

# 沿走向倾斜磁性体的异常特征

江苏冶金地质810队 张重光

在磁法勘探中,所谓的二度和似二度体,都是指沿走向水平的磁性体而言。但实际工作中所见的大多是沿走向倾斜的。有人曾提出过计算沿走向倾斜的磁性体异常的方法,但是与沿走向水平的情况相比,这类异常有什么特征,对这类异常如用常规方法作定量解释,给推断结果会带来什么影响,却很少论述。本文着重讨论这个问题。

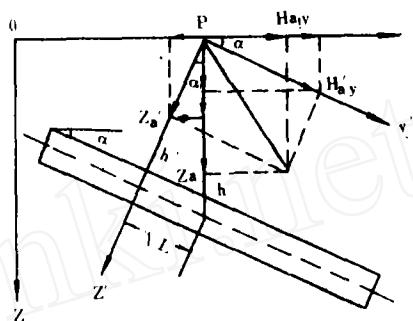


图 1

## 异常计算公式

本文只讨论几种形状规则的磁性体。设磁性体沿走向有一倾角  $\alpha$ 。采用图 1 所示的坐标系。通过坐标系的旋转可以方便地导出

所需的计算公式(文中只给出其垂直分量的公式):

### 1. 无限走向圆柱体

$$Z_a = \frac{2c \cos \alpha}{(x^2 + h'^2)^2} \left[ (h'^2 - x^2) M'_z - 2xh' M'_x \right]$$

式中  $M'_z = M \cos i \sin(D - A)$ ,  $M'_x = M [\cos \alpha \sin i - \sin \alpha \cos i \cos(D - A)]$ ,  $M$  为磁矩,  $i$ ,  $D$  分别为磁化强度倾角和方位角,  $A$  为磁性体走向 ( $y$  轴) 方位角,  $h' = h \cos \alpha$  (下同)。

### 2. 无限走向薄板状体 (无限延深)

$$Z_a = \frac{46J'_s \cos \alpha \sin \beta'}{x^2 + h'^2} (h' \cos \gamma' - x \sin \gamma')$$

式中  $J'_s = J \{ \cos^2 i \sin^2(D - A) + [\cos \alpha \sin i - \sin \alpha \cos i \cos(D - A)]^2 \}^{\frac{1}{2}}$

$\beta' = \text{tg}^{-1}(\cos \alpha \text{tg} \beta)$ ,  $\gamma' = \text{tg}^{-1}(\cos \alpha \text{tg} i_s - \sin \alpha \text{ctg}(D - A))$   
 $\beta$  为板状体沿倾向的倾角,  $i_s$  为计算剖面内的有效磁化倾角。

### 3. 无限走向厚板状体 (无限延深)

$$Z_a = \alpha J'_s \cos \alpha \sin \beta' \left[ \cos \gamma' \text{tg}^{-1} \frac{2bh'}{x^2 - b^2 + h'^2} + \frac{1}{2} \sin \gamma' \ln \frac{(x-b)^2 + h'^2}{(x+b)^2 + h'^2} \right]$$

式中各符号的意义同上。

### 4. 有限走向圆柱体

规定坐标原点位于圆柱体中心点的正上方, 并令

$$Z'_a = \frac{M'_z (Y - y') \{ (h'^2 - x^2) [(Y - y')^2 + x^2] + 2h'^4 \} - M'_x h' x}{(x^2 + h'^2) [(x^2 + h'^2 + (Y - y')^2)^{3/2}]} \quad \left. \begin{array}{l} Y = L \\ Y = -L \end{array} \right\}$$

$$H'_{ay} = \frac{M'_y h'}{[x^2 + h'^2 + (Y - y')^2]^{3/2}} \begin{cases} Y = L \\ Y = -L \end{cases}$$

$$H'_{ax} = \frac{M'_x x - M'_y (Y - y') - M'_z h'}{[x^2 + h'^2 + (Y - y')^2]^{3/2}} \begin{cases} Y = L \\ Y = -L \end{cases}$$

则  $Z_a = Z'_a \cos \alpha + H'_{ay} \sin \alpha$

式中  $M'_x$ 、 $M'_z$  同 1,  $M'_y = M[\cos \alpha \cos i \cos(D - A) + \sin \alpha \sin i]$ ,

$h' = (h_c + y \tan \alpha) \cos \alpha$ ,  $y' = y \sec \alpha - (h_c + y \tan \alpha) \sin \alpha$ ,  $h_c$  为圆柱体中心点埋深,  $y$  为计算点的  $y$  坐标,  $L$  为圆柱体走向半长。

令  $i = 90^\circ, 45^\circ, D - A = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, \alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, h = 1, b = 1$  (厚板状体),  $\beta = 90^\circ, h_c = 1, L = 1, y = 0$ , 代入上式可计算出 64 条异常曲线 (图 2 至 5), 图中横坐标的单位为  $h$ , 各图中的曲线 1 至 4 分别为  $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  时

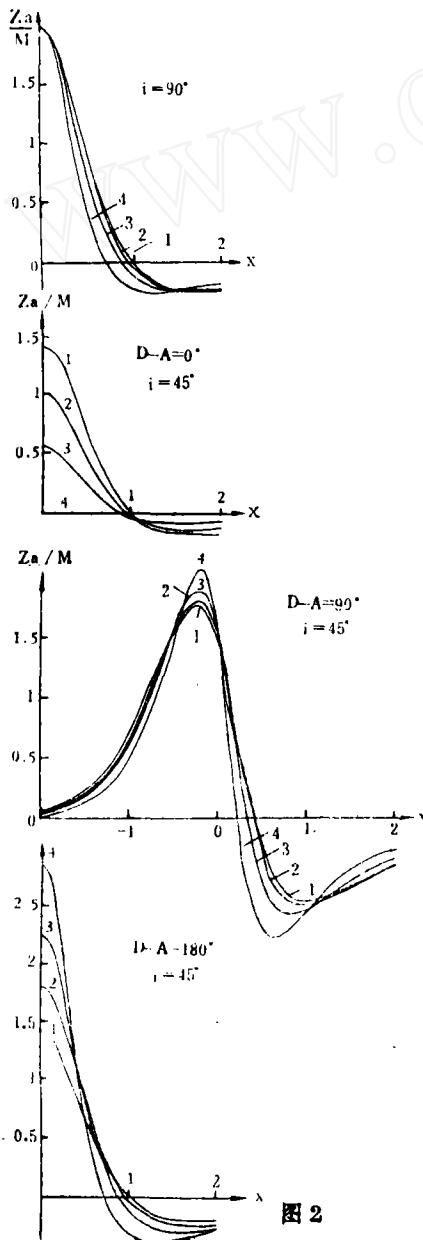


图 2

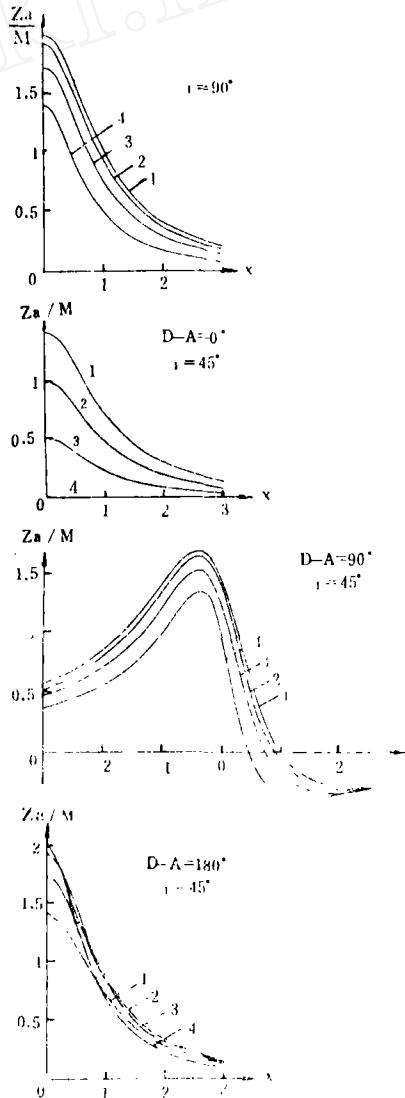


图 3

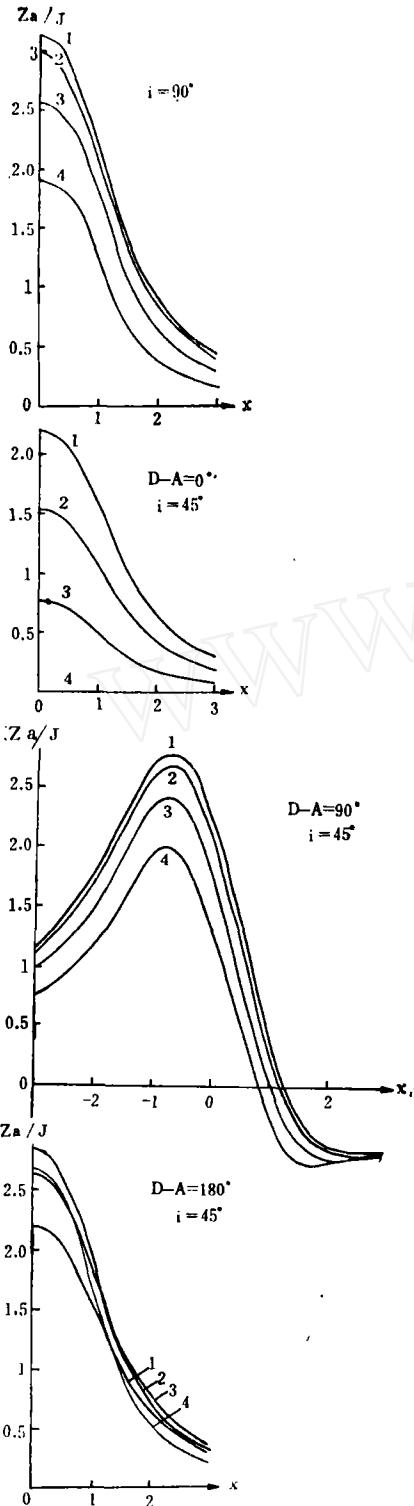


图 4

的异常，图3中的 $M = 2bJ\sin\beta$ 。

### 异常特征

从上面的计算结果可知，沿走向倾斜的

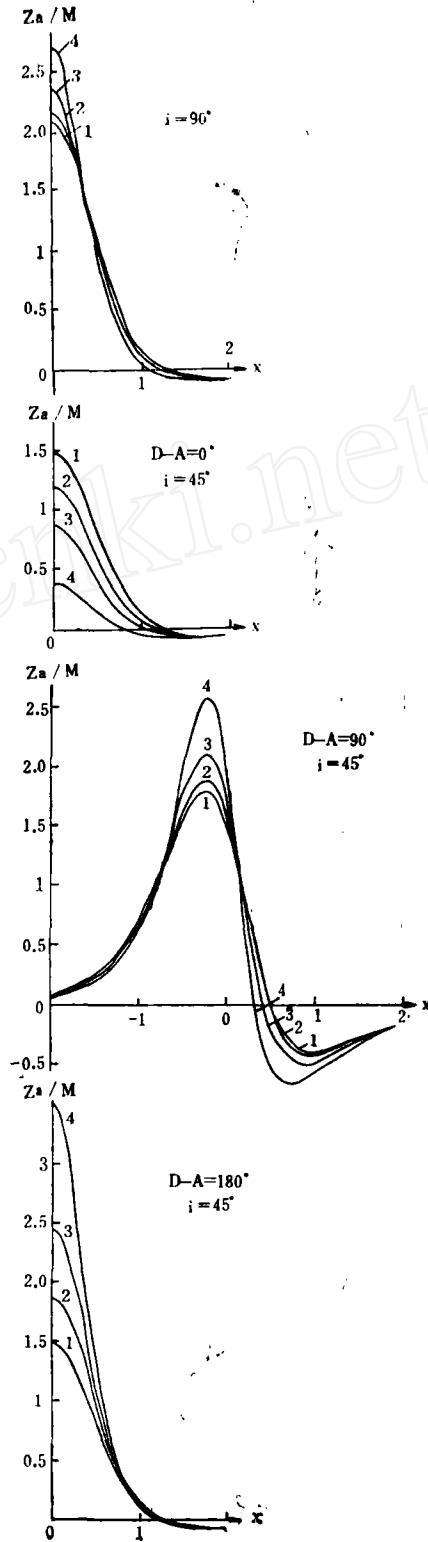


图 5

磁性体异常变化特征与磁性体形状、磁化强度方向以及沿走向的倾角都有关系，具体变化特征可归纳如下：

1. 垂直磁化时, 有限长圆柱体中心剖面上的异常极大值随 $\alpha$ 增大而增大, 异常极小值基本上不随 $\alpha$ 变化而变化; 无限长圆柱体的异常极大值和极小值均不随 $\alpha$ 变化而变化, 板状体异常极大值随 $\alpha$ 增大而减小, 且厚板状体异常极大值的减小速度比薄板状体大(见图2-1、3-1、4-1、5-1)。

2. 不论何种形状的磁性体, 当沿走向倾斜时, 沿走向方向的磁化强度 $J_y$ 对异常曲线的影响都很明显。当 $J_y > 0$  (即 $\vec{J}_y$ 指向磁性体沿走向倾斜的方向), 异常极大值随 $\alpha$ 的增大而迅速衰减; 当 $\alpha = i$ 且 $J_x = 0$ 时, 二度体异常甚至完全消失, 有限长柱体的异常也衰减得所剩无几(见图2-2、3-2、4-2、5-2); 当 $J_y < 0$  (即 $\vec{J}_y$ 与磁性体沿走向的倾斜方向指向相反), 异常极大值则随 $\alpha$ 的增大而迅速增大(见图2-4、3-4、4-4、5-4)。在图3-4、4-4中, 当 $\alpha$ 增大时板状体异常极大值增大得并不明显, 而厚板状体异常极大值在 $\alpha = i = 45^\circ$ 时反而有所下降, 这是磁化强度的垂直分量 $J_z$ 使异常极大值随 $\alpha$ 增大而减小所造成的。

当 $\alpha$ 变化时,  $\vec{J}_y$ 对异常极小值的影响仅限于无限长柱体:  $J_y > 0$ 时,  $|Z_{amin}|$ 随 $\alpha$ 增大而减小;  $J_y < 0$ 时,  $|Z_{amin}|$ 随 $\alpha$ 增大而增大。对于有限长柱体的中心剖面, 不论 $J_y > 0$ 还是 $J_y < 0$ , 异常极小值基本上都不随 $\alpha$ 变化(见图2-2、2-4、5-2、5-4)。

3. 不论何种形状的磁性体, 当沿走向倾斜时, 垂直于走向方向的磁化强度 $J_x$ 对异常曲线的影响均较小。对比 $D - A = 90^\circ$ 、 $i = 45^\circ$ 和 $i = 90^\circ$ 的理论曲线(图2-1、2-3、3-1、3-3、4-1、4-3、5-1、5-3), 可看出垂直于走向斜磁化时, 随着 $\alpha$ 的增大, 柱体异常极大值上升得较垂直磁化为快, 而板状体异常极大值则下降得较垂直磁化为慢, 这就说明 $J_x$ 对异常极大值的影响都表现为随 $\alpha$ 增大而增大, 但这种增大的速度较小, 图3-3、4-3、5-3中异常极大值随 $\alpha$ 的变化主要是 $J_z$ 的作用所引起的。

$J_x$ 对异常极小值的影响表现为: 无论何种形状的磁性体,  $|Z_{amin}|$ 均随 $\alpha$ 增大而增大(见图2-3、3-3、4-3、5-3)。

4. 不论磁化方向和磁性体形状如何, 异常极大值出现的位置都基本上不随 $\alpha$ 变化而

变化; 而异常极小值出现的位置则均随 $\alpha$ 的增大逐渐向异常中心靠拢。

5. 不论何种形状的磁性体, 垂直磁化时异常宽度(指异常正值部分的宽度或异常边部较低值等值线的宽度)随 $\alpha$ 增大而变小(见图2-1、3-1、4-1、5-1); 仅有 $J_x$ 时异常宽度基本上不随 $\alpha$ 变化而变化; 仅有 $J_y$ 时异常宽度的变化较复杂些; 对于无限长柱体,  $J_y$ 并不使异常宽度随 $\alpha$ 变化而变化(见图2-1、2-2、2-4); 对于其他形状的磁性体, 当 $J_y > 0$ , 异常宽度随 $\alpha$ 增大而变小, 当 $J_y < 0$ , 异常宽度随 $\alpha$ 增大而变大。至于图5-4中异常宽度基本上不随 $\alpha$ 变化而变化, 而图3-4、4-4中异常宽度开始时随 $\alpha$ 增大而增大, 当 $\alpha$ 继续增大到一定程度, 异常宽度则又变小, 这是 $J_x$ 和 $J_y (< 0)$ 共同作用的结果。

6. 当磁性体沿走向倾斜时, 二度体也有 $y$ 方向的水平分量异常( $H_{ay}$ ), 其特征与异常垂直分量相似, 二者相差一个 $-\tan\alpha$ 因子。

7. 当磁性体沿走向倾斜时, 异常的平面形态亦将发生相应的变化。例如对于二度磁性体, 异常平面等值线将不再是平行直线; 对于似二度体, 异常极大值将增大, 异常中心位置向磁性体埋藏较浅的一端移动, 在此端等值线变密变窄, 而在磁性体另一端的上方, 异常等值线变宽变稀(注意 $\alpha$ 变化时中心埋深 $h_c$ 保持不变)。

对几个特定方向的磁化强度进行了异常计算, 在磁化强度的三个分量均不为零的情况下, 异常曲线虽变得稍为复杂, 但其基本特征随磁化方向和 $\alpha$ 而变化的规律仍然不变, 异常曲线的大致形态亦不难由已经计算出的理论曲线通过综合分析而得出。

### 异常解释推断误差

磁性体沿走向倾斜使异常的某些特征发生了变化。因此, 若不考虑磁性体沿走向的倾斜, 单纯根据异常特征用常规的沿走向水平的磁性体异常处理方法进行推断解释, 无疑给推断结果带来很大误差。现将以上计算出的沿走向倾斜的磁性体异常理论曲线, 当作沿走向水平的磁性体异常进行反演计算, 计算结果列于下表。为区别于磁性体的实际参数, 反演计算结果均加“'”。表中 $h'$ 、 $L'$ 、 $b'$ 均以磁性体实际埋深 $h$ 或 $h_c$ 为单位。

异常曲线反演计算结果表

磁性体	$\alpha$	$i = 90^\circ$			$D - A = 0^\circ, i = 45^\circ$			$D - A = 90^\circ, i = 45^\circ$			$D - A = 180^\circ, i = 45^\circ$			
		$b'(L')$	$h'$	$M'/M$	$b'(L')$	$h'$	$M'/M$	$b'(L')$	$i'$	$h'$	$M'/M$	$b'(L')$	$h'$	$M'/M$
无限走向圆柱	$0^\circ$		1	1		1	1		$45^\circ$	1	1		/	1
	$15^\circ$		0.97	0.94		0.96	0.68		$44^\circ$	0.97	0.96		0.96	1.17
	$30^\circ$		0.86	0.74		0.87	0.32		$41^\circ$	0.86	0.79		0.87	1.19
	$45^\circ$		0.71	0.56		/	0		$37^\circ$	0.72	0.63		0.72	1.04
无限走向薄板	$0^\circ$		1	1		1	1		$45^\circ$	1	1		1	1
	$15^\circ$		0.97	0.94		0.97	0.69		$44^\circ$	0.97	0.95		0.97	1.19
	$30^\circ$		0.86	0.75		0.87	0.32		$41^\circ$	0.86	0.81		0.87	1.19
	$45^\circ$		0.70	0.49		/	0		$35^\circ$	0.70	0.61		0.71	1.00
无限走向厚板	$0^\circ$	1	1	1	1	1	1	1	$45^\circ$	1	1	1	1	1
	$15^\circ$	1.00	0.97	0.94	1.00	0.97	0.69	1.00	$44^\circ$	0.97	0.95	1.00	0.97	1.19
	$30^\circ$	0.99	0.87	0.75	0.99	0.87	0.32	0.99	$41^\circ$	0.87	0.82	0.99	0.87	1.19
	$45^\circ$	1.00	0.70	0.50	/	/	0	1.00	$36^\circ$	0.70	0.61	1.00	0.70	1.00
有限走向圆柱	$0^\circ$	1	1	1	1	1	1	1	$45^\circ$	1	1	1	1	1
	$15^\circ$	0.87	0.98	1.00	1.06	0.94	0.70	0.87	$43^\circ$	0.98	1.03	0.80	0.98	1.25
	$30^\circ$	0.56	0.91	1.09	3.28	0.92	0.51	0.56	$40.5^\circ$	0.91	1.22	0.39	0.92	2.03
	$45^\circ$	0.26	0.78	1.40	80	0.80	0.17	0.26	$36^\circ$	0.78	1.73	/	/	/

根据上述异常特征和表中 所列计算结果, 发现有如下规律:

1. 不论何种形状的磁性体 (原则上指所讨论的几种磁性体), 也不论磁化方向如何, 如不考虑走向倾角, 则推断的磁性体埋深  $h'$  都将比磁性体的实际垂直埋深  $h$  (或  $h_c$ ) 偏小。对于无限走向的二度磁性体,  $h'$  与  $h$  间存在关系  $h' = hc \cos \alpha$ ; 对于有限走向的似二度体, 其中心剖面的计算结果表明走向倾角  $\alpha$  对  $h'$  的影响要稍小些, 即推断埋深  $h'$  随  $\alpha$  增大而减小的速度比二度体要慢少许。

2. 不计走向倾角  $\alpha$ , 推断磁矩  $M'$  (对于厚板状体则为磁化强度  $J'$ ) 的变化情况比较复杂, 特别是  $M'$  或  $J'$  的变化不仅与  $\alpha$  角的大小有关, 而且与磁化方向也密切相关 (当然还与磁性体的形状有一定关系), 因而必须对不同磁化方向逐一讨论, 分别指出不同方向磁化时  $M'$  或  $J'$  随  $\alpha$  角变化的规律。

(1) 垂直磁化: 对于无限走向的二度体, 推断的磁矩  $M'$  ( $J'$ ) 比磁性体实际磁矩  $M$  ( $J$ ) 偏小, 不同形状的二度体  $M'$  ( $J'$ ) 随  $\alpha$  增大而减小的速度基本一致, 当  $\alpha = 45^\circ$ ,  $M'$  ( $J'$ ) 都降至实际值的一半; 对于有限走向圆柱体,  $M'$  则比实际值  $M$  偏大, 且  $\alpha > 30^\circ$  时  $M'$  随  $\alpha$  增大而增大的速度较快。

(2) 倾斜磁化, 磁化方向与磁性体走

向倾斜方向指向同一侧 ( $D - A = 0^\circ, J_y > 0$ ): 不论何种形状的磁性体, 推断磁矩  $M'$  ( $J'$ ) 都将随  $\alpha$  增大而迅速减小,  $i$  相同时, 二度体的  $M'$  的减小速度都基本相同。对比表中  $D - A = 0^\circ, i = 45^\circ$  和  $i = 90^\circ$  两种情况的计算结果, 可知除  $J_z$  使  $M'$  随  $\alpha$  增大而减小外 (二度体),  $J_y (> 0)$  使  $M'$  更为迅速地减小, 这在有限长圆柱体上的反映为:  $J_y (> 0)$  使  $M'$  的减小远远超过了  $J_z$  使  $M'$  的增大, 而使斜磁化情况的  $M'$  仍然随  $\alpha$  的增大而较迅速地减小。当然,  $M'$  随  $\alpha$  增大而减小的速度与  $i$  大小也是密切相关的, 因为  $i$  大小直接决定了  $J_y$  与  $J_z$  的相对大小。

值得指出的是, 当走向倾角  $\alpha$  与磁化倾角  $i$  相等 ( $D - A = 0^\circ$ ) 时, 理论上二度体的异常将完全消失,  $M'$  ( $J'$ ) 降为 0, 这是容易理解的, 因为此时变为顺轴磁化 (柱体) 或沿磁性体顶面磁化 (板状体), 磁性体表面无磁荷分布, 当然不会有异常。对于有限长柱体, 虽然此时端面磁荷的作用异常并不完全消失, 但也有很大幅度的降低 (中心剖面)。由此可见, 磁性体沿走向的倾斜对异常特征的影响在某些情况下是相当大的。

(3) 倾斜磁化, 磁化方向与磁性体走向倾斜方向指向相反 ( $D - A = 180^\circ, J_y < 0$ ): 不论何种形状的磁性体,  $M'$  ( $J'$ )

都将比实际值偏大,且对于不同形状的二度体,磁化倾角一定时, $M'(J')$ 随 $\alpha$ 增大而变化的速度基本相同。但当 $\alpha > 30^\circ$ 时, $M'(J')$ 将随 $\alpha$ 增大而变小,但仍然保持 $M' \geq M(J' \geq J)$ 。造成这一现象的原因是当 $\alpha$ 较大时, $J_z$ 使 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而减小的速度增大了,对于有限走向圆柱体, $M'$ 随 $\alpha$ 增大而增大的速度较二度体为大,这是由于除 $J_y (< 0)$ 外, $J_z$ 也使有限走向圆柱体 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而增大,而 $J_z$ 却使二度体的 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而减小,从而抵消了一部分 $J_y (< 0)$ 使 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而增大的效应。

(4) 倾斜磁化,磁化方向垂直于磁性体走向( $J_y = 0, J_x \neq 0$ ):对于二度体, $M'(J')$ 将比实际值偏小,即 $M'(J')$ 随 $\alpha$ 增大而减小;对于有限走向圆柱体, $M'$ 将比实际值偏大,即 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而增大。对比 $D-A = 90^\circ, i = 45^\circ$ 与 $i = 90^\circ$ 的反演计算结果可以看出,此时二度体 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而减小的速度较垂直磁化时为慢,而有限走向圆柱体 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而增大的速度较垂直磁化时为大,可见不论对于无限走向和有限走向的磁性体, $J_x$ 都使 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而增大,只是这种增大的速度较慢,以至在二度体情况下还不足以完全抵消 $J_z$ 使 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而减小的效应。当然,当磁化倾角较小, $J_x \gg J_z$ 时,即使对于二度体,也将会出现 $M'$ 随 $\alpha$ 增大而缓慢增大的现象,所以不可机械地理解上面的结论。

磁矩 $M$ 是综合反映磁性体磁性强弱和截面大小的物理量,当磁化强度已知时,磁矩的变化将直接导致磁性体截面大小的变化,从而使推断结果产生误差。

3. 当磁化强度垂直于磁性体走向的分量 $J_z \neq 0$ 时,不论何种形状的磁性体,不考虑走向倾角 $\alpha$ ,都将造成计算剖面内的有效磁化倾角变小的假象(对于板状体,直接表现为推断的 $\gamma'$ 角比实际值偏大),而且 $i_s'$ 随 $\alpha$ 增大而变小的速度都基本相同,当 $\alpha < 15^\circ$ 时,对于 $i_s = 45^\circ$ 斜磁化情况而言,二度体的 $i_s'$ 仅减小 $1^\circ$ ,有限走向圆柱体的 $i_s'$ 减小 $2^\circ$ ,可忽略不计。

4. 不论磁化方向如何,不考虑走向倾角

$\alpha$ ,厚板状体的顶面宽度推断结果误差都甚小,一般不超过 $1\%$ ,因而可忽略不计。

5. 不考虑走向倾角 $\alpha$ ,有限走向圆柱体的走向长度推断结果往往误差较大,且与磁化方向有关,具体表现为: $J_z$ 使 $L'$ 随 $\alpha$ 增大而减小; $J_y > 0$ 时使 $L'$ 随 $\alpha$ 增大而迅速增大; $J_y < 0$ 时使 $L'$ 随 $\alpha$ 增大而稍有减小; $J_x$ 对 $L'$ 不发生影响( $L'$ 指仅用中心横剖面上的异常曲线进行反演计算的结果)。

6. 不论何种形状的磁性体,也不论磁化方向如何,只要 $\alpha < 15^\circ$ ,推断埋深误差均不超过 $6\%$ ,因而对于磁性体埋深计算而言, $< 15^\circ$ 时可作为沿走向水平的磁性体处理,当 $\alpha < 15^\circ$ 时,可以按 $h = h'/\cos\alpha$ 对二度体的推断埋深进行改正。

7. 不论何种形状的磁性体,当磁化方向垂直于磁性体走向时( $J_y = 0$ ),只要 $\alpha < 15^\circ$ ,磁矩 $M'(J')$ 的推断误差均不超过 $6\%$ 。因而对磁矩推断而言,沿走向倾斜的磁性体作为走向水平的磁性体处理的条件是: $\alpha < 15^\circ, J_y = 0$ (或 $J_y \ll J_z, J_x$ )。

8. 在任何情况下, $\alpha > 15^\circ$ 的磁性体都不宜作为走向水平磁性体处理;当 $J_y > 0$ 且 $J_y$ 并不远小于 $J_z$ 和 $J_x$ 时,即使 $\alpha < 15^\circ$ 的磁性体也不宜作为走向水平的磁性体处理(埋深计算除外)。因此对于沿走向倾斜的磁性体,当磁化强度出现沿走向方向的分量时,对异常的处理要特别慎重。

由于沿走向倾斜的磁性体异常计算公式比较复杂,不便对这些公式直接进行严格的理论分析;又由于计算工作量较大,本文亦未能对各种磁化倾角、板状体的各种 $\beta, \gamma$ 角和有限延深情况、有限长柱体的各种走向长度和非中心剖面以及沿走向倾斜的磁性体异常平面形态特征进行系统的具体计算,因而文中所述有关规律具有一定的局限性,应注意。例如对于非直立板状体,随着 $\alpha$ 的变化, $\gamma'$ 也将发生变化,因而与 $\beta = 90^\circ$ 的情况相比异常形态和幅度一般都会发生变化,所以推断结果亦将与 $\beta = 90^\circ$ 的情况有差别。对于有限延深的板状体,其异常变化特征则在不同程度上向柱体接近。对于有限长柱体的非中心剖面,异常特征随 $\alpha$ 的变化规律亦将有别于中心剖面。