

在已知的孔段（设计的或实际的）中，利用楔子（活动楔子或固定楔子）来强制造斜钻具按预期的空间方向钻进，特别是急剧造斜，迄今仍是一项重要手段。

定向造斜的基础，是楔子在孔内的定向理论及其所建立的计算方法。本文就此问题作一探讨。

式 算 法

1. 假设与推导

设图1中 O_1O_2 为一下楔孔段（原孔段）的轴线，过点 O_1 的轴线方位垂直面为 P ，水平面为 Q ，则下楔孔段的方位角为 β_1 ，倾角为 α_1 。

再设楔面中心线为 AB ，楔面顶角为 γ ，且楔面相对于下楔孔段轴线的方位垂直面 P 转过一角度 θ 。此 θ 即是垂直面 P 与平面 O_1O_2B 之面角，命名为楔面的扭转角（又称终点角或安装角）。由于楔子与钻孔同径同轴，且以角 γ 相交于点 C ，故点 C 必将线段 AB 等分为二，即 $AC=BC$ 。

由于楔面强制（或控制）造斜钻具钻进延伸，因而造斜孔段（即新孔段）的轴线 $O_1'O_2'$ 必与楔面中心线 AB 平行，即 $O_1'O_2' \parallel AB$ 。此时造斜孔段的方位角为 β_2 ，倾角为 α_2 。则方位角和倾角的增量分别为

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2$$

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$$

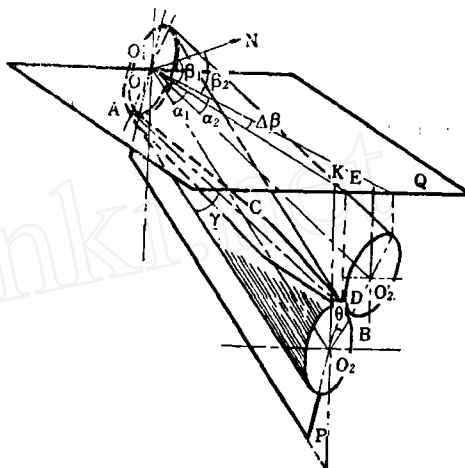


图1 下楔孔段与造斜孔段的空间关系图

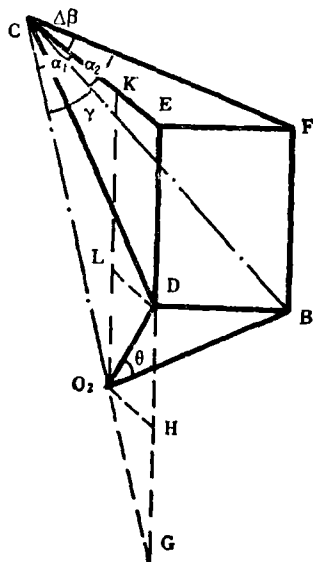


图2 楔子定向计算图

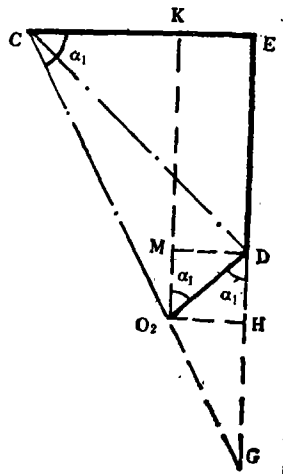


图3 楔子定向计算辅助图

由此可知,只要确定了线段BC和 O_2C 的空间关系,则下楔孔段 O_1O_2 和造斜孔段 $O_1'O_2'$ 的空间关系也就完全确定。

现取线段BC和 O_2C 的空间关系如图2。

过点C作水平面CEF,再从点B向垂直面P与楔子底端平面的交线作垂线得点D。然后,从点D向通过点C的水平面作垂线与水平面交于点E。于是下楔孔段的方位平面为 O_2CED 。再从点B向通过点C的水平面作垂线得交点F。则造斜孔段的方位平面为BCF。

从图2得知,下楔孔段的倾角为 α_1 ,造斜孔段的倾角为 α_2 ,方位角增值为 $\Delta\beta$,楔面顶角为 γ 。

为了便于确定线段BC和 O_2C 的空间关系,作辅助图3。延长线段ED和 O_2C 使之相交于点G,再从点 O_2 作垂线与水平线CE相交于点K。然后分别从点D和 O_2 作水平线使之与线段 O_2K 和EG相交于点M和H。从图得知:

$$BC = \frac{L}{2} \quad (L\text{—楔面中心线的长度}),$$

$$O_2B = R \quad (R\text{—楔子的外半径}),$$

$$O_2C = BC \cos\gamma = \frac{L}{2} \cos\gamma,$$

$$O_2D = O_2B \cos\theta = R \cos\theta \quad (\theta\text{—楔面的扭转角}),$$

$$EH = O_2K = O_2C \sin\alpha_1 = \frac{L}{2} \cos\gamma \sin\alpha_1 \quad (\alpha_1\text{—下楔孔段的倾角}),$$

$$DH = O_2D \cos\alpha_1 = R \cos\theta \cos\alpha_1,$$

$$DE = EH - DH = \frac{L}{2} \cos\gamma \sin\alpha_1 - R \cos\theta \cos\alpha_1,$$

由作图得知 $BF = DE$, 故得

$$\begin{aligned} \sin\alpha_2 &= \frac{BF}{BC} = \frac{DE}{BC} = \frac{\frac{L}{2} \cos\gamma \sin\alpha_1 - R \cos\theta \cos\alpha_1}{\frac{L}{2}} \\ &= \cos\gamma \sin\alpha_1 - \frac{2R}{L} \cos\theta \cos\alpha_1 \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

由于 $\frac{2R}{L} = \sin\gamma$, 故代入式(1)中得到造斜孔段的倾角大小是

$$\alpha_2 = \arcsin(\cos\gamma \sin\alpha_1 - \sin\gamma \cos\theta \cos\alpha_1) \dots\dots\dots (2)$$

从图中又知:

$$O_2G = O_2D \operatorname{tg}\alpha_1 = R \cos\theta \operatorname{tg}\alpha_1,$$

$$CG = O_2C + O_2G = \frac{L}{2} \cos\gamma + R \cos\theta \operatorname{tg}\alpha_1,$$

$$CE = CG \cos\alpha_1 = \left(\frac{L}{2} \cos\gamma + R \cos\theta \operatorname{tg}\alpha_1 \right) \cos\alpha_1,$$

$$\text{由作图得知 } EF = BD = O_2B \sin\theta = R \sin\theta,$$

故得

$$\operatorname{tg}\Delta\beta = \frac{FE}{CE} = \frac{DB}{CE} = \frac{R \sin\theta}{\cos\alpha_1 \left(\frac{L}{2} \cos\gamma + R \cos\theta \operatorname{tg}\alpha_1 \right)}$$

$$= \frac{R \sin \theta}{\frac{L}{2} \cos \gamma \cos \alpha_1 + R \cos \theta \sin \alpha_1} \dots\dots\dots (3)$$

以 $\frac{L}{2}$ 除式(3)之分子和分母, 且知 $\frac{2R}{L} = \sin \gamma$ 。于是得到造斜孔段的方位角增值是

$$\Delta \beta = \arctg \frac{\sin \gamma \sin \theta}{\cos \gamma \cos \alpha_1 + \sin \gamma \cos \theta \sin \alpha_1} \dots\dots\dots (4)$$

则造斜孔段的方位角大小由下式确定

$$\beta_2 = \beta_1 \pm \Delta \beta \dots\dots\dots (5)$$

式中: β_1 —下楔孔段的方位角;

$\Delta \beta$ —由式(4)求得的方位角增值。

$\Delta \beta$ 之正负号按如下原则确定: 当造斜孔段的方位角是增大时, $\Delta \beta$ 取正号; 反之, 则取负号。

由已知的 α_1 , α_2 和 γ , 可由式(2)求得楔面的扭转角是

$$\theta = \arccos \frac{\cos \gamma \sin \alpha_1 - \sin \alpha_2}{\sin \gamma \cos \alpha_1} \dots\dots\dots (6)$$

由已知的 α_1 , θ 和 $\Delta \beta$, 又可从式(4)确定楔面的顶角大小为

$$\gamma = \arccos \frac{\sin \theta \operatorname{ctg} \Delta \beta - \cos \theta \sin \alpha_1}{\cos \alpha_1} \dots\dots\dots (7)$$

由此可得出结论: 利用式(2), (4), (5), (6), (7)可确定造斜孔段有关空间关系和技术所需的全部数据。

2. 式算法的应用

例一 已知下楔孔段倾角 $\alpha_1 = 80^\circ$, 方位角 $\beta_1 = 320^\circ$, 楔面顶角 $\gamma = 4^\circ$, 今欲使楔面向右旋转以减小倾角 $3^\circ 18'$ 。求楔面的扭转角 θ 及方位角增值 $\Delta \beta$ 。

解: 将已知的 γ , α_1 和 α_2 代入式(6)中, 得楔面的扭转角 θ 为

$$\theta = \arccos \frac{\cos 4^\circ \sin 80^\circ - \sin 76^\circ 42'}{\sin 4^\circ \cos 80^\circ} = \arccos 0.76604 = 40^\circ$$

再以 $\theta = 40^\circ$ 代入式(4)中, 得方位角的增值是

$$\Delta \beta = \arctg \frac{\sin 4^\circ \sin 40^\circ}{\cos 4^\circ \cos 80^\circ + \sin 4^\circ \sin 80^\circ \cos 40^\circ} = \arctg 0.19853 = 11^\circ 14'$$

则此造斜孔段的方位角大小为

$$\beta_2 = \beta_1 + \Delta \beta = 320^\circ + 11^\circ 14' = 331^\circ 14'$$

例二 已知下楔孔段为水平, 即 $\alpha_1 = 0^\circ$, 方位角 $\beta_1 = 72^\circ$, 楔面顶角 $\gamma = 5^\circ$ 。(1)不转动楔面, 即 $\theta = 0^\circ$ 时, 求造斜孔段的倾角和方位角大小。(2)向左转动楔面 $\theta = 90^\circ$ 时, 再求造斜孔段的倾角和方位角大小。

解: (1)以 α_1 , γ 和 θ 值代入式(2)和式(4)中, 分别得到

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= \arcsin(\cos 5^\circ \sin 0^\circ - \sin 5^\circ \cos 0^\circ \cos 0^\circ) \\ &= \arcsin(-0.08715) = -5^\circ \end{aligned}$$

$$\Delta \beta = \arctg \frac{\sin 5^\circ \sin 0^\circ}{\cos 5^\circ \cos 0^\circ + \sin 5^\circ \cos 0^\circ \sin 0^\circ}$$

$$= \arctg 0 = 0^\circ$$

故知造斜孔段上漂 5° , 而方位角不变。

(2)再以 $\theta = 90^\circ$ 代入式(2)和式(4)中,又得到

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= \arcsin(\cos 5^\circ \sin 0^\circ - \sin 5^\circ \cos 90^\circ \cos 0^\circ) \\ &= \arcsin 0 = 0^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\beta &= \arctg \frac{\sin 5^\circ \sin 90^\circ}{\cos 5^\circ \cos 0^\circ + \sin 5^\circ \cos 90^\circ \sin 0^\circ} \\ &= \arctg 0.08748 = 5^\circ\end{aligned}$$

造斜孔段的方位角大小是

$$\beta_2 = \beta_1 - \Delta\beta = 72^\circ - 5^\circ = 67^\circ$$

故知造斜孔段的倾角不变,而方位角减小 5° 。

例三 已知下楔孔段为垂直,即 $\alpha_1 = 90^\circ$,楔面顶角 $\gamma = 5^\circ$,现向右扭转楔面 $\theta = 90^\circ$ 。求造斜孔段的倾角和方位角。

解:将已知的 α_1 , γ 和 θ 值代入式(2)和式(4),得到

$$\begin{aligned}\alpha_2 &= \arcsin(\cos 5^\circ \sin 90^\circ - \sin 5^\circ \cos 90^\circ \cos 90^\circ) \\ &= \arcsin 0.99619 = 85^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\beta &= \arctg \frac{\sin 5^\circ \sin 90^\circ}{\cos 5^\circ \cos 90^\circ + \sin 5^\circ \cos 90^\circ \sin 90^\circ} \\ &= \arctg \infty = 90^\circ\end{aligned}$$

故知造斜孔段的倾角上漂 5° ,方位角即是 $\Delta\beta$ 所指的方位(亦即定向基线的方位角再加 $\Delta\beta$ 值)。

图 算 法

1. 假设与推导

现取空间坐标和平面坐标如图4。原点O是O'的投影,且 $OX \parallel O'X'$, $OY \parallel O'Y'$,轴Z'方向向下。现以点O'为圆心, L为半径在垂直面 $X'O'Z'$ 上作一圆弧,并在圆弧上任取点 $A'_1, A'_2, \dots, A'_n$,分别与原点O'相连,得

线段 $O'A'_1, O'A'_2, \dots, O'A'_n$,令其分别代表顶角为 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ 的下楔孔段的轴线。

由于 $L = O'A'_1 = O'A'_2 = \dots = O'A'_n$,因此得到如下关系式:

$$\left. \begin{aligned}\sin \gamma_1 &= \frac{A'_1 A'_1'}{O'A'_1} = \frac{X'_1}{L} \\ \sin \gamma_2 &= \frac{A'_2 A'_2'}{O'A'_2} = \frac{X'_2}{L} \\ &\dots\dots\dots \\ \sin \gamma_n &= \frac{A'_n A'_n'}{O'A'_n} = \frac{X'_n}{L}\end{aligned}\right\} \dots\dots\dots (8)$$

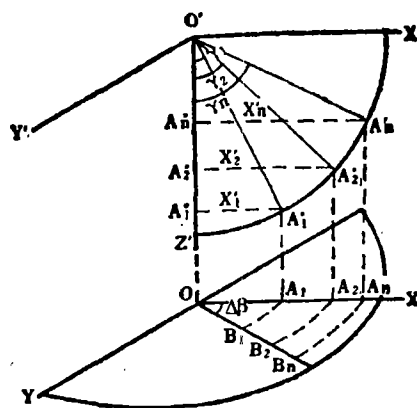


图4 下楔孔段角距计算图

由于半径L是常量,故当下楔孔段轴线L的顶角从 0° 变到 90° 时,式(8)中的三角函

数值就从0增到1。因此可把顶角的变化看成是射线L绕原点O'在垂直面X'O'Z'内的旋转。若将射线L每旋转一个角 γ 的终边与圆弧的交点A', A'', ..., A_t'投影到水平面的轴OX上, 便得到下楔孔段轴线的各角距为:

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= OA_1 = L \sin \gamma_1 \\ X_2 &= OA_2 = L \sin \gamma_2 \\ &\dots\dots\dots \\ X_n &= OA_n = L \sin \gamma_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

可以看出, 式(9)中的角距是随顶角的增大而按正弦值的规律而增大, 即 $X_1 < X_2 < \dots < X_t$ 。故当顶角由0°变到90°时, 角距就由0变到L。若取相邻顶角间的大小为等值递增常量, 即 $\gamma_1 - \gamma_0 = \gamma_2 - \gamma_1 = \gamma_3 - \gamma_2 = \dots = \gamma_n - \gamma_{t-1}$, 则相邻角距间的距离便从左到右按正弦前半波之半的规律而变小, 即有 $X_1 - X_0 > X_2 - X_1 > X_3 - X_2 > \dots > X_n - X_{t-1}$ 。也就是说, 下楔孔段轴线的角距在轴OX上的分布是从左到右逐渐变密的。这便是孔段轴线的角距在水平轴线上变化的特点。

现将各下楔孔段轴线绕垂直轴O'Z'旋转一周, 并将其角距轨迹投影到水平面XOY上, 则得各为半径 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 的一组同心圆。圆的方程是

$$X^2 + Y^2 = L^2 \sin^2 \gamma_i \dots\dots\dots (10)$$

若各下楔孔段轴线只绕垂直轴O'Z'转过同一角度 $\Delta\beta$, 则在水平面上得到共同的方位角增值 $\Delta\beta$, 见图4。且上述角距关系仍然不变。

由此可以看出: 在水平面内, 可以以点的投影一角距, 来代替垂直面内的线或角在此平面上的投影; 角距点到原点O的距离 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 就分别代表下楔孔段轴线顶角 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_t$ 的顶角值(即角距值); 角距点与原点O的连线OB_n和轴OX之间的夹角 $\Delta\beta$, 就表明为下楔孔段轴线的方位角增值。

现再讨论楔子在下楔孔段中安置的空间关系问题。

今取图4的垂直面坐标X'O'Z'和水平面坐标XOY, 绘成图5, 点O'的投影为O, 楔面中心线为O'C₁'(实为楔面中心线与下楔孔段轴线相交点以下的线段), 与下楔孔段轴线O'A₁'呈顶角 γ 相交。

下楔孔段轴线和楔面中心线在垂直圆弧上的交点A₁'和C₁'在水平坐标轴OX上的投影分

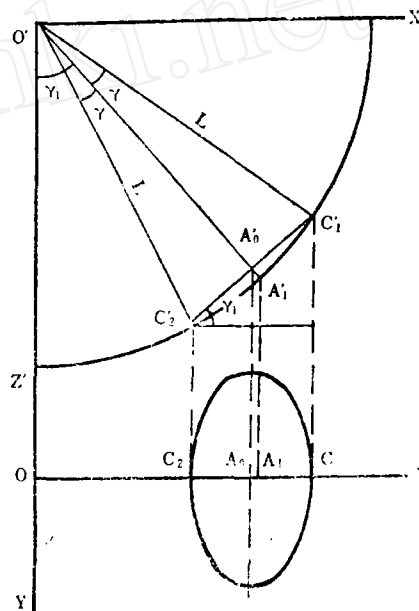


图5 楔面中心线角距椭圆计算图

别是A₁和C₁。当楔面中心线O'C₁'绕下楔孔段轴线O'A₁'旋转一周时, 可得楔面中心线的角距轨迹为一封闭曲线。此封闭曲线为半径等于A₁'C₁'(或A₁'C₂'), 中心为A₁', 而与水平面的夹角为 γ_1 的圆在水平面XOY上的投影。

此封闭曲线的左侧坐标是

$$\begin{aligned} X &= OA_0 - A_0C_2 = L \cos \gamma \sin \gamma_1 - L \sin \gamma \cos \gamma_1 = L \sin(\gamma_1 - \gamma) \\ Y &= L \sin \gamma \end{aligned}$$

因此封闭曲线在点A₀的左侧是半个椭圆, 其半短轴在轴OX上, 以a₁表示, 半长轴与

轴OY平行, 以 b_1 表示。其值分别为:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= L \sin \gamma \cos \gamma_1 \\ b_1 &= L \sin \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

此封闭曲线的右侧坐标是

$$X = OA_0 + A_0C_1 = L \cos \gamma \sin \gamma_1 + L \sin \gamma \cos \gamma_1 = L \sin(\gamma_1 + \gamma)$$

$$Y = L \sin \gamma$$

因此封闭曲线在点 A_0 的右侧仍是半个椭圆, 其半短轴在轴OX上, 以 a_2 表示, 半长轴与轴OY平行, 以 b_2 表示。其值分别是

$$\left. \begin{aligned} a_2 &= L \sin \gamma \cos \gamma_1 \\ b_2 &= L \sin \gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

从式(11)和式(12)得知: $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$, 即此封闭曲线是以轴OX为对称轴, 以 A_0 为中心的椭圆。

于是可得到点 A_0 为中心的椭圆方程为:

$$\frac{(X - L \sin \gamma \cos \gamma_1)^2}{(L \sin \gamma \cos \gamma_1)^2} + \frac{Y^2}{(L \sin \gamma)^2} = 1 \dots\dots\dots (13)$$

此椭圆中心 A_0 与该孔段轴线的角距点 A_1 之间的间距是

$$\delta_x = OA_1 - OA_0 = L \sin \gamma_1 (1 - \cos \gamma) \dots\dots\dots (14)$$

当 γ_1 从 0° 变到 90° 时, δ_x 将从0变到最大值 $\delta_{x\max} = L(1 - \cos \gamma)$ 。绘制计算图时应注意:

角距椭圆的焦距为

$$c = \sqrt{(L \sin \gamma)^2 - (L \sin \gamma \cos \gamma_1)^2} = L \sin \gamma \sin \gamma_1 \dots\dots\dots (15)$$

角距椭圆的偏心率是

$$e = \frac{c}{b} = \frac{L \sin \gamma \sin \gamma_1}{L \sin \gamma} = \sin \gamma_1 \dots\dots\dots (16)$$

由此可知, 当 γ_1 从 0° 变到 90° 时, 偏心率便从0变到1。也就是说, 下楔孔段轴线从垂直变到水平时, 楔面中心线的角距椭圆便从圆变到呈一条线段。

为了确定下楔孔段轴线和楔面中心线在空间坐标和平面坐标中的相互关系, 尚须作辅助图6。

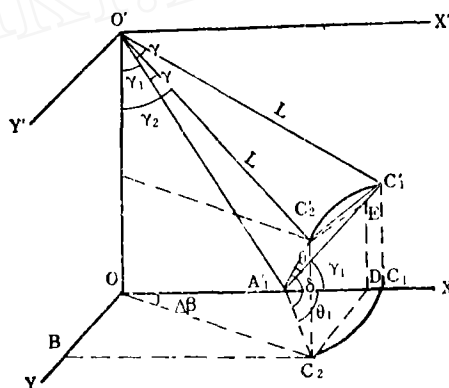


图6 造斜孔段方位角和顶角计算图

图中下楔孔段轴线为 $O'A'_1$, 楔面中心线为 $O'C'_1 = O'C'_2 = L$, 且 $\triangle O'A'_1C'_1$ 位于平面 $X'O'O$ 中, 并 $O'C'_1$ 绕 $O'A'_1$ 转过一圆心角 θ (即扭转角)而到达 $O'C'_2$ 。其中点 C'_1 和 C'_2 在水平面XOY上的投影分别是 C_1 和 C_2 , 圆弧 $\widehat{C_1C_2}$ 是圆弧 $\widehat{C'_1C'_2}$ 的投影。再将点 A'_1 分别与点 C'_1 , C'_2 和 C_2 相连。然后从点 C'_2 向线段 $A'_1C'_1$ 作垂线得点E, 再从点 C_2 向轴OX作垂线得点D, 则知线段 C_2D 是线段 C'_2E 的投影, 因此 $C'_2C_2 \parallel ED$, 且有 $C'_2C_2 = ED$ 。再从点 C'_2 向轴 $O'O$ 作垂线得点F, 则知 $C'_2C_2 \parallel OF$ 和 $C'_2C_2 = OF$ 。从图中又知, 角 θ_1 是角 θ 的投影, $\angle EA'_1D = \gamma_1$ (下楔孔段轴线 $O'A'_1$ 的顶角), $\angle C'_2O'F = \gamma_2$ (造斜孔段轴线 $O'C'_2$ 的顶

角), 连接点O和C₂得∠A₁'OC₂=Δβ(造斜孔段轴线O'C₂'的方位角增值)。

得点C₂'的坐标x, y, z值如下:

$$\begin{aligned} x &= OA_1' + A_1'D = L \cos \gamma \sin \gamma_1 + L \sin \gamma \cos \delta \cos \theta_1 \\ &= L (\cos \gamma \sin \gamma_1 + \sin \gamma \cos \delta \cos \theta_1) \end{aligned} \quad (17a)$$

从图6中得知, $\cos \theta = \frac{A_1'E}{A_1'C_2'}$, $\cos \theta_1 = \frac{A_1'D}{A_1'C_2'}$, 故 $\frac{\cos \theta}{\cos \theta_1} = \frac{A_1'E}{A_1'C_2'} \cdot \frac{A_1'C_2'}{A_1'D} = \frac{A_1'E}{A_1'D}$

$$\frac{A_1'E}{A_1'D} = \cos \delta \sec \gamma_1 = \cos \delta \frac{1}{\cos \gamma_1}, \text{ 因而 } \cos \delta = \frac{\cos \theta}{\cos \theta_1} \cdot \cos \gamma_1. \text{ 将此代入式(17a)中,}$$

便得

$$\begin{aligned} x &= L (\cos \gamma \sin \gamma_1 + \sin \gamma \frac{\cos \theta}{\cos \theta_1} \cos \gamma_1 \cos \theta_1) \\ &= L (\cos \gamma \sin \gamma_1 + \sin \gamma \cos \theta \cos \gamma_1) \end{aligned} \quad (17b)$$

由于 $\gamma_1 + \alpha_1 = 90^\circ$, 故 $\cos \gamma_1 = \sin \alpha_1$, $\sin \gamma_1 = \cos \alpha_1$ 。将二者代入式(17b)中, 又可写成如下形式:

$$x = L (\cos \gamma \cos \alpha_1 + \sin \gamma \cos \theta \sin \alpha_1) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} y &= OB = C_2'D = L \sin \gamma \cos \delta \sin \theta_1 = L \sin \gamma \frac{\cos \theta}{\cos \theta_1} \cos \gamma_1 \sin \theta_1 \\ &= L \sin \gamma \cos \theta \cos \gamma_1 \tan \theta_1 \end{aligned} \quad (18a)$$

又从图6中得知, $\tan \theta = \frac{C_2'E}{A_1'E}$, $\tan \theta_1 = \frac{C_2'D}{A_1'D}$, 故 $\frac{\tan \theta}{\tan \theta_1} = \frac{C_2'E}{A_1'E} \cdot \frac{A_1'D}{C_2'D} = \frac{A_1'D}{A_1'E}$

= $\cos \gamma_1$, 因而 $\tan \theta_1 = \frac{\tan \theta}{\cos \gamma_1}$ 。以此代入式(18a)中, 得到

$$y = L \sin \gamma \cos \theta \cos \gamma_1 \frac{\tan \theta}{\cos \gamma_1} = L \sin \gamma \cos \theta \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = L \sin \gamma \sin \theta \quad (18)$$

$$\begin{aligned} z &= O'F = O'O - OF = L \cos \gamma \cos \gamma_1 - L \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1 \\ &= L (\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1) \end{aligned} \quad (19)$$

从图6中关系得知

$$\begin{aligned} \cos \gamma_2 &= \frac{O'F}{L} = \frac{z}{L} = \frac{L (\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1)}{L} \\ &= \cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1 \end{aligned} \quad (20)$$

或写成如下形式:

$$\gamma_2 = \arccos (\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1) \quad (21)$$

由于 $\gamma_2 + \alpha_2 = 90^\circ$, 故 $\cos \gamma_2 = \sin \alpha_2$ 。从前面得知 $\cos \gamma_1 = \sin \alpha_1$, $\sin \gamma_1 = \cos \alpha_1$ 。故分别代入式(21)中, 可得造斜孔段的倾角为

$$\alpha_2 = \arcsin (\cos \gamma \sin \alpha_1 - \sin \gamma \cos \theta \cos \alpha_1) \quad (22)$$

由此得到的式(22)与前式(2)的结果完全一致。

又从图 6 中得知:

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \Delta \beta &= \frac{C_2 D}{OD} = \frac{y}{x} = \frac{L \sin \gamma \sin \theta}{L (\cos \gamma \cos \alpha_1 + \sin \gamma \cos \theta \sin \alpha_1)} \\ &= \frac{\sin \gamma \sin \theta}{\cos \gamma \cos \alpha_1 + \sin \gamma \cos \theta \sin \alpha_1} \dots\dots\dots (23a)\end{aligned}$$

或写成

$$\Delta \beta = \operatorname{arctg} \frac{\sin \gamma \sin \theta}{\cos \gamma \cos \alpha_1 + \sin \gamma \cos \theta \sin \alpha_1} \dots\dots\dots (23)$$

由此得到的式 (23) 与前式 (4) 完全相同。

从式 (21) 及式 (23) 可知, γ_2 及 $\Delta \beta$ 均是随自变量 θ 而改变的复合函数, 即 $\gamma_2 = F[\phi(\theta)]$, $\Delta \beta = f[g(\theta)]$ 。因此求极值 $\gamma_{2\max}$, $\gamma_{2\min}$ 和 $\Delta \beta_{\max}$ 时, 须先分别求各式的导数。

先取式 (21) 求 γ_2 的导数。

设 $u = \cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1$

则 $\gamma_2 = \arccos u$

于是可得 γ_2 的导数是

$$\begin{aligned}\frac{\partial \gamma_2}{\partial \theta} &= (\arccos u)' = - \frac{1}{\sqrt{1-u^2}} \cdot u' \\ &= - \frac{1}{\sqrt{1-(\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1)^2}} \cdot (\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \cos \theta \sin \gamma_1)' \\ &= \frac{\sin \gamma \sin \gamma_1 \sin \theta}{\sqrt{1-(\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \sin \gamma_1 \cos \theta)^2}}\end{aligned}$$

当 $\frac{\partial \gamma_2}{\partial \theta} = 0$ 时, γ_2 有极值。即 $\sin \gamma \sin \gamma_1 \sin \theta = 0$ 时, 则 $\theta = 0^\circ$, 或 $\theta = 180^\circ$ 。以此 θ 值代

入式 (21) 中, 便分别得到:

$$\begin{aligned}\gamma_{2\max} &= \arccos (\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \sin \gamma_1 \cos 0^\circ) \\ &= \arccos [\cos (\gamma_1 + \gamma)] = \gamma_1 + \gamma \dots\dots\dots (24)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\gamma_{2\min} &= \arccos (\cos \gamma \cos \gamma_1 - \sin \gamma \sin \gamma_1 \cos 180^\circ) \\ &= \arccos [\cos (\gamma_1 - \gamma)] = \gamma_1 - \gamma \dots\dots\dots (25)\end{aligned}$$

这就说明: 当 $\theta = 0^\circ$ 时, 造斜孔段的顶角达到极大值 $\gamma_{2\max} = \gamma_1 + \gamma$ 。此时楔子的凹面 (即楔子面) 朝向上。造斜孔段的顶角等于下楔孔段顶角与楔面顶角之和; 当 $\theta = 180^\circ$ 时, 造斜孔段的顶角达到极小值 $\gamma_{2\min} = \gamma_1 - \gamma$ 。此时楔子的凹面朝向下。造斜孔段的顶角等于下楔孔段顶角与楔面顶角之差。

几种特殊情况: 当 $\gamma_1 = \gamma$ 时, $\gamma_{2\min} = \gamma_1 - \gamma = 0$, 此时造斜孔段变成垂直。当 $\gamma_1 < \gamma$ 时, $\gamma_{2\min} = -(\gamma_1 - \gamma)$, 此时造斜孔段的倾斜方向变成相反, 顶角大小是 $|\gamma - \gamma_1|$; 当 $\gamma_1 = 90^\circ$ 时, $\gamma_{2\max} = \gamma_1 + \gamma = 90^\circ + \gamma$, 则 $\cos (90^\circ + \gamma) = -\sin \gamma$, 故此时造斜孔段也改变倾斜方向, 顶角大小是 γ 。

再取式 (23) 并改写成如下形式

$$\Delta \beta = \operatorname{arctg} \frac{\sin \gamma \sin \theta}{\cos \gamma \sin \gamma_1 + \sin \gamma \cos \gamma_1 \cos \theta} \dots\dots\dots (26)$$

$$\text{设 } w = \frac{\sin \gamma \sin \theta}{\cos \gamma \sin \gamma_1 + \sin \gamma \cos \gamma_1 \cos \theta}$$

$$u = \sin\gamma \sin\theta$$

$$v = \cos\gamma \sin\gamma_1 + \sin\gamma \cos\gamma_1 \cos\theta$$

$$\text{则得 } \Delta\beta = \arctg w = \arctg \frac{u}{v}$$

于是 $\Delta\beta$ 的导数是

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta\beta}{\partial \theta} &= (\arctg w)' = \frac{1}{1+w^2} \cdot \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{1}{1+w^2} \cdot \frac{vu' - uv'}{v^2} \\ &= \frac{1}{1 + \left(\frac{\sin\gamma \sin\theta}{\cos\gamma \sin\gamma_1 + \sin\gamma \cos\gamma_1 \cos\theta}\right)^2} \\ &\quad \cdot \frac{(\cos\gamma \sin\gamma_1 + \sin\gamma \cos\gamma_1 \cos\theta)(\sin\gamma \cos\theta) - \sin\gamma \sin\theta(-\sin\gamma \cos\gamma_1 \sin\theta)}{(\cos\gamma \sin\gamma_1 + \sin\gamma \cos\gamma_1 \cos\theta)^2} \\ &= \frac{\sin^2\gamma \cos\gamma_1 + \cos\gamma \sin\gamma_1 \sin\gamma \cos\theta}{(\cos\gamma \sin\gamma_1 + \sin\gamma \cos\gamma_1 \cos\theta)^2 + \sin^2\gamma \sin^2\theta} \end{aligned}$$

当 $\frac{\partial \Delta\beta}{\partial \theta} = 0$ 时, $\Delta\beta$ 有极大值。即

$$0 = \sin^2\gamma \cos\gamma_1 + \cos\gamma \sin\gamma_1 \sin\gamma \cos\theta, \text{ 则}$$

$$\cos\theta = -\frac{\sin^2\gamma \cos\gamma_1}{\cos\gamma \sin\gamma_1 \sin\gamma} = -\frac{\sin\gamma}{\cos\gamma} \cdot \frac{\cos\gamma_1}{\sin\gamma_1} = -\frac{\tg\gamma}{\tg\gamma_1}$$

由于 $\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\tg\gamma}{\tg\gamma_1}\right)^2}$, 代入式(26)中便得到

$$\begin{aligned} \Delta\beta_{\max} &= \arctg \frac{\sin\gamma \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\tg\gamma}{\tg\gamma_1}\right)^2}}{\cos\gamma \sin\gamma_1 + \sin\gamma \cos\gamma_1 \left(-\frac{\tg\gamma}{\tg\gamma_1}\right)} \\ &= \arctg \frac{\sin\gamma}{\sqrt{\sin(\gamma_1 + \gamma) \sin(\gamma_1 - \gamma)}} \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

从式(27)可以看出: 在楔面顶角 γ 一定时, 若下楔孔段顶角 γ_1 愈小, 则扭转 θ 愈大, 所得的 $\Delta\beta_{\max}$ 值也愈大; 在 γ 增大时, 相应的 $\Delta\beta_{\max}$ 值也增大; 当 $\gamma_1 = 0^\circ$ 时, 由于下楔孔段没有方位, 因而 $\Delta\beta_{\max}$ 是不定的, θ 不存在; 当 $\gamma_1 = 90^\circ$ 时, $\Delta\beta_{\max} = \gamma$ 。

由以上分析推导可以得出如下结论: 当把任意下楔孔段轴线都视为处于一垂直圆面内, 并将其角距投影到水平坐标轴上, 再将楔面中心线的角距椭圆作出, 便可由楔面扭转角的大小, 在平面图上确定出在一定的下楔孔段轴线顶角和楔面顶角情况下的造斜孔段轴线的方位角增值 $\Delta\beta$, 顶角 γ_2 和顶角增值 $\Delta\gamma$; 在一定的下楔孔段轴线顶角和楔面顶角条件下, 造斜程度是有限的。在适当增大楔面顶角的情况下, 造斜程度亦只能有少许的提高; 但在一定的造斜范围内, 可由预期的造斜孔段轴线的方位角增值 $\Delta\beta$, 顶角 γ_2 和顶角增值 $\Delta\gamma$ 来求得楔面的扭转角 θ , 反之亦可。从而为掌握造斜时机提供了手段。

2. 计算图制作

如图7。先作一水平轴OX, 在其上取线段 O_1O_2 ($O_1O_2 = 350 \sim 500$ 毫米长)。再以

O_1 为圆心, O_1O_2 为半径作一半圆。此半圆即是水平半圆, 半径 O_1O_2 即是垂直半圆的投影。

然后以 O_1 为圆心, O_1O_2 为 0° 线, 分别在两侧圆弧上按 1° 为单元等分(图中是以 5° 为单元等分), 并将各等分点与 O_1 相连, 共得两组射线(并标明角度值)。此两组射线, 即是造斜孔段轴线(或楔面中心线)的方位角增值 $\Delta\beta$ 的分度线。 0° 线(即 O_1O_2 线)以上的方位角增值取负号, 即 $-\Delta\beta$, 表明方位角的减小; 0° 线以下的方位角增值取正号, 即 $+\Delta\beta$, 表示方位角的增大。

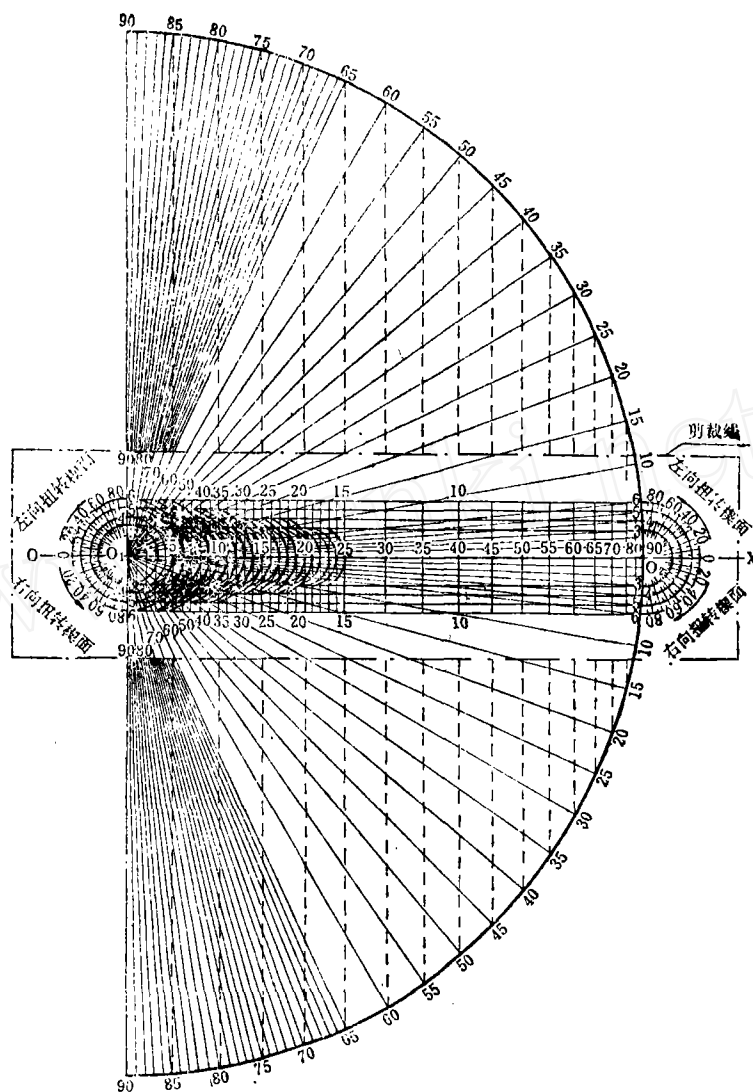


图7 计算图的制作方法

再将两侧圆弧上对应的分度点相连, 于是在 0° 线上得到一组交点($0^\circ \sim 90^\circ$ 各点)。此组交点即是下楔孔段轴线各顶角的角距点(图中仍以 5° 为单元标明各角距值)。

然后在 0° 线右端两侧圆弧上, 从 $3^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ$ 的分度点上, 分别作 0° 线的平行线, 于是在 0° 线左端的垂直直径上得到对应的点。再分别以 O_1 和 O_2 为圆心, 以 O_2 到 $3^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ$ 的分度点的距离为半径作两组圆弧, 并在两组圆弧上从 0° 线向两侧按 5° 为单元等分, 且标明角度值。此两组圆弧及其角度值, 即各表示楔面顶角为 $3^\circ, 4^\circ, 5^\circ, 6^\circ$ 的楔子在孔内需

要扭转角的方向和大小。 0° 线以上,表示楔面逆时针旋转的扭转角; 0° 线以下,表示楔面顺时针旋转的扭转角。

由前述可知,每一种顶角的楔面中心线,都可能绕每一条下楔孔段轴线旋转一周。因此每一种顶角的楔面中心线的角距椭圆,都必须围绕每一个下楔孔段轴线的角距点一一作出。

在作每一种角距椭圆时,可按如下步骤和原则进行。

(1) 椭圆长轴的确定 从前面讨论得知,每一种顶角的楔面中心线的角距椭圆的长轴是常量。因此,以轴 O_1O_2 为基线,从基线到上下两条对应的楔面顶角平行线之间的距离的和,即是该对应的顶角楔面中心线的角距椭圆的长轴。例如:

3° 顶角的楔面中心线的角距椭圆的长轴,就是基线 O_1O_2 上下两条 3° 楔面顶角平行线之间的距离(或为基线 O_1O_2 到上下两条 3° 楔面顶角平行线之距离的和); 4° 角距椭圆的长轴,则是基线 O_1O_2 上下两条 4° 楔面顶角平行线之间的距离。余者类推。

(2) 椭圆短轴的确定 从前述又知,相邻的下楔孔段轴线的角距之间的距离,是随其顶角的增大而按正弦曲线前半波之半的规律而减小。因此每种顶角的楔面中心线的角距椭圆的短轴,亦随之相应地减小。

由于每种顶角的角距椭圆,都必须通过基线(或对称轴) O_1O_2 上对应的角距点。因此,每一个下楔孔段轴线的角距点的每种顶角的楔面中心线的角距椭圆的短轴,就是通过该角距点两侧对应的角距点之间的距离。例如:

10° 的下楔孔段轴线角距点的 3° 顶角的楔面中心线的角距椭圆的短轴,就等于 $7^\circ\sim 13^\circ$ 角距点之间的距离;而该角距点的 4° 顶角的角距椭圆的短轴,则等于 $6^\circ\sim 14^\circ$ 角距点之间的距离。如此类推。

(3) 椭圆中心的确定 由前面推导悉知,角距椭圆中心的投影与对应的角距点之间的距离,是随下楔孔段轴线顶角的增大而增大的。当 γ_1 从 0° 变到 90° 时, δx 就从0变到 $\delta x_{\max}$ 。但由于椭圆的对称性,故椭圆中心必定处于椭圆通过的两角距点之间的中点上。因此不必用式(14)进行一一计算。

(4) 计算图的绘制形式 计算图上可以将全部的角距椭圆整个绘出,亦可分为两张图,一张绘出全部的左半个椭圆,另一张绘出全部的右半个椭圆,如图7。前者适于大尺寸图采用,后者适于较小尺寸图采用,这主要是基于计算时的清晰和方便。计算图绘制完毕即可按图中剪裁线割下,作为正式计算用图。

还须指出的是,关于绘制小于 3° 和大于 6° 顶角的楔面中心线的角距椭圆,其步骤和方法仍与上述相同。且这种计算图对于其他造斜方法的定向计算,将更为方便。

绘制角距椭圆时,以四圆心法和椭圆规法最为简便。

笔者用图算法对式算法的三个计算实例结果进行比较,误差如下: $\Delta\beta=0^\circ\sim 0^\circ 9'$, $\Delta\gamma=0^\circ$, $\beta_2=0^\circ\sim 0^\circ 4'$, $\gamma_2=0^\circ\sim 0^\circ 1'$, $\theta=0^\circ\sim 0^\circ 2'$ 。可见误差十分小。当然这与绘制计算图的精确程度如何直接相关。

结 论

本文所讨论的楔子定向理论和计算方法,分别建立在立体几何和解析几何的理论基础上,从而揭示了两个特点:一是下楔孔段轴线的顶角角距在水平轴上的分布并非等距,而是随顶角由小变大按正弦曲线的前半波之半的规律而变密;二是楔面中心线绕下楔孔段轴线旋转的角距轨迹并非是一个浑圆,而是一个椭圆。据此两点,就可避免定向计算所产生的理论误差,使之达到更精确、更可靠。

本文的结论,虽是从楔子的定向条件推导得来,但从本质上说,对于其他方法的造斜定向亦仍然适用。例如各种钻孔弯曲纠斜器、孔底动力钻具、侧钻钻具等的初始定向问题,都能如是解决。

本文的两种计算方法一式算法和图算法,均适用于实际。其推导结论是一致的。其中图算法较之式算法更为简便迅速,进行一次全计算(包括 β_2 , γ_2 , θ , γ 值计算)不超过一

分半钟(本文中未谈及图算法的应用实例),而且十分直观、易于掌握。这对于造斜设计,判断造斜能力,掌握造斜时机,改变造斜方案等,都十分方便,完全能避免计算工作中可能出现的重复、反工或偶然差错,大大有利于提高工作效率和质量。

尚须指出的是,造斜的定向问题,除必须掌握理论计算方法以外,还必须力求掌握和研究人为的消除各种误差的方法和手段,方可取得满意的结果。

参 考 文 献

- (1) Шаньгин А.Н. Проектирование направленно-искривленных скважин, отклонители и ориентировка их при турбинном бурении. Грозненское книжное издательство, 1953
- (2) П.Ф. 帕利扬诺夫, 钻孔弯曲自动定向撑偏楔, 钻探专辑, 1957
- (3) 张楚宾, 球面三角学, 高等教育出版社, 1959
- (4) Шитихин В.В. и др. Бурение направленных геологоразведочных скважин. Госгеолтехиздат, 1960
- (5) Б.З. 苏耳坦诺夫, 定向下楔子的方法, 探矿工程参考资料(钻孔弯曲译文专辑), 1966
- (6) В.М. 布田科, 纠正弯曲钻孔时安放楔子的计算, 探矿工程参考资料(钻孔弯曲译文专辑), 1966
- (7) 周延勋, 环测原理与计算公式的探讨, 探矿工程, 1966№. 6
- (8) 云南冶金地质勘探公司304队, 斜交测斜法在定向导斜中的应用, 地质与勘探, 1973№. 7
- (9) 中南冶金609队, 钻孔简易定向器及其使用效果, 钻探技术经验汇编, 1973№. 1
- (10) 张福发, 试论环测原理和计算公式, 地质与勘探, 1974№. 8
- (11) 高森, 关于测斜计算的探讨, 地质与勘探, 1974№. 8
- (12) 长春冶金地质学校钻探教研室, 下楔子的简易计算尺, 冶金地质科技情报(勘探技术部分), 1975№. 1
- (13) 高森, 赤平极射投影在钻探中的应用, 岩芯钻探专辑, 1978№. 1
- (14) 高森, 论定向下楔的单双解条件, 地质与勘探, 1979№. 2
- (15) 高森, 定向下楔的计算解法, 岩芯钻探专辑, 1959№. 2

(中国金属学会探矿技术研讨会论文选登)

合 理 使 用 孕 镶 金 刚 石 钻 头 的 实 践

胡 大 魁

随着金刚石钻进技术的推广, 钻进工艺日臻完善、合理; 钻头的寿命不断提高, 磨损不断降低。我队钻头平均寿命从1977年的9.8米提高到现在的59.8米, 每进尺一米, 高度磨损从0.26毫米降到现在的0.026毫米, 平均时效从1977年的0.70米提高到现在的1.73米, 因而使钻探成本从1977年每米80元降到31元(1979年全年平均数)。

我队290个钻头的损坏情况表明, 事故损坏占44%, 过量磨损占30%, 正常磨损占26%, 而正常磨损的钻头中有一部份由于工作层即将耗尽, 为了追求最后一点进尺仍继续使用, 最后也表现为不正常损坏。

按报废原因可将钻头分为三类:

1. 正常磨损 平均每进尺一米, 高度磨损小于0.08毫米, 寿命40米以上。据我队73个钻头分析, 钻进过程初、中期, 磨损较

少, 在工作层高度消耗1.5~2.5毫米以后, 单位磨损逐渐增大。

2. 过量磨损 平均每进尺一米, 高度磨损大于0.08毫米, 寿命40米以下。由于钻头选择不当、钻进参数不合理及钻头质量等原因, 一般自始至终磨损都很大, 钻进数回次就将工作层耗尽。

3. 事故损坏 表现为烧钻、胎体碎裂、丝扣损坏、唇部拉槽、偏磨、冲蚀等, 使钻头过早或瞬间失去工作能力。

无论事故损坏或过量磨损都使钻头寿命缩短而使钻探成本增高。本文从下列四个方面谈谈合理使用钻头的体会。

正 确 选 用 钻 头

钻进效率、钻头磨损与钻头对岩层的适应性有着非常密切的关系。若所选用钻头适