应用高斯法解释倾斜厚板磁异常

引　言

对于厚板磁剖面计算机反演解释方法已有许多报道。McGrath和Hood叙述了一种实质上是试凑的方法，依次任意改变厚板的每个参数，直到找到一组拟合最佳的参数为止。Rao等人（1973）介绍了一种微分校正法，来改善对厚板所给的初始参数。Moo，Hall，Bosum，还有其他的人也都做了许多类似的工作。

所有这些方法大多数从解非线性方程的经典高斯法着手，导出各种最优化方法。Corbato(1965年)和Johnson（1969年）将这类方法用于二度体重磁场的反演。Marquardt为了保证收敛（尽管收敛速度很慢）把最速下降法和高斯法结合起来使用。

根据从磁测剖面获得厚板的近似解来看，这些方案虽然还令人满意，但它们易受以下因素的影响：①难于绝对收敛，②最终解对初始假设解的依赖性。其中有些方法还需要在整个计算过程中给定某些参数，例如磁化率，正常背景值等。

这里所介绍的高斯法能用来同时获得厚板状磁性体的所有参数。微分校正法和最小二乘法相结合的迭代法，能比较迅速地收敛于均方根差绝对极小值。该方法取任意长度的一组数字化数据，求得厚板的倾角、埋深、厚度、水平位置、磁化率以及原始数据的正常场等六个参数。

这项研究是从我们在北卡罗来纳州皮德蒙特东部三迭纪盆地区勘查地下水资源成果中总结出来的。已知这个区域的许多三迭纪辉绿岩岩墙蓄有大量裂隙地下水。其中大部分岩墙厚度有限，通常小于30米，但其走向延伸很大。为了准确地定出钻孔位置，使钻孔在最佳深度处打到岩墙，从而获得质量和数量合乎需要的地下水，最关重要的是要弄清楚岩墙确切的产状，特别是它的宽度，水平位置，倾角以及覆盖层的厚度。

数学分析

以下分析仅涉及总磁场异常。总场异常和垂直场异常的最终公式见附录。

走向长度无限的厚板体（图1）所产生的垂直感磁异常为（Telford等人，1976）

$$\Delta Z = 2\xi_1 \sin[H_0\xi_2\sin\beta + Z_0\cos\xi_2)\ln(r_2/r_1) - (H_0\cos\xi_2\sin\beta - Z_0\sin\xi_2)(\phi_1 - \phi_2)] \quad (1)$$

水平感磁异常为

$$\Delta H = 2\xi_1\sin\xi_2[(-H_0\cos\xi_2\sin\beta + Z_0\sin\xi_2)\ln(r_2/r_1) - (H_0\sin\xi_2\sin\beta + Z_0\cos\xi_2)(\phi_1 - \phi_2)] \quad (2)$$

其中

$$r_1^2 = (\xi_5 - x - \xi_4/2)^2 + \xi_3^2,$$

$$r_2^2 = (\xi_5 - x + \xi_4/2)^2 + \xi_3^2,$$

$$\phi_1 = \tan^{-1}[\xi_3/(\xi_5 - x - \xi_4/2)],$$

$$\phi_2 = \tan^{-1}[\xi_3/(\xi_5 - x + \xi_4/2)],$$

$$H_0 = F\cos I,$$

$$Z_0 = F\sin I$$

上式中 F = 总地磁场；

I = 地磁场倾角；

β = 从磁北方向按反时针测量的厚板体走向。

总场异常f可表示为

$$f = \Delta Z\sin I + \Delta H\sin\beta\cos I \quad (3)$$

厚板体的未知参数有（图1）

ξ_1 = 磁化率；

ξ_2 = 倾角；

ξ_3 = 厚板顶板埋深；

ξ_4 = 厚度；

ξ_5 = 水平位置。

此外，剖面的正常场（基准）ξ_6通常也是未

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

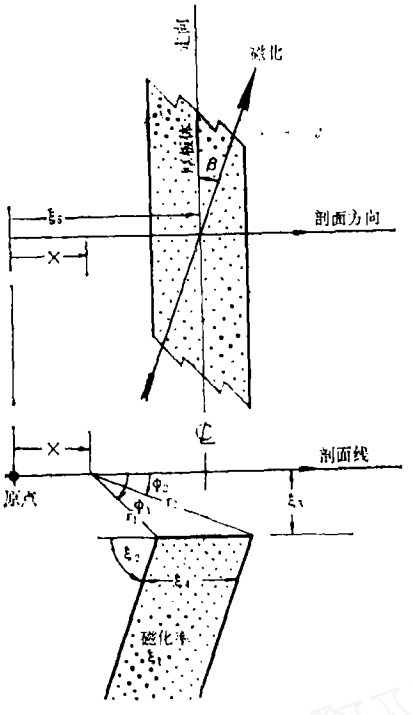

图1　倾斜厚板的几何参数的命名

知的。

为确定厚板的产状，必须从与厚板走向正交的测线上测到的已知剖面，确定出这六个参数值。前五个是寻找厚板所需的参数，第六个参数在这里认为是未知的。选定它的值对前五个参数都有影响，特别是所测剖面不够完整或是有邻近异常干扰时，影响更大。在方程（1）和（2）中的其他参数都可以测量，因而可认为是已知的。

有许多标准方法能求得前五个参数的近似值（例如，Telford、McGrath、Hood、Rao等人介绍的方法）。ξ_6可用图解法近似得出。对于一条数字化的剖面不难实现初始解释的计算机化。假设这六个参数的近似值已经确定，尽管这些值可能有错，甚至差一个数量级也没有关系。我们介绍一种利用微分校正法和非线性最小二乘法相结合的方法，同时修改这六个未知数。

如果我们使ξ（$i=1, 2, \cdots\cdots, 6$）有一个小量$\Delta\xi$的改变，则磁异常f将改变Δf，即

$$\Delta f=\sum_{i=1}^{6}\frac{\delta f}{\delta \xi}\Delta\xi_i \qquad (4)$$

总场异常和垂直场异常的$\delta f/\delta\xi$表达式都列在附录内。对于N个点的数字化磁测剖面数据g_j（$j=1, 2, \cdots\cdots, N$），现在试使S的量值相对$\Delta\xi$为最小。

$$S=\sum_{j=1}^{N}(f_j+\Delta f_j-g_j)^2 \qquad (5)$$

对$\Delta\xi$求微分，得到六个联立线性方程：

$$\left[\sum_j\sum_i\frac{\delta f_j}{\delta\xi_k}\frac{\delta f_j}{\delta\xi_i}\right][\Delta\xi_i]$$

$$=\left[\sum_j\frac{\delta f_j}{\delta\xi_k}(f_j-g_j)\right],$$

$$k=1, 2, \cdots\cdots, 6 \qquad (6)$$

在第一个括号中的6×6的正规矩阵是对称而正定的。一旦解出方程（6）求得未知的微分校正向量$[\Delta\xi_i]$，便可得到改进值ξ_i'

$$\xi_i'=\xi_i+\Delta\xi_i \qquad (7)$$

用ξ_i'取代ξ_i，反复使用这种方法直到均方根误差达到最小值时为止。

通过试验可以知道，这种方法偶尔也会出现问题：方程(6)的基础是假定与ξ_i比，$\Delta\xi_i$的值很小。因此，如ξ_i取值不合理，方程（6）将给出较大的$\Delta\xi_i$值，这取决于ξ_i当时的变化速度，$\Delta\xi_i$可能违背微分校正法的假设，导致该方法往往不能收敛。为避免此类问题的出现，最可靠的方法还是由试验得出，也就是对每个参数加上某一容许的限制。此类限制可能包括：（1）深度、厚度和磁化率的值必须为正；（2）厚板的水平位置一定在剖面范围内；（3）正常场必须在所规定数值的100伽马范围内。虽然这些约束条件足以保证收敛，但根据事先已掌握的厚板资料，约束范围还可进一步缩小（例如0＜磁化率＜0.01CGS单位）。如果有任何某一个ξ_i值超过了限制，则可允许其改变到该限度。许多试验表明，这些条件并不一定很严格，甚至当给定的初始值误差，相差一个数量级时，六个参数在迭代3～5次之后，多数情况下仍可收敛到绝对极小误差1％的范围内。

通常，对于厚与深比值较大的厚板而言，收敛到误差为最小是可以保证的。但对薄板来讲，这种方法可得到厚度与磁化率乘积相同的任意解。迭代过程往往徘徊于这些

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

解之中。容易证明这个参数在方程(1)、(2)中是以乘积的形式出现的。尽管如此，其余四个参数受这种不确定性的影响不大。

实　例

包括参数约束条件的计算机程序的编写是很简单的，由大约90个Fortran语句组成。此程序已广泛地用来对许多理论剖面作详细的检验。图2绘出了一个跨过厚板的剖面，由点距5米的21个总场数据组成。收敛速度可由表1的前四次迭代结果看出。最终的均方根误差（0.82伽马）是由于输入剖面数字化精度为1伽马所造成，为了实验目的，指定了许多不同的初始值。在所有情况下，即使这些初始值的误差差了一个数量级，但经5～8次迭代后该方法仍能给出正确的答案。生产型程序包含有利用前面提到的普通解释法则给出初值的过程。

此程序曾用于北卡罗来纳州达勒姆三迭纪盆地十多个辉绿岩岩脉上所获得的大约60条野外剖面。其中有两个剖面示于图3和图4。表2和表3给出了迭代到16次的收敛速度。穿过岩脉在相等点距的点上测量总磁场。根据对区内几个辉绿岩漂砾的测量结果，岩脉的磁化率在0.0019和0.0028CGS范围内。由于漂砾风化，相信就地测量的磁化率值比上述的值要高，其余的均方根误差则归因于岩脉形状与模型形状有所不同。

根据本文所介绍的方法的解释结果，沿岩脉打了二十多个钻孔。与钻探结果相比，所预计的深度、宽度、更重要的还有倾角，它们的误差都在5%以内或更小。由于这些孔是用冲击钻完成的，未能进一步检验其他参数。

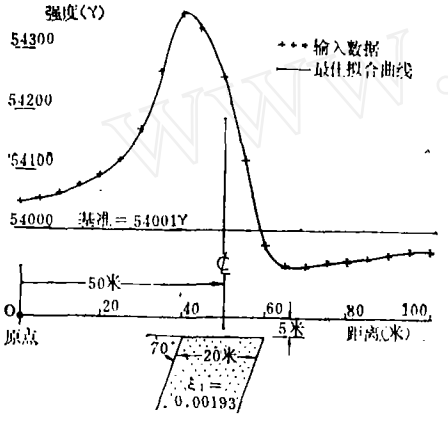

图2　由1伽马精度数字化的21个数据点组成的总磁场理论剖面的解释

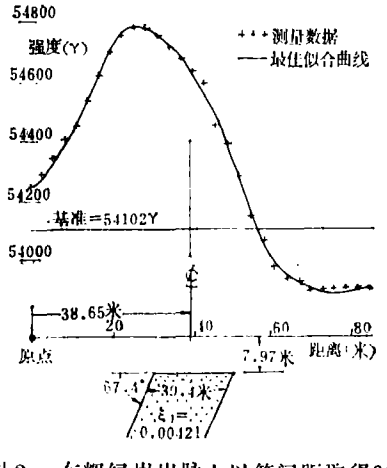

图3　在辉绿岩岩脉上以等间距取得30个点的数据所构成的总磁场剖面的解释

结　论

所介绍的以高斯法为基础的迭代计算方法，可用来解释岩脉的磁异常。该方法是将微分校正法和最小二乘法相结合，利用垮过岩脉的磁剖面上全部数字化的总场或垂直场值来进行解释的。此法可同时求得与岩脉有关系的六个未知参数(磁化率，倾角、埋深、厚度、水平位置及正常场强度)。此法可得到快速收敛的解，而且这个解与参数初值的选择无关。

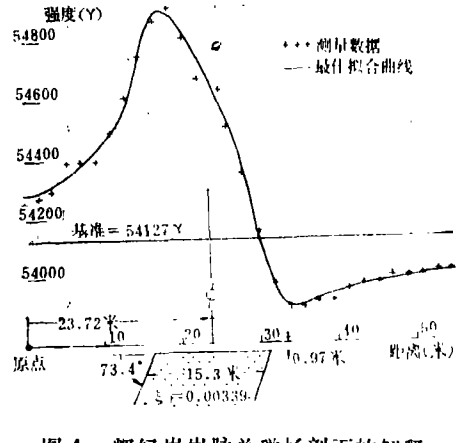

图4　辉绿岩岩脉总磁场剖面的解释

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

图 1 所示解的收敛速度　　表1

数据点总数＝21(理论剖面)
厚板走向(β)＝N20°W
地磁场(F)＝54000伽马(初值)；54000伽马(终值)
磁倾角(I)＝67°

迭代次数	磁化率 (ξ_1)	倾角 (ξ_2)	埋深 (ξ_3)	厚度 (ξ_4)	水平位置 (ξ_5)	基准 (ξ_6)	均方根误差 (伽马)
0	0.00200	80.53	5.16	22.50	44.38	-11.01	57.59
1	0.00194	74.16	6.82	21.79	48.59	1.40	16.22
2	0.00200	68.97	5.27	19.23	50.36	-0.33	3.70
3	0.00193	70.01	5.12	20.01	50.00	-0.32	0.88
4—16	0.00193	70.01	5.10	20.00	50.00	-0.32	0.82
真值	0.00193	70.00	5.00	20.00	50.00	0	

图 2 所示解的收敛速度　　表2

数据点总数＝30(辉绿岩岩墙，北卡罗莱纳州，查塔姆县NC)
岩脉走向(β)＝N8.5°W
地磁场(F)＝54000伽马(初始)；54,102伽马(终值)
磁倾角(I)＝67°

迭代次数	磁化率 (ξ_1)	倾角 (ξ_2)	埋深 (ξ_3)	厚度 (ξ_4)	水平位置 (ξ_5)	基准 (ξ_6)	均方根误差 (伽马)
0	0.00250	83.62	8.94	44.91	29.94	100.00	161.63
1	0.00468	76.56	13.35	40.82	38.80	10.42	78.97
2	0.00355	66.99	5.61	38.89	38.36	119.16	41.81
3	0.00142	67.66	7.77	39.49	38.54	103.38	10.02
4	0.00421	67.41	7.97	39.44	38.63	102.11	8.73
5—16	0.00421	67.38	7.97	39.43	38.65	102.34	8.73

图 3 所示解的收敛速度　　表3

数据点总数＝30(辉绿岩脉，北卡罗莱纳州查塔姆县)
岩脉走向(β)＝N35°W
地磁场(F)＝54000伽马(初值)；54127伽马(终值)
磁倾角＝67°

迭代次数	磁化率 (ξ_1)	倾角 (ξ_2)	埋深 (ξ_3)	厚度 (ξ_4)	水平位置 (ξ_5)	基准线 (ξ_6)	均方根误差 (伽马)
0	0.00250	78.51	1.78	16.10	18.94	75.00	192.19
1	0.00380	81.41	4.87	16.76	23.99	82.91	103.30
2	0.00368	78.05	0.46	12.30	22.43	133.08	78.74
3	0.00371	76.99	1.56	14.20	23.16	114.10	28.98
4	0.00321	72.76	0.80	15.69	23.92	135.70	23.38
5	0.00340	73.51	1.00	15.29	23.71	123.18	21.76
6	0.00339	73.43	0.96	15.31	23.72	127.36	21.43
7—16	0.00339	73.44	0.97	15.30	23.72	127.13	21.43

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

附　录

方程式(4)中$\frac{\delta f}{\delta \xi_1}$的表达式如下：

$$\frac{\delta f}{\delta \xi_1} = \frac{f}{\xi_1} \qquad (A-1)$$

$$\frac{\delta f}{\delta \xi_2} = (a\cot\xi_2 - b)\ln\frac{r_2}{r_1} + (a + b\cot\xi_2)\cdot(\phi_1 - \phi_2) \qquad (A-2)$$

$$\frac{\delta f}{\delta \xi_3} = -\frac{1}{r_1^2}\left[a\xi_3 - b\left(x - \xi_5 - \frac{\xi_4}{2}\right)\right] + \frac{1}{r_2^2}\left[a\xi_3 - b\left(x - \xi_5 + \frac{\xi_4}{2}\right)\right] \qquad (A-3)$$

$$\frac{\delta f}{\delta \xi_4} = \frac{a}{2}\left[\frac{1}{r_1^2}\left(x - \xi_5 - \frac{\xi_4}{2}\right) + \frac{1}{r_2^2}\left(x - \xi_5 + \frac{\xi_4}{2}\right)\right] + \frac{b}{2}\xi_4\left(\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2}\right) \qquad (A-4)$$

$$\frac{\delta f}{\delta \xi_5} = a\left[\frac{1}{r_1^2}\left(x - \xi_5 - \frac{\xi_4}{2}\right) - \frac{1}{r_2^2}\left(x - \xi_5 + \frac{\xi_4}{2}\right)\right] + b\xi_4\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right) \qquad (A-5)$$

$$\frac{\delta f}{\delta \xi_6} = 1 \qquad (A-6)$$

在这里磁异常f(x)表示成

$$f(x) = a\ln(r_2/r_1) + b(\phi_1 - \phi_2) + \xi_6 \qquad (A-7)$$

对总场异常而言，Q和b可表示如下：

$$a = 2F\xi_1\sin\xi_2[\cos\xi_2(\sin^2 I - \sin^2\beta\cos^2 I) + \sin\xi_2\sin\beta\sin 2I], \qquad (A-8)$$

$$b = 2F\xi_1\sin\xi_2[\sin\xi_2(\sin^2 I - \sin^2\beta\cos^2 I) - \cos\xi_2\sin\beta\sin 2I], \qquad (A-9)$$

对于垂直磁场异常，则有：

$$a = 2F\xi_1\sin\xi_2(\sin\xi_2\sin\beta\cos I + \cos\xi_2\sin I), \qquad (A-10)$$

$$b = -2F\xi_1\sin\xi_2(\cos\xi_2\sin\beta\cos I - \sin\xi_2\sin I) \qquad (A-11)$$

译自《Geophysics》1981, Vol. 46, No.2, P.211—215

作　者：I.J.Won
刘德馨　译　　邵孟林　校

W、Sn矿化与S型花岗质岩石

B.W.夏佩尔等（1974）根据野外、岩石学和地球化学资料认为，澳大利亚东南部的花岗质岩石有的是火成来源的(I型)，有的是沉积来源的(S型)，二者差异明显（见右表）。

I.R.普利默在研究钨、锡矿床时，将上述准则运用到已知的锡、钨矿区，结果表明，英国康沃尔、东德和捷克的埃尔茨山区以及澳大利亚的沃尔夫拉姆营、赫伯顿和新英格兰地区的钨、锡矿床有关的花岗质岩石应属S型花岗岩。因此，他推测大部分，如果不是全部，与锡、钨矿床有关的花岗质岩石是深熔花岗岩，即沉积岩经深熔作用改造而成的花岗岩，尽管夏佩尔等（1974）认为斑岩铜矿床中的些某钨与I型花岗质岩石有关。

S　型	I　型
钠含量比较低。岩石中Na_2O约<3.2%，K_2O近于5%。在K_2O近于2%的岩石中，Na_2O降低到2.2%以下	钠含量较高。在长英质变种中，Na_2O一般>3.2%，而在铁镁质较高的岩石中，Na_2O降低到>2.2%
$Al_2O_3/(Na_2O+K_2O+CaO)$(分子数)>1.1	$Al_2O_3/(Na_2O+K_2O+CaO)$(分子数)<1.1
>1%C.I.P.W.标准刚玉	含C.I.P.W.标准透辉石，或<1%的标准刚玉
相对富SiO_2、贫CaO	成分变化范围大，从长英质到镁铁质
变异图不规则	深成岩体中元素间变化规则，线性或近于线性的变异图
白云母和黑云母常见	角闪石常见
Sr^{87}/Sr^{86}>0.708	Sr^{87}/Sr^{86}0.704～0.706
等时线呈大范围内的分散点	等时线为一组规则的线性分布的点
变沉积捕虏体常见	火成岩状的含镁铁角闪石的捕虏体常见
产出与高Si型花岗岩有关的锡矿床	产出与长英质到镁铁质花岗岩有关的斑岩Cu、Mo(W)矿床

余传青据《MINERALIUM DEPOSITA》Vol.15, No. 8, 1980, pp.328－265

注：1.C.I.P.W.系指美国克劳斯、伊丁斯、皮尔逊和华盛顿岩石化学计算法。

2.尽管用初始Sr同位素比值来定义S或I型可能会模棱两可，但是氧同位素研究表明S型花岗岩相对富集O^{18}。

© 1994-2009 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net