为球体的剩余质

量; h_c 为球体的中心埋深)。由上二式得

$$x = -h_c \operatorname{ctg} \theta$$

将 x 代入 g_z 的表达式,并稍加整理,得

$$\rho = fM \cdot \sin^2 \theta \cdot h_c^2 \quad (1)$$

若以 $(fM \cdot h_c^2)$ 为 ρ 的单位,则由公式(1)可得表1所示的 $\rho(\theta)$ 值,由此可得图1所示的 g_z - g_x 参量图。该参量图为以原点为中心的双叶线。由于 $M \geq 0$ 时, $g_z \geq 0$, θ 只能在 $0 \sim \pi/2$ 区间内取值,所以双叶线的下半叶不存在。

表 1

θ	0°	10°	20°	30°	40°	50	60	70	80	90°
ρ	0	0.0302	0.1170	0.2500	0.4132	0.5868	0.7500	0.8830	0.9698	1

2. 无限延深质量线

将文献[1]中所得的 $g_z = \rho \sin \theta$ 代入 g_z 的表达式

$$g_z = f\lambda / (x^2 + h^2)^{-\frac{1}{2}}$$

(其中, λ 为质量线单位长度的剩余质量; h 为其顶端埋深)得

$$x^2 = \frac{(f\lambda)^2}{\rho^2 \sin^2 \theta} - h^2$$

将 x^2 代入 g_x 异常的表达式

$$g_x = \frac{f\lambda h}{x(x^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}}$$

并稍加整理得

$$\rho^2 = (f\lambda/h)^2 \cdot \text{ctg}^2 \theta$$

由于 $\lambda \neq 0$ 时, $g_z \geq 0$, 所以

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{(f\lambda/h)^2 \cdot \text{ctg}^2 \theta} \\ &= (f\lambda/h) |\text{ctg} \theta| \end{aligned} \quad (2)$$

若以 $(f\lambda/h)$ 为 ρ 的单位, 则由 (2) 式可得表 2 所示的 $\rho(\theta)$ 值及图 2 所示的 $g_z - g_x$ 参量图。它的形态与球体的 $g_z - g_x$ 参量图截然不同。因而可根据 $g_z - g_x$ 参量图区分无限延深质量线与球体的重力异常。

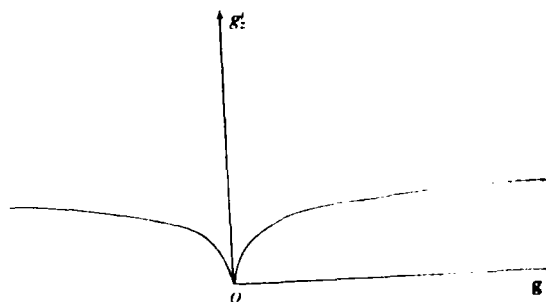


图 2

表 2

θ	0	15°	30	45°	60°	70	80	85	90°
ρ	∞	3.7321	1.7321	1.0000	0.5773	0.3640	0.1763	0.0875	0.0000

3. 有限延深质量线

由于有限延深质量线的 g_z 及 g_x 异常表达式

比较复杂, 不易求出 $g_z - g_x$ 参量图的极坐标解析表达式。但已知 g_z 和 g_x 异常的表达式为

$$\begin{aligned} g_z &= f\lambda \left\{ \frac{1}{(x^2 + h^2)^{1/2}} - \frac{1}{[x^2 + (h + 2l)^2]^{1/2}} \right\} \\ g_x &= f\lambda \left\{ \frac{h}{x(x^2 + h^2)^{1/2}} - \frac{h + 2l}{x[x^2 + (h + 2l)^2]^{1/2}} \right\} \end{aligned}$$

(其中, $2l$ 为质量线的延深长度; 其他参数的意义与无限延深质量线相同)。

于是可求得以 $f\lambda$ 为单位, 长度值以 h 为单位的理论重力异常值。由此即可用作图法求得如图 3 所示的 $g_z - g_x$ 参量图。此参量图的形态和球体的 $g_z - g_x$ 参量图形态相似, 但其长短轴之比与球体的 $g_z - g_x$ 参量图长短轴之比不同。

由球体 g_z 、 g_x 异常的表达式可得, 当 $x = 0$ 时, $g_z = (g_z)_{\max} = fM/h^2$; 当 $x = -\sqrt{2}/2$ 时, $g_x = (g_x)_{\max} = 0.3849 (fM/h^2)$ 。所以球体 $g_z - g_x$ 参量图长短轴之比

$$\begin{aligned} k &= (g_z)_{\max} / [2(g_x)_{\max}] \\ &\approx 1.2990 \end{aligned}$$

而有限延深质量线 $g_z - g_x$ 参量图长短轴之比是随相对延深 $2l/h$ 的增减而增减的 (图 3)。但不论怎样, 它始终是大于 1.2990 的。因而可与球体的 $g_z - g_x$ 参量图相区别。

二 度 体

1. 水平圆柱体

由水平圆柱体的 g_z 异常表达式

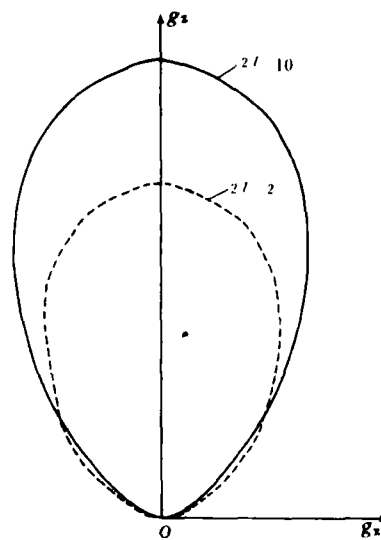


图 3

$$g_z = 2f\lambda h_c / (x^2 + h_c^2)$$

(其中, h_c 为水平圆柱体的中心埋深; λ 为其单位长度的剩余质量) 得

$$x^2 = h_c (2f\lambda - g_z) / g_z \quad (3)$$

再由 g_x 的异常表达式

$$g_x = -2f\lambda x / (x^2 + h_c^2)$$

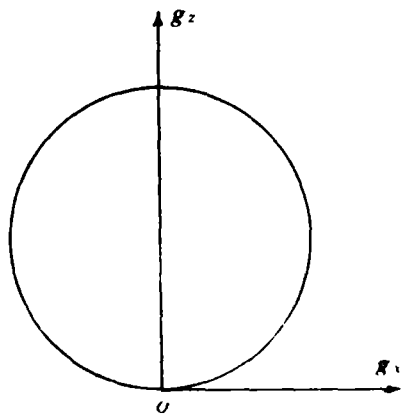


图 4

和 g_z 异常的表达式, 得

$$g_x^2 h_c^2 = x^2 g_z^2 \quad (4)$$

将式 (3) 代入式 (4), 并整理, 得

$$g_x^2 + g_z^2 = 2 f \lambda g_z / h_c \quad (5)$$

(5) 式表明水平圆柱体的 g_z - g_x 参量图是以 $(0, f\lambda/h)$ 为圆心, 半径为 $(f\lambda/h)$ 的圆 (图 4)。

2. 薄板状体

薄板状体 g_z 、 g_x 异常的解析表达式亦较复杂, 不易求得 g_z - g_x 参量图的极坐标表达式。但很容易由其理论公式求得以 $f\sigma$ 为重力异常单位, 以 h 为长度单位的理论值 g_z 、 g_x , 然后即可用作图法求得 g_z - g_x 参量图。

当薄板状体垂直时, 其 g_z 、 g_x 异常表达式为:

$$g_z = f\sigma \cdot \ln \frac{x^2 + (h+2l)^2}{x^2 + h^2} \quad (6)$$

$$g_x = 2 f\sigma (\operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{h+2l} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{h}) \quad (7)$$

(其中, h 、 $2l$ 分别为板状体的顶端埋深和延深长度; σ 为板状体的剩余密度)。于是可得如图 5 A 所示的 g_z - g_x 参量图。由图可见, 它是长轴与 g_z 轴重合, 短轴与 g_x 平行且过原点的椭圆, 并且椭圆长短轴之比是随延深 $2l$ 的增大而增大的, 随 $2l$ 的减小而减小的, 当 $2l \rightarrow 0$ 时, 就由椭圆

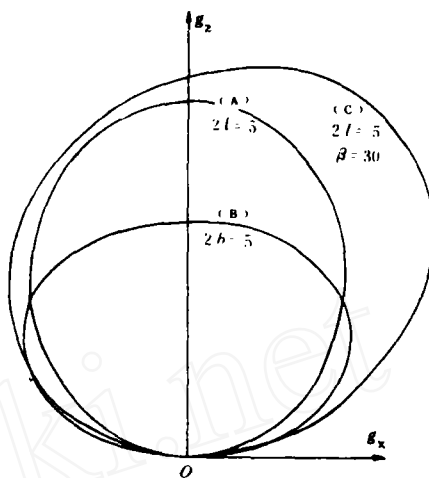


图 5

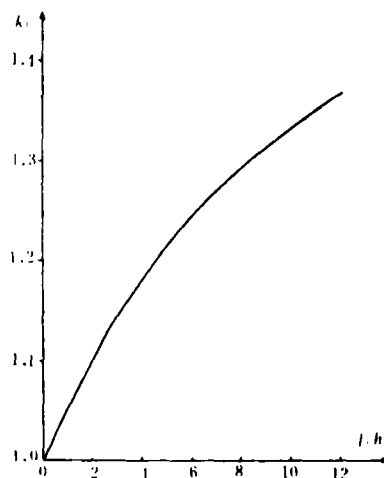


图 6

变为圆, 因而可根据 g_z - g_x 参量图长短轴之比确定薄板状体的延深 $2l$ 。

实际上, 当 $x = 0$ 时, 由式 (6) 可知

$$g_z = (g_z)_{\max} = 2 f\sigma \cdot \ln \frac{h+2l}{h}$$

当 $x = \sqrt{h(h+2l)}$ 时, 由式 (7) 得知

$$g_x = (g_x)_{\min} = 2 f\sigma (\operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{h(h+2l)}}{h+2l} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{h(h+2l)}}{h})$$

所以其 g_z - g_x 参量图长短轴之比为

$$k_1 = \frac{\ln \frac{h+2l}{h}}{2 \left| \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{h(h+2l)}}{h+2l} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{h(h+2l)}}{h} \right|} \quad (8)$$

表 3

l/h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k_1	1.0491	1.1028	1.1437	1.1847	1.2171	1.2455	1.2709	1.2938	1.3148	1.3340	1.3519	1.3689

由上式可得表 3 所示的 k_1 值及图 6 所示的 $k_1(l/h)$ 曲线。由于 k_1 是 (l/h) 的单值函数，因而可根据 k_1 的值由表 3 或图 6 查得 l/h 的值。

同样，当薄板状体水平时，由 g_z 、 g_x 异常的解析表达式

$$g_z = 2f\sigma \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{x+b}{h} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x-b}{h} \right) \quad (9)$$

$$g_x = f\sigma \cdot \ln \frac{(x-b)^2 + h^2}{(x+b)^2 + h^2} \quad (10)$$

(其中， $2b$ 为板状体的宽度； h 为板状体的埋深， σ 为板状体的剩余密度)，得其 g_z — g_x 参量图。该图亦为过原点的椭圆，只是其长轴与 g_x 轴平行，短轴与 g_z 重合（见图 5B），且其长短轴之比也随相对宽度 b/h 的变化而变化，也可根据其长短轴之比确定板状体的相对宽度 b/h 。因当 $x=0$ 时，由式 (9) 得

$$g_z = (g_z)_{\max} = 2f\sigma \cdot \operatorname{tg}^{-1}(b/h)$$

当 $x = (h^2 + b^2)^{1/2}$ 时，由式 (10) 得

$$g_x = (g_x)_{\min} = f\sigma \cdot \ln \frac{(\sqrt{h^2 + b^2} - b)^2 + h^2}{(\sqrt{h^2 + b^2} + b)^2 + h^2}$$

所以 g_z — g_x 参量图长短轴之比为

$$k_b = \left| \ln \frac{(\sqrt{h^2 + b^2} - b)^2 + h^2}{(\sqrt{h^2 + b^2} + b)^2 + h^2} \right| / 2 \cdot \operatorname{tg}^{-1}(b/h) \quad (11)$$

由上式可得表 4 和图 7 所示的 k_b 值

表 2

b/h	1	2	4	3	5	6	7	8	9	10
k_b	1.1222	1.3039	1.4559	1.5799	1.6838	1.7727	1.8505	1.9195	1.9816	2.0380

当板状体倾斜时，同样可利用其 g_z 和 g_x 异常的解析表达式

$$g_z = f\sigma \left[\ln \frac{(h + 2l \cdot \sin \beta)^2 + (x - 2l \cdot \cos \beta)^2}{h^2 + x^2} \sin \beta + 2 \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{h} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x - 2l \cdot \cos \beta}{h + 2l \cdot \sin \beta} \right) \cos \beta \right] \quad (12)$$



图 7

$$g_x = f\sigma \ln \left[\frac{(h + 2l \cdot \sin \beta)^2 + (x - 2l \cdot \cos \beta)^2}{h^2 + x^2} \cos \beta - 2 \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{h} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{x - 2l \cdot \cos \beta}{h + 2l \cdot \sin \beta} \sin \beta \right) \right] \quad (13)$$

求得其 g_z - g_x 参量图 (图 5c)。式中, β 为板状体的倾角; 其余参数的意义与垂直薄板状体中各参数的意义相同。可见它仍为过原点的椭圆, 只是其长轴既不与 g_z 轴重合, 也不与 g_x 轴平行, 而与 g_x 轴成 β 的交角, 且其长短轴之比也随延深长度的增大而增大。条件有利时, 可用椭圆长轴与 g_x 轴的夹角确定薄板状体的倾角, 并可用其长短轴之比来估计板状体的延深长度。

3. 厚板状体

由于厚板状体的 g_z 、 g_x 异常解析表达式更复

杂, 特别是 g_x 异常的解析表达式没有现成的公式可引用。要作厚板状体的 g_z - g_x 参量图必须首先导出厚板状体 g_x 异常的解析表达式。

当板状体垂直时, 若以厚板状体顶面中心在地面的投影为坐标原点, 将 g_x 异常的积分公式

$$g_x = 2f\sigma \iint \frac{(\xi - x) d\xi d\zeta}{(\xi - x)^2 + \zeta^2} \quad (14)$$

分别对 ξ 、 ζ 在 $-b$ 至 b 和 h_1 至 h_2 积分后, 并加整理, 得

$$g_x = f\sigma \left\{ h_2 \cdot \ln \frac{h_2^2 + (b-x)^2}{h_2^2 + (b+x)^2} - h_1 \cdot \ln \frac{h_1^2 + (b-x)^2}{h_1^2 + (b+x)^2} + 2(b-x) \cdot \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{h_2}{b-x} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{h_1}{b-x} \right) - 2(b+x) \cdot \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{h_2}{b+x} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{h_1}{b+x} \right) \right\} \quad (15)$$

同样可得

$$g_z = f\sigma \left[(x+b) \cdot \ln \frac{(x+b)^2 + h_2^2}{(x+b)^2 + h_1^2} - (x-b) \cdot \ln \frac{(x-b)^2 + h_2^2}{(x-b)^2 + h_1^2} + 2h_2 \cdot \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{(x+b)}{h_2} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{(x-b)}{h_2} \right) - 2h_1 \cdot \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{(x+b)}{h_1} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{(x-b)}{h_1} \right) \right] \quad (16)$$

其中, h_1 为板状体的顶面埋深, $h_2 = h_1 + 2l$ 为板状体的底面埋深; $2b$ 为板状体的宽度; σ 为板状体的剩余密度。

若重力异常值以 $f\sigma$ 为单位; x 、 b 、 l 等都以 h_1 为单位, 则由式 (15) 和 (16) 可得图 8 所示的参量图。该参量图仍为椭圆, 其长短轴之比也随延深 $2l$ 和宽度 $2b$ 的变化而变化: 当 $2b$ 增大时, 长短轴之比增大, 不过当 $2l$ 增大时, 长短轴之比则减少 (图 8)。

当板状体倾斜时, 若如图 9 所示的那样, 取其倾斜面与 x 轴的交点为坐标原点, 将式 (14) 中的 ξ 、 ζ 分别在 $-\operatorname{ctg} \beta \cdot \zeta$ 至 $(-\operatorname{ctg} \beta \cdot \zeta + 2b)$ 和 h_1 至 h_2 的范围内积分, 则得

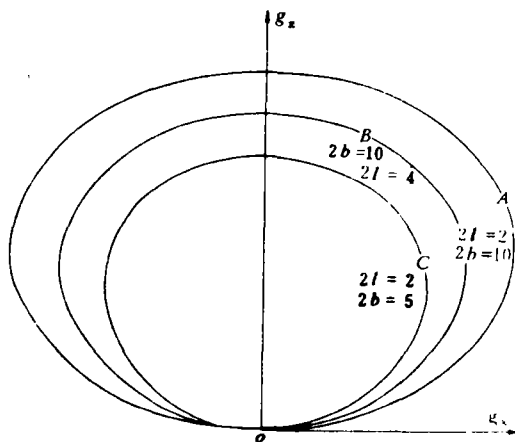


图 8

$$g_x = f\sigma \cdot \sin\beta \left\{ [\zeta \csc\beta - (2b-x)\cos\beta] \ln \left\{ [\zeta \csc\beta - (2b-x)\cos\beta]^2 + (2b-x)^2 \sin^2\beta \right\} - 2[\zeta \csc\beta - (2b-x)\cos\beta] + 2(2b-x)\sin\beta \operatorname{tg}^{-1} \frac{\zeta \csc\beta - (2b-x)\cos\beta}{(2b-x)\sin\beta} - (\zeta \csc\beta + x \cdot \cos\beta) \cdot \ln[(\zeta \csc\beta + x \cdot \cos\beta)^2 + x^2 \sin^2\beta] + 2(\zeta \cdot \csc\beta + x \cdot \cos\beta) - 2x \cdot \sin\beta \operatorname{tg}^{-1} \frac{\zeta \csc\beta + x \cdot \cos\beta}{x \cdot \sin\beta} \right\} \Big|_{h_1}^{h_2} \quad (17)$$

同样,可得

$$g_z = 2f\sigma \left\{ \zeta \left[\operatorname{tg}^{-1} \frac{\zeta \cot\beta + x}{\zeta} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{\zeta \cot\beta + (x-2b)}{\zeta} \right] + x \cdot \sin\beta \left\{ \sin\beta \cdot \ln \sqrt{(\zeta + x \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta)^2 + x^2 \sin^4\beta} - \cos\beta \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{\zeta + x \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta}{x \cdot \sin^2\beta} \right\} - (x-2b) \sin\beta \cdot \left\{ \sin\beta \zeta \ln \sqrt{[\zeta + (x-2b) \sin\beta \cdot \cos\beta]^2 + (x-2b)^2 \sin^4\beta} - \cos\beta \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{\zeta + (x-2b) \sin\beta \cdot \cos\beta}{(x-2b) \sin^2\beta} \right\} \right\} \Big|_{h_1}^{h_2} \quad (18)$$

其中, β 为厚板状体的倾角; $h_2 = h_1 + 2l \cdot \sin\beta$ 为板状体底面的埋深; h_1 为其顶面的埋深; $2b$ 为板状体的宽度。

由于倾斜厚板状体的 g_z 、 g_x 异常表达式极为复杂,手算不容易,作其 $g_z - g_x$ 参量图就更难了。但由倾斜薄板状体与垂直薄板状体的 $g_z - g_x$ 参量图之间的关系,不难想象倾斜厚板状体的 $g_z - g_x$ 参量图的形态也与垂直厚板状体的 $g_z - g_x$ 参量图相同,也是椭圆,只不过是其长轴与 g_x 轴成一交角 β 而已。

由此可见,仅用 $g_z - g_x$ 参量图很难严格地区分薄板状体或厚板状体。为了区分厚板状体和薄板状体,可将 g_z 、 g_x 异常作微分变换:即板状体近于水平时,作 $\frac{\partial g_z}{\partial x}$ 、 $\frac{\partial g_x}{\partial x}$ 变换;当板状体的倾

角较大时,作 $\frac{\partial g_z}{\partial z}$ 、 $\frac{\partial g_x}{\partial z}$ 变换,然后再用 $\frac{\partial g_z}{\partial x}$ 、

$\frac{\partial g_x}{\partial x}$ 曲线或 $\frac{\partial g_z}{\partial z}$ 、 $\frac{\partial g_x}{\partial z}$ 曲线作参量图,如新作的参量图仍为椭圆,则为厚板状体,若新作的参量图为圆,则为薄板状体。根据 g_z 曲线计算上述微分的方法在许多教科书和解释推断手册中都有叙述,不再赘述。

似二度体

1. 有限走向水平圆柱体

有限走向水平圆柱体中心横剖面上的 g_z 、 g_x 异常解析表达式为:

$$g_x = \frac{-2f\lambda}{x^2 + h_c^2} \cdot \frac{xL}{\sqrt{x^2 + L^2 + h_c^2}} \quad (19)$$

$$g_z = \frac{2f\lambda h_c L}{(x^2 + h_c^2) \sqrt{x^2 + L^2 + h_c^2}} \quad (20)$$

式中, $2L$ 为水平圆柱体沿走向的长度; h_c 为其中心埋深; λ 为其单位长度的剩余密度。若令 $g_x = \rho \cos\theta$, $g_z = \rho \sin\theta$, 并将式 (20) 除式 (19) 则得

将其代入式 (20), 并整理得

$$\rho = \frac{f\lambda}{h_c} \sin\theta \frac{2L}{(h_c^2 \csc^2\theta + L^2)^{1/2}} \quad (21)$$

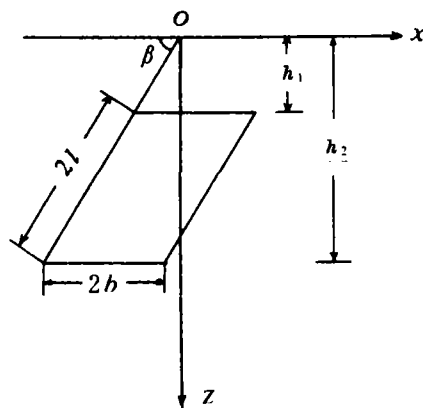


图 9

表 5

θ	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180
$\rho(L/h_c) = 3$	0	0.3175	0.8321	1.2792	1.6164	1.8262	1.8974	1.8262	1.6164	1.2792	0.8321	0.3175	0
$\rho(L/h_c) = 6$	0	0.4352	0.9487	1.3765	1.7008	1.9037	1.9728	1.9037	1.7008	1.3765	0.9487	0.4352	0

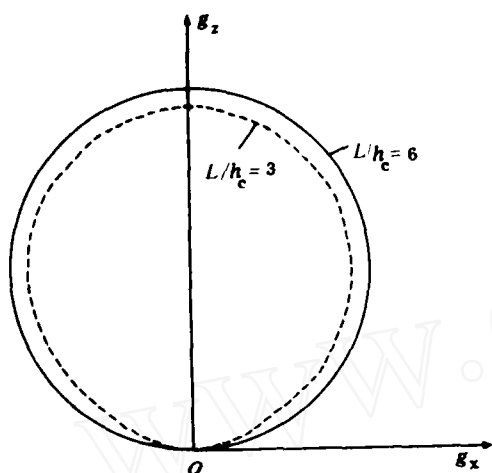


图 10

由式 (21) 即可得表 5 及图 10 所示的参量值和参量图。

由图可见, 随着 L/h_c 的增大, $g_z - g_x$ 参量图长短轴之比逐渐减小。因此在资料解释推断过程中可应用已求得的不同 L/h_c 值时的参量图长短轴之比 (表 6) 求得 L/h_c 的值。

表 6

L/h_c	0	1	2	3	∞
长短直径比	1.3038	1.1806	1.1086	1.0373	1

由上述几种规则二度体和三度体的参量图可见, 地质体的 $g_z - g_x$ 参量图形态随地质体的走向长度, 延深长度和宽度而变。当宽度增大时, 参量图的短轴通过原点, 当走向长度减小时, 参量图的长轴通过原点; 当延深减小时, 参量图由椭圆或蔓叶线变为圆或双叶线 (三度体)。因此可以肯定其他似二度体异常的 $g_z - g_x$ 参量图的形态应介于二度体和三度体异常的 $g_z - g_x$ 参量图之间, 且可根据参量图的形态来估计地质体在三度空间的延伸情况。

参 考 文 献

- [1] B. B. 考留巴金等, 磁法勘探正演与反演问题解法汇集, 中国工业出版社, 1963
- [2] 《地面磁测资料解释推断手册》编写组, 地面磁测资料解释推断手册, 地质出版社, 1979

物化探在蓝家沟钼矿的找矿效果

辽宁省冶金地质勘探公司 105 队

刘玉祥 梁永昌

蓝家沟钼矿是冶金 105 勘探队于 1977~1978 年间用综合物化探方法发现的。经过地表与深部评价, 已初步肯定是具有一定规模的钼矿床。

地 质 概 况

该矿区处在由八家子到杨家杖子成矿带的北东端, 其构造走向为北东向, 以青龙—阜新大断裂为界, 在南东侧与山海关隆起相接, 主要有太古界混合花岗岩分布; 在北西侧为辽西凹陷带, 主要分布着侏罗系、白垩系火山岩和少量古生界

碳酸盐岩及碎屑岩。在这两个构造单元之间的过渡带内, 有频繁的燕山期岩浆活动, 多次为不同阶段的酸性岩浆所侵入。蓝家沟钼矿就产在此过渡带内。

矿区内分布的主要岩石有燕山晚期侵入的细粒花岗岩, 沿北东方向呈不规则状的岩株产出。矿区外围则为中、粗粒的花岗岩, 呈大面积的分布。矿化主要产于细粒花岗岩的东南侧。

矿区内构造比较发育, 以北东和北西向的两组断裂为主, 其次为东西和近南北向的断裂。这