秒，迭代4次用机7.162秒），对一般的二维曲化平计算，用机时间是没有问题的。

3.由于本方法的方法误差很小，因此，只要原始数据足够精确，延拓结果也就相当准确。作为一般"曲化平"问题，无论向上或向下，只要原始数据的均方相对误差≤8%（对于极大值1000γ的异常，要求均方误差为30γ），那么延拓结果的均方相对误差可以≤10%。可见作为一种曲化平方法，本方法对原始观测数据的精度要求是相当宽的。

4.作为曲化平方法的研究，我们的工作取得了一些进展；但作为位场解释理论中的位场解析延拓问题，我们的工作还仅仅是开始。在推广应用中还会发现新的问题。今后要在推广应用中进一步完善，使它在地质找矿和位场解析中起到更好的作用。

参 考 文 献

〔1〕Bhattacharyya B.K. and Chan K.C., Geophysics, 1977, V.42, №.7, p.1411～1430

〔2〕M.A.拉夫伦捷夫等，复变函数论方法（上册），1956，高等教育出版社

〔3〕C.索波列夫，数学物理方程

〔4〕中国科学院计算技术研究所编，计算方法讲义

利用回归分析鉴别真假重力异常

陈宇同*

山区重力资料解释的第一步工作就是鉴别异常。干扰的存在使假异常混杂于由物质密度差异而产生的真异常之中。为了认出真异常，不少人作了认真的探索[1,2]。

很多假重力异常往往位于山脊或沟谷中。有的与地形一道起伏，有的与地形成镜像关系。但由密度差异产生的重力异常一般并无此特点[1]。我们对产生假异常的原因进行了分析，了解到它们与测点座标的关系，并试用回归分析方法来识别假异常，经过初步试验，取得了一定的效果。

方法原理的分析

在重力测量中，局部异常值是观测值经过布格、地形、区域和纬度等改正后得到的。如果这些改正不完善，就会产生假重力异常。

1.布格改正　布格改正的理论公式为

$$\Delta g_{布} = k_1 \cdot z_n$$

式中，$k_1 = 0.308 - 0.0419\sigma$为布格改正系数，$z_n$是测点的海拔高程，$\sigma$是测点与大地水准面间物质的密度。

当布格改正系数k_1由于密度σ不准确或其他原因（如重力垂向梯度并非0.308毫伽/米）而有误差Δk_1时，产生的布改误差$\delta_{g布}$是测点高程z_n的线性函数

$$\delta_{g布} = \Delta k_1 \cdot z_n \qquad (1)$$

2.地形改正　地形改正的计算公式为

$$\Delta g_{地} = f\sigma \iiint_V \frac{\zeta}{(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)^{3/2}} dv$$

$$= f\sigma \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+(H/r)^2}}\right] d\xi\, d\eta$$

* 参加这项工作的还有张敬华同志。

式中，$r=(\xi^2+\eta^2)^{1/2}$，$H=H(\xi,\eta)$是地形函数，σ是地改密度。

显然，选取的地改密度σ和地形函数H不精确都直接影响$\Delta g_{地}$的大小。因此，在重力地改工作中用平均密度$\bar{\sigma}$代替实际密度σ_0，用平均地形柱高度$\bar{H}_{ij}$代替曲顶地形柱高度H_{ij}都会引起地形改正误差。下面作进一步的分析：

在$(H/r)<1$时，以幂级数展开上式并写成离散求和形式：

$$\Delta g_{地}=f\sigma\Delta\xi\Delta\eta\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\left[\frac{1}{2r_{ij}^3}H_{ij}^2-\frac{3}{8r_{ij}^5}H_{ij}^4+\frac{5}{16r_{ij}^7}H_{ij}^6-\frac{35}{128r_{ij}^9}H_{ij}^8+\cdots\cdots\right]$$

当地改密度有误差$\Delta\sigma=\bar{\sigma}-\sigma_0$和地形起伏有误差$\Delta H_{ij}=\bar{H}_{ij}-H_{ij}$时，所引起的地改误差是

$$\delta g_{地}=\Delta g'_{地}-\Delta g_{地}=f\Delta\sigma\Delta\xi\Delta\eta\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\left[\left(\frac{\Delta H_{ij}^2}{2r_{ij}^3}-\frac{3\Delta H_{ij}^4}{8r_{ij}^5}+\cdots\cdots\right)+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\Delta H_{ij}}{r_{ij}^3}-\frac{3\Delta H_{ij}^3}{2r_{ij}^5}+\cdots\cdots\right)H_{ij}+\left(\frac{-9\Delta H_{ij}^2}{4r_{ij}^5}+\frac{75\Delta H_{ij}^4}{16r_{ij}^7}-\cdots\cdots\right)H_{ij}^2+\cdots\cdots\right]$$

$$=f\Delta\sigma\Delta\xi\Delta\eta\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\left[a_{0ij}+a_{1ij}H_{ij}+a_{2ij}H_{ij}^2+\cdots\cdots\right]$$

由于$r_{ij}\gg\Delta H_{ij}$，此级数的系数都迅速收敛且绝对值渐减，取前四项并考虑到$H_{ij}=z_{ij}-z_n$，得

$$\delta g_{地}\approx f\Delta\sigma\Delta\xi\Delta\eta\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\left[a_{0ij}+a_{1ij}(z_{ij}-z_n)+a_{2ij}(z_{ij}-z_n)^2+a_{3ij}(z_{ij}-z_n)^3\right]$$

$$=f\Delta\sigma\Delta\xi\Delta\eta\sum_{i=-\infty}^{\infty}\sum_{j=-\infty}^{\infty}\left[A_{0ij}+A_{1ij}z_n+A_{2ij}z_n^2+A_{3ij}z_n^3\right]$$

此式说明，虽然密度误差$\Delta\sigma$和地形误差ΔH_{ij}决定地改误差的大小，但它们都是作为测点高程z_n的系数出现的。由于各测点的z_n不相同，所以同样的$\Delta\sigma$或ΔH_{ij}所产生的地改误差在各个测点也不相同。将上式简记为

$$\delta g_{地}=B_0+B_1z_n+B_2z_n^2+B_3z_n^3 \qquad (2)$$

式中B_0、B_1、B_2、B_3是i、j和$\Delta\sigma$的函数。

3.区域改正 在局部异常范围内，区域场可近似视为一平面，其改正公式为

$$\Delta g_{区}=k_2x_n+k_3y_n$$

显然区域改正平面取得不恰当时，区改的误差$\delta g_{区}$与测点的平面座标x_n、y_n成线性关系

$$\delta g_{区}=\Delta k_2x_n+\Delta k_3y_n \qquad (3)$$

4.纬度改正 纬度改正的理论公式为$\Delta g_{纬}=k\cdot S_n$，k是比例系数，S_n是纬度间距。根据座标变换的转轴公式$S_n=x_n\sin\alpha+y_n\cos\alpha$ 得

$$\Delta g_{纬}=k\sin\alpha\cdot x_n+k\cos\alpha\cdot y_n$$

显然，纬度改正误差$\delta g_{纬}$也是测点座标x_n、y_n的线性函数，记为

$$\delta g_{纬}=\Delta k_4x_n+\Delta k_5y_n \qquad (4)$$

综合(1)、(2)、(3)、(4)式得到各项改正的总误差，亦即假异常值的简略表达式

$$\delta g=\delta g_{布}+\delta g_{地}+\delta g_{区}+\delta g_{纬}$$

$$\approx\Delta k_1z_n+(B_0+B_1z_n+B_2z_n^2+B_3z_n^3)+(\Delta k_2x_n+\Delta k_3y_n)+(\Delta k_4x_n+\Delta k_5y_n)$$

$$\doteq b_0 + b_1 x_n + b_2 y_n + b_3 z_n + b_4 z_n^2 + b_5 z_n^3 \quad (5)$$

即δg与x_n、y_n、z_n、z_n^2、y_n^3存在某种线性关系。

我们知道，真重力异常与测点座标有

$$\Delta g = f\Delta\sigma \iiint_{\Omega} \frac{\zeta - z}{[(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2]^{2/3}} \xi d\eta d\zeta$$

其中，$\Delta\sigma$是地质体与围岩的密度差，$d\xi\ d\eta d\zeta$是积分元，积分遍及地质体所占有的空间Ω。

由于地质体的形态往往十分复杂而且是未知的，此积分式不可能用(5)式来简单地近似，即Δg与测点座标x、y、z不存在形如(5)式的简单线性关系。基于此，如果我们用(5)式对某一经验异常进行多元回归的试算，并提出统计假设："Δg与x、y、z、z^2、z^3没有线性关系"。由于在此假设下统计量$F = (S_{回}/f_{回})/(S_{剩}/f_{剩})$遵从F分布$F(f_{回}, f_{剩})$，根据给定的信度$\alpha$查出临界值$F_\alpha$，如果$F \leqslant F_\alpha$，则接受原假设，认为$\Delta g$与x、y、z等不存在线性关系[或认为回归方程(5)不显著]，因而Δg不是由于改正不完善产生的假异常；反之，如果$F > F_\alpha$，则否定了原来的假设，认为Δg与x、y、z、z^2、z^3存在着某种线性关系(或回归方程(5)显著)，我们可以在信度α下认为该异常系由改正不完善产生的假异常。这样，通过回归方程显著与否的检验对识别真假异常提供了帮助。

同时，由(1)、(2)、(3)、(4)式可以看出，布格改正与地形改正的误差主要与测点的纵座标有关，而区域改正和纬度改正的误差主要与测点的横座标有关。因而，当检验出回归方程显著，确认为假异常后，根据反映δg与各因素间本质联系的偏相关系数的大小及其检验，还可以帮助我们寻找假异常产生的原因，为假异常的解释提供有用的线索。

方 法 的 步 骤

1.列原始数据表 将异常范围内几个测点的六个因素：座标x、y、z以及z^2、z^3和重力局部异常值$\Delta g_{局}$列成如下原始数据表：

序　号	因			素		
	$x_1 = x$	$x_2 = y$	$x_3 = z$	$x_4 = z^2$	$x_5 = z^3$	$x_6 = \Delta g_{局}$
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
t	x_{t1}	x_{t2}	x_{t3}	x_{t4}	x_{t5}	x_{t6}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	x_{n4}	x_{n5}	x_{n6}

2.计算简单相关系数并组成相关矩阵 按上表中数据计算各因素间的简单相关系数

$$\frac{\sum_{t=1}^{n}(x_t - \overline{x})(x_{tj} - \overline{x_j})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{n}(x_{ti} - \overline{x_i})^2 \cdot \sum_{t=1}^{n}(x_{tj} - \overline{x_j})^2}}$$

$$= \frac{\sum_{t=1}^{n} x_{ti}x_{tj} - \frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{n} x_{ti}\right)\left(\sum_{t=1}^{n} x_{tj}\right)}{\sqrt{\left[\sum_{t=1}^{n} x_{ti}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{n} x_{ti}\right)^2\right]\left[\sum_{t=1}^{n} x_{tj}^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{t=1}^{n} x_{tj}^2\right)^2\right]}}$$

$(i, j = 1, 2, \cdots\cdots, 6)$

简单相关系数r_{ij}构成相关矩阵

$$R^* = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} & r_{46} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} & r_{56} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} & r_{64} & r_{65} & r_{66} \end{pmatrix}$$

相关矩阵R^*对应的行列式记为R

$$R = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & r_{44} & r_{45} & r_{46} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} & r_{54} & r_{55} & r_{56} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} & r_{64} & r_{65} & r_{66} \end{vmatrix}$$

3.计算相关行列式R及r_{6i}、r_{ii}的代数余子式R_{6i}、R_{ii}的值

4.回归方程的显著性检验 列出如下的方程分析表：

变差来源	平方和	自由度	F
回归	$S_{回}=(n-1)S_6^2\left(1-\frac{R}{R_{66}}\right)$	$f_{回}=5$	
剩余	$S_{剩}=(n-1)S_6^2\frac{R}{R_{66}}$	$f_{剩}=n-6$	$S_{回}\cdot f_{剩}/S_{剩}\cdot f_{回}$
总计	$S_{总}=S_{回}+S_{剩}=(n-1)S_6^2$	$f_{总}=n-1$	

S_6是因素x_6采用“$n-1$”时的标准偏差，即

$$S_6=\pm\left(\frac{\sum_{t=1}^{n}(x_{t6}-\overline{x_6})^2}{n-1}\right)^{1/2}$$

以第一自由度$f_1=f_{回}=5$，第二自由度$f=f_{2剩}=n-6$对给定的显著性水平 α查F临界值表，得到临界值$F^{\alpha}_{5\cdot n-6}$。将方差分析表中的F值与$F^{\alpha}_{5\cdot n-6}$比较，若$F>F^{\alpha}_{6\cdot n-6}$，则认为回归显著；若$F\leqslant F^{\alpha}_{5\cdot 6n-6}$，则认为回归不显著。

5.计算x_6与各因素的偏相关系数并作检验 偏相关系数是在除去其他变量影响的情况下计算的相关系数，它真正地反映了两个变量间的线性关系，其计算公式为：

$$r'_{61}=r_{61\cdot 2345}=\frac{-R_{61}}{(R_{66}\cdot R_{11})^{1/2}}$$

$$r'_{62}=r_{62\cdot 1345}=\frac{-R_{62}}{(R_{66}\cdot R_{22})^{1/2}}$$

………………………………………

………………………………………

$$r'_{65}=r_{65\cdot 1234}=\frac{-R_{65}}{(R_{66}\cdot R_{55})^{1/2}}$$

由于$r'_{6i}=0$时，$t=\frac{r'_{6i}(n-6)^{1/2}}{(1-r'^{2}_{6i})^{1/2}}$是司都顿 t 分布的变量的观测值，所以可以提出统

计假设："$r'_{6i}=0$"。在给定信度α下，以自由度n－6查t临界值表得到临界值t^*_α，若计算出的$t_i \leq t^*_\alpha$，则认为统计假设："$r'_{6i}=0$"在信度α下成立，Δg局与x_i线性无关；若$t_i > t^*_\alpha$，则认为"$r'_{6i}=0$"在信度α下不成立，Δg局与x_i存在着一定的线性关系。

6.判断的准则 根据方程显著性检验的结果，若回归方程显著，说明用（5）式去描述Δg局与各因素的关系是恰当的，Δy局与x、y、z、z^2、z^3存在着线性关系，根据置信度α论断，所研究的异常为改正误差产生的异常，是假异常；若回归方程不显著，说明Δg局与各因素的关系不满足（5）式，没有线性关系，而是遵从另外更复杂的关系，以信度α论断，该异常是由密度差异产生的真异常。

当回归方程显著，论断为假异常后，通过偏相关系数的计算和检验，若Δg局与某些因素线性关系十分密切，则可以信度α推断与这些因素有关的改正误差是产生此假异常的重要原因；Δg局与之线性无关的因素，显然不对Δg局有重要影响，则可以信度α推断与这些因素有关的改正误差不是产生此假异常的重要原因。

还可以按Δg局与各因素的偏相关系数r'_{6i}的大小和排列顺序，推论各项改正的误差对产生假异常所起的作用。

这里所要说明的一点是，这些判断准则都是建立在统计推断理论基础上的，因而判断的结果都是推测性的。为了避免漏矿的可能，推断的信度α宜定得严格些，而且对回归显著的异常，要十分警惕误差引起的假异常与地下密度分布不均匀引起的真异常共存的情况。因此，对一个异常下最终的结论，仍然必须仔细考虑地质、构造、地形、其他物、化探资料以及其他方法的结论才能比较稳妥可靠。

实　例

1.景东县水转弯工区GZ_3号重力异常 重力工作总精度是0.053毫伽，该异常为正异常，范围约8000米^2，极大值为＋0.30毫伽。

2.景东县坝塘工区GZ_2号重力异常 重力工作总精度是0.049毫伽，该异常为正异常，范围约3600米^2，极大值为＋0.20毫伽。

3.江城县勐野井异常 工作总精度是0.27毫伽，该异常为重力负异常，范围约25平方公里，极小值为－5.4毫伽。

对上述三个实测异常，我们按前述步骤作了计算，其结果列于下表：

异常名称	测点数	回归方程显著性检验			偏相关系数及其检验			
		F	临界值	结论	r'_{i6}	t_i	临界值	结论
水转弯 GZ_3	50	57.63	$F^{0.01}_{5:44}=3.50$	十分显著	$r'_{61}=-0.828$	$t_1=-64.90$	$t^{0.01}_{44}=2.70$	（1）信度为0.01时，r'_{6i}均不能认为等于0
					$r'_{62}=-0.916$	$t_2=-100.21$		
					$r'_{63}=-0.649$	$t_3=-37.50$		（2）$\|r'_{62}\|>\|r'_{61}\|>\|r'_{63}\|>\|r'_{65}\|>\|r'_{64}\|$
					$r'_{64}=-0.260$	$t_4=-11.85$		
					$r'_{65}=0.325$	$t_5=14.12$		
坝塘 GZ_2	35	7.09	$F^{0.01}_{5:29}=3.73$	十分显著	$r'_{61}=-0.344$	$t_1=-10.64$	$t^{0.01}_{29}=2.76$	（1）信度为0.01时，可认为$r'_{63}=0$，$r'_{64}=0$，$r'_{65}=0$
					$r'_{62}=-0.763$	$t_2=-34.25$		
					$r'_{63}=-0.075$	$t_3=-2.19$		（2）$\|r'_{62}\|>\|r'_{61}\|>\|r'_{63}\|>\|r'_{65}\|>\|r'_{64}\|$
					$r'_{64}=0.017$	$t_4=0.50$		
					$r'_{65}=-0.030$	$t_5=-0.88$		
勐野井	99	1.36	$F^{0.01}_{5:93}=3.25$	不显著				

从表中可见，水转弯GZ_3号异常和坝塘GZ_2号异常的F值远远大于临界值，勐野井异常的F值却小于临界值，所以推断水转弯和坝塘异常和是改正误差引起的假重力异常，而勐野井异常却是密度差异引起的真重力异常。

仔细分析表中偏相关系数的检验结果及其绝对值排列顺序，可以看出水转弯GZ_3号异常中各项改正均不完善，其F值亦特别大；坝塘GZ_2号异常，$\Delta g_{局}$与因素z、z^2、z^3的关系都不密切，只与因素x、y关系密切，因此推断区域改正和纬度改正的误差对该异常的产生起了主要作用，而布格改正和地形改正相对则是比较完善的。

GZ_3号异常和GZ_2号异常经钻探和山地工程验证，均未发现足以引起重力正异常的高密度体，证实为假重力异常。勐野井异常经几十个钻孔验证，发现密度差达$-0.3\sim-0.4$克/厘米^{3}的低密度巨厚岩盐，证实系典型的真重力异常。这些结论与我们上述推断的结果一致，证实了利用回归分析鉴别真假重力异常有一定效果。

本文是数学地质方法用于解释重力异常的初步尝试，目的是想为识别重力异常提供一种较客观的方法，谬误之处一定很多，请读者批评指正。

参 考 文 献

〔1〕秦琦等，1964年山形异常研究工作简报，西北地质局新疆分局物探大队

〔2〕童永春，地质与勘探，1981，第6期

〔3〕中国科学院数学研究所数理统计组，回归分析方法，1975，科学出版社

〔4〕周华章，工业技术应用数理统计学（上、下册），1964，人民教育出版社

〔5〕国家地质总局150工程组等，数学地质（一），1976

关于布格重力异常及其计算中的一些问题

郭武林

关于布格重力异常的概念和定义

二百多年前法国大地测量学家布格发表了地球表面密度与地壳密度的关系式，以后，在重力测量中就引入了布格异常的概念。

虽然布格异常对每个地球物理工作者已经不是一个陌生的概念，但其实际意义往往被曲解。直到最近在国外的一些杂志上仍在进行着讨论。争论的焦点之一涉及到布格异常赋值位置问题。

测到的重力值变化是由不同异常源和地球表面地形、地球向心力以及地球形状与理论椭球体之差别所引起。为了对比地球实际表面不同点上测得的重力值，首先应消除那些已知的重力作用影响，即高程、纬度、地形下质量及密度变化等。这就是引入布格重力异常概念的目的所在。

有的人[1]认为布格改正后的重力值已被化至某个基准面（或数据参照面）；有的认为，布格异常可视为这样的重力值，其中已消除了地形影响，并将测站用位于海平面上的投影点来代替，其值则相当于参照椭球面上之值[2]。

上述说法，将高度改正与对基准面向下延拓混为一谈。这种对布格重力异常的理解显然是错误的。

众所周知，重力改正公式为：

$$\Delta G = G - G_0 + \Delta G_{布} + \Delta G_{地} \qquad (1)$$