

用有限元法计算非均匀磁化磁性体(二度)的有效磁化强度和磁异常

首钢地质研究所 王书惠

前言

本文提出用有限元法根据外部磁化场条件和已控制的磁性体形态及磁化率参数计算磁性体内部的有效磁化强度及其在外部空间引起的磁异常。方法实质是求解偏微分方程边值问题的数值解。因为未引入均匀磁化等近似假定, 所得到的解能满足磁性体内外的微分方程和边界条件及分界面条件(在数值计算允许的精度范围内), 所以这种解包含了磁性体复杂形状引起的退磁影响、剩余磁化对感应磁化的影响、多个磁性体相互间的磁作用以及磁化率分布不均匀的影响。这种方法适用于非均匀磁化条件下的正演计算, 为精确计算有效磁化强度提供了一种新途径, 可以提高磁异常计算的精确度。

静磁场基本问题的提法

假定在所研究的区域中地磁场的分布是均匀的, 场强已知为 $\vec{H}_0$ (这里指在垂直于二度体走向的剖面内的分向量), 在 $\vec{H}_0$ 和 $\vec{H}_r$ (因磁性体具有剩余磁性所产生的磁场强度) 的作用下, 磁性体磁化, 在磁介质内部和外部空间均建立起新的磁场, 其总场强 $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_i + \vec{H}_r$, 其中 $\vec{H}$ 是磁性体受 $\vec{H}_0$ 和 $\vec{H}_r$ 磁化产生的感应磁场的场强, 在没有传

导电流存在的条件下, $\vec{H} = -\nabla U$, 总磁位 $U = U_0 + U + U_r$, U_0 、 U 、 U_r 分别为地磁场、感应磁场和剩余磁场的磁位。

为便于说明(并不失一般性)起见, 假定在剖面上只有两个磁性体 S_1 和 S_2 (见图1), 其边界为封闭曲线 Γ_1 、 Γ_2 , 其中仅在 $S_2 + \Gamma_2$ 内剩余磁化强度 $\vec{J}_r \neq 0$, 设 Γ_∞ 为包围 S_1 和 S_2 的一个无限大的封闭曲线, S 是 Γ_∞ 内的区域, S' 为 Γ_∞ 之内和 Γ_1 、 Γ_2 之外的区域, 是无磁性介质的区域, 其外边界为 Γ_∞ , 内边界是 $\Gamma_1 + \Gamma_2$, 在这些条件下,

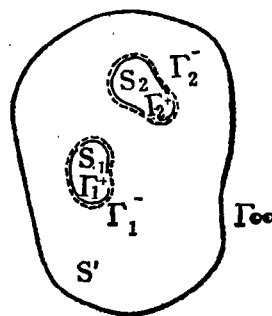


图1

静磁场的基本方程为:

$$\begin{cases}
\nabla^2 U = 0 & \text{在 } S' \text{ 中 (1.1)} \\
-\nabla(\mu \nabla U) = 0 & \text{在 } S_1 \text{ 中 (1.2)} \\
-\nabla(\mu \nabla U) = 4\pi \rho_r & \text{在 } S_2 \text{ 中 (1.3)} \\
U \Big|_{\Gamma_\infty} = U \Big|_{\Gamma_\infty} & (1.4) \quad (1) \\
U \Big|_{\Gamma_1^+} = U \Big|_{\Gamma_1^-} & (1.5) \\
U \Big|_{\Gamma_2^+} = U \Big|_{\Gamma_2^-} & (1.6) \\
\mu \frac{\delta U}{\delta n} \Big|_{\Gamma_1^+} = \mu \frac{\delta U}{\delta n} \Big|_{\Gamma_1^-} & (1.7) \\
\mu \frac{\delta U}{\delta n} \Big|_{\Gamma_2^+} - 4\pi J_{rn} \Big|_{\Gamma_2^+} = \mu \frac{\delta U}{\delta n} \Big|_{\Gamma_2^-} & (1.8)
\end{cases}$$

其中 μ 是导磁率, ρ_r 是剩余磁荷密度, $\vec{J}_r$ 是剩余磁化强度, 设它们均为分片连续的函数, 即只在分界线 Γ_1, Γ_2 上发生间断。此外, 还有如下的关系式:

$$\begin{cases}
\vec{B} = \mu \vec{H} + 4\pi \vec{J}_r \\
\rho_r = -\nabla \cdot \vec{J}_r
\end{cases} \text{在 } S_2 \text{ 中}$$

$$\begin{cases}
\vec{B} = \mu \vec{H} \\
\rho_r = 0
\end{cases} \text{在 } S_1 \text{ 和 } S' \text{ 中}$$

实际上(1.1)至(1.3)均是椭圆型偏微分方程, 边界条件(1.4)、分界面条件(1.5)至(1.8)是方程的定解条件, 它们组成定解问题(1), 解(1)可求出总磁位 U , 由 $\vec{H} = -\nabla U$ 可得到任一点的总磁场强度, 又由 $\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_r = \vec{H}$ 求得 $\vec{H}$, 在非磁性介质的区域 S' 中, $\vec{H}_0 + \vec{H}_r$ 是磁异常强度, 在磁性体截面内, $\vec{H}$ 就是退磁场的磁场强度, 在 S_1 和 S_2 中又由 $\vec{J}_r = \kappa \vec{H}$ (κ 是磁化率)可求出任一点的有效感应磁化强度 $\vec{J}$ 。

定解问题(1)是椭圆型偏微分方程的第一类边值问题, 数学上早已证明它有解而且是唯一解。若 Γ 不是二次曲线或直线时, 就只能求其数值解, 现在我们采用有限元法求解。有限元法以变分原理和剖分插值为基础。一般来说, 椭圆型偏微分方程连同其定

解条件等价于适当的变分问题, 即能量积分的极值问题。在变分问题中, 分界面条件的处理可以得到很大简化。

静磁场的总磁能表达式

就我们所研究的二度问题而言, 求解区域中的总磁能可以写成:

$$J(U) = \int_S \int \frac{\mu}{2} (\nabla U)^2 ds - \int_{S_2} \int 4\pi \rho_r U ds - \oint_{\Gamma_2^+} 4\pi \sigma_r U dl \quad (2)$$

$J(U)$ 是一个二次积分泛函。

变分原理

记 M 为在 Γ_∞ 上满足定解条件(1.4)的一切连续且适当光滑的函数所构成的函数集合, 即:

$$M = \left\{ U(x, z) \left| \begin{array}{l} U \text{ 在 } S \text{ 上连续且适当光滑} \\ U \Big|_{\Gamma_\infty} = U_0(x, z) \Big|_{\Gamma_\infty} \end{array} \right. \right\} \quad (3)$$

可以证明如下的变分原理:

若 $U = \bar{U}(x, z)$ 是上述定解问题(1)的连续且适当光滑的解, 则在函数集合 M 中 $U = \bar{U}(x, z)$ 使泛函 $J(U)$ 达最小值, 反之在函数集合 M 中使泛函 $J(U)$ 达最小值的函数 $U = \bar{U}(x, z)$ 一定是定解问题(1)的解(证明从略)。

根据这一变分原理, 求解定解问题(1)就可等价地化为在函数集合 M 中求泛函 $J(U)$ 的极值问题, 即变分问题:

$$\begin{cases}
J(U) = \int_S \int \frac{\mu}{2} (\nabla U)^2 ds - \int_{S_2} \int 4\pi \rho_r U ds - \oint_{\Gamma_2^+} 4\pi \sigma_r U dl = \min \\
\text{在 } \Gamma_\infty \text{ 上: } U = U_0(x, z)
\end{cases} \quad (4)$$

下一步就可以用有限元法将变分问题(4)离散化, 即将求解区域 $S + \Gamma_\infty$ 用一些基本单元的集合表示并用有限个离散的未知量 U_i 描述连续分布的磁位 U , 这样就可以把 $J(U)$ 的积分式变成 U 的二次多项和式, 再求它对各个 U_i 的偏导数并令其等于零, 就得到一组 U_i 的线性方程组, 解此线性方程组

即可求出 U_i ，它们就是定解问题(1)的数值解。

用有限元法求解变分问题

以下，暂不考虑剩磁存在，即假定 $\rho_r = \sigma_r = 0$ 。

1. 区域剖分 将求解区域 $S + \Gamma_\infty$ 分割为有限个互不重叠的基本元(现取为三角形)，先在 S 内取几个点： $P_1, P_2, \dots, P_n$ ；在 Γ_1, Γ_2 上取 n' 个点： $P_{n+1}, P_{n+2}, \dots, P_{n+n'}$ ；在 Γ_∞ 上取 n'' 个点： $P_{n+n'+1}, P_{n+n'+2}, \dots, P_{n+n'+n''}$ 。以这些点为顶点联成三角形网，每个三角形就一个“基本元”，记为 e_k ， k 是它的编号， $k=1, 2, \dots, e_1$ 。三角形的顶点称为结点，总结点数 $L_0 = n + n' + n''$ ，所有三角形的全体记为 S_h ，它的边界 Γ_∞ 和分界线 Γ_1, Γ_2 由三条对应的封闭折线代替了(图2)。

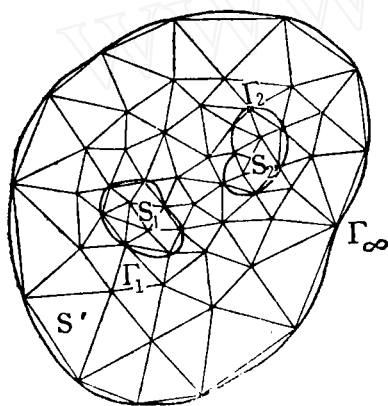


图2

分割时应注意基本元之间不能有公共内点，只有公共边和公共顶点，尽量将基本元 e_k 的三条边取得长度接近，分割要一直作到边界 Γ_∞ ，有一条边落在边界 Γ_∞ 上的三角形称为边界基本元，至于三角形的大小不必选得一致，可大可小，按问题的要求灵活掌握，在磁场强度(U 的负梯度)变化较大的地方，例如 S_1, S_2 内及 Γ_1, Γ_2 附近，取得小一些，结点分布也相应地变密，离 S_1, S_2 远的地方， e_k 可大一些，结点分布也可以稍稀，但基本元 e_k 由小到大要逐步过渡才能保证每个 e_k 的三条边长比较接近。由于采

用任意的三角形基本元和折线，在边界线和分界线处配置方便灵活，可以较好地保持求解区域的几何特征，这也是此方法的优点之一。

分割完后，对结点和三角形分别按一定的顺序进行编号，对结点进行编号时，应注意使每个三角形的三个结点号尽量接近，对三角形基本元编号最好分区进行，如先编 S_1 中的($e_k, k=1, 2, \dots, N_1$)，其次编 S_2 中的($e_k, k=N_1+1, \dots, N_2$)，再编 S' 中的内部元($e_k, k=N_2+1, \dots, e_0$)，最后编边界元($e_k, k=e_0+1, e_0+2, \dots, e_1$)。

2. 在基本元上构造插值函数 取右手直角坐标系 xoz 如图3所示，在该坐标系里每个结点 $P_i (i=1, 2, \dots, L_0)$ 的坐标为(x_i, z_i)。三角形 e_k 的三个顶点依反时针旋转方向的排列顺序为 $P_i(x_i, z_i), P_j(x_j, z_j), P_m(x_m, z_m)$ ，三个顶点上磁位的值依次为：

$$U_i = U(x_i, z_i), U_j = U(x_j, z_j), U_m = U(x_m, z_m)$$

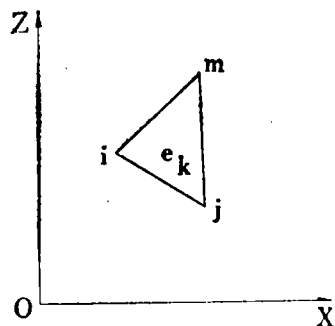


图3

该三角形 e_k 的面积为：

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & z_i \\ 1 & x_j & z_j \\ 1 & x_m & z_m \end{vmatrix} > 0 \quad (5)$$

现利用结点上的函数值 U_i, U_j, U_m 来构造三角形内部的磁位函数 U ，最简单就是设 U 为线性函数：

$$U = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 z \quad (6)$$

其中常数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 由 U_i, U_j, U_m 确定，将结点坐标及其函数值代入(6)式可求得：

$$\begin{cases} \alpha_1 = \frac{1}{2\Delta_k} (a_i U_i + a_j U_j + a_m U_m) \\ \alpha_2 = \frac{1}{2\Delta_k} (b_i U_i + b_j U_j + b_m U_m) \\ \alpha_3 = \frac{1}{2\Delta_k} (c_i U_i + c_j U_j + c_m U_m) \end{cases} \quad (7)$$

其中

$$\begin{cases} a = x_j z_m - x_m z_j \\ a_j = x_m z_i - x_i z_m \\ a_m = x_i z_j - x_j z_i \\ c = x_m - x_j \\ c_j = x_i - x_m \\ c_m = x_j - x_i \end{cases} \quad \begin{cases} b = z_j - z_m \\ b_j = z_m - z_i \\ b_m = z_i - z_j \end{cases} \quad (8)$$

$$\Delta_k = -\frac{1}{2} (b_i c_j - b_j c_i) \quad (9)$$

$$U = \frac{1}{2\Delta_k} \left[\sum_{i,j,m} (a + b x + c z) U_i \right] \quad (10)$$

其中 $\sum_{i,j,m}$ 表示对指标 i, j, m 轮流求和。

由于采用线性插值, 在任意两相邻基本元的公共边上, 这样构造的 U 显然保持连续性。由(10)式有:

$$\begin{cases} \frac{\delta U}{\delta z} = \frac{1}{2\Delta_k} \left[\sum_{i,j,m} c_i U_i \right] \\ \frac{\delta U}{\delta x} = \frac{1}{2\Delta_k} \left[\sum_{i,j,m} b_i U_i \right] \end{cases} \quad (11)$$

3. 单元分析 因为分界线 (即 μ 值突变的界线) 的折线均是某些基本元的边, 每个基本元内 μ 值变化都是连续的, 当基本元 e_k 充分小时可以认为在一个基本元 e_k 上 μ 为常数记为 μ_k (这意味着在每个基本元上 μ_k 是均匀的, 但不同的基本元 μ_k 值可以不同, 所以在 μ 值变化大的地方基本元应分得小一些以反应 μ 值的变化, 一般说来都能满足物探的要求), 则泛函 $J(U)$, 在基本元 e_k 上的值可写为:

$$\begin{aligned} J_{e_k} &= \iint_{e_k} \frac{\mu_k}{2} (\nabla U)^2 ds \\ &= \iint_{e_k} \frac{\mu_k}{2} \left(\left(\frac{\delta U}{\delta x} \right)^2 + \left(\frac{\delta U}{\delta z} \right)^2 \right) dx dz \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu_k}{2} \cdot \frac{1}{4\Delta_k^2} \left\{ \left(\sum_{i,j,m} b_i U_i \right)^2 + \left(\sum_{i,j,m} c_i U_i \right)^2 \right\} \iint_{e_k} dx dz$$

改用矩阵写法

$$J_{e_k} = \frac{\mu_k}{8\Delta_k} \vec{U}^{(k)T} K^{(k)} \vec{U}^{(k)} \quad (12)$$

$K^{(k)} = K_1^{(k)} + K_2^{(k)}$ 称为单元刚度矩阵

其中

$$K_1^{(k)} = \begin{bmatrix} b_i^2 & b_i b_j & b_i b_m \\ b_j b_i & b_j^2 & b_j b_m \\ b_m b_i & b_m b_j & b_m^2 \end{bmatrix}, \quad K_2^{(k)} = \begin{bmatrix} c_i^2 & c_i c_j & c_i c_m \\ c_j c_i & c_j^2 & c_j c_m \\ c_m c_i & c_m c_j & c_m^2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{U}^{(k)T} = (U_i, U_j, U_m)$$

可见每个基本元上的泛函 J_{e_k} 是 (U_i, U_j, U_m) 的二次函数。

4. 总体合成 将用(12)式表示的每个基本元 e_k 上的泛函值 J_{e_k} 迭加起来就得到整个区域 S 上的泛函 $J(U)$, 它自然也是各结点之磁位 U_i 的二次函数。

$$J(U) = \sum_{k=1}^{e_1} J_{e_k} = \sum_{k=1}^{e_1} \vec{U}^{(k)T} K^{(k)} \vec{U}^{(k)}$$

$$J(U) = \vec{U}^T K \vec{U} \quad (13)$$

其中 K 是总刚度矩阵, 是由 $K^{(k)}$ 按编号迭加而成, 如果结点总数是 L_0 则 K 就是 L_0 阶矩阵。当 U 不恒为常数时 (即磁场强度 $\vec{H} = -\nabla U$ 不全为零, 这是自然满足的), 总磁能 $J(U)$ 总大于等于零, 所以 $J(U)$ 是 $\vec{U}$ 的半正定二次函数, K 是一个 L_0 阶的实对称半正定矩阵。

5. 求 $J(U)$ 的极值 对于属于 M 类的连续函数 U , $J(U)$ 取极值的必要条件是 $\delta J(U) = 0$, 现在经过离散化后, 已用 $U_i (i=1, 2, \dots, L_0)$ 的二次函数 (13) 式近似 $J(U)$,

$J(U_1, U_2, \dots, U_{L_0})$ 作为正定的多元二次函数, 其取最小值的必要条件为:

$$\frac{\delta J(U_1, U_2, \dots, U_{L_0})}{\delta U_i} = 0 \quad (14)$$

$i = 1, 2, \dots, L_0$

从而得到确定 $U_1, U_2, \dots, U_{L_0}$ 的代数方程组:

$$KU = 0 \quad (15)$$

可以用追赶法和平方根法等常用的解线性方程组的方法求解。解线性方程组(15)就可得到变分问题(4)的数值解 $U (i = 1, 2, \dots, L_0)$, 它也是定解问题(1)的数值解。

得到 U_i 后, 用(11)式计算总磁场强度 $\vec{H}$, 又由 $\vec{H} = \vec{H} - \vec{H}_0$ 求出 $\vec{H}$, 再由 $\vec{J}_i = \chi \vec{H}$ 求得 S_1, S_2 内每个基本元上的有效磁化强度。

6. 两点说明

a. 关于均匀地磁场的磁位 $U_0(x, z)$ 的计算。可用下列公式:

$$U_0(x, z) = -\vec{H}_0 \cdot \vec{r} \quad (16)$$

b. 关于定解条件(1.4) $U|_{\Gamma_\infty}$
 $= U_0(x, z)|_{\Gamma_\infty}$ 中 Γ_∞ 如何确定。

总磁位 $U = U_0 + U_r + U_i$, $U_i + U_r$ 是磁性体产生的磁位, 它随着离磁性体的距离变大而衰减, 在二度情况下,

$$U_r + U_i = \iint_{S_1 + S_2} \frac{(\vec{J}_i + \vec{J}_r) \cdot \vec{r}}{r^2} ds \text{ 按 } \left(\frac{1}{r}\right) \text{ 的}$$

量阶衰减, 设坐标原点取在磁性体中, 则 $U_0 = -\vec{H}_0 \cdot \vec{r}$ 随着 r 变大按 (r) 的量阶增大, 所以每当 r 增大10倍时, $U + U_r$ 衰减到原来的 $\frac{1}{10}$, 而 U_0 增大10倍, 它们的比值就变为原

来的 $\frac{1}{100}$, 因此只要把 Γ_∞ 取得相对于磁性体截面来说是适当的大, 就可以认为 $U|_{\Gamma_\infty} = U_0|_{\Gamma_\infty}$ 成立。

7. 所需准备的信息及计算步骤

a. 画出求解区域图, 取定 xoz 坐标系, 在图上进行剖分, 对结点和基本元分别编

号, 定出每个结点的座标 (x_i, z_i) , 准备两个一维的实型数组分别存放 $x_i, z_i (i = 1, 2, \dots, L_0)$;

b. 对每个基本元, 按反时针旋转顺序记下它的三个顶点的编号, 写出它的 μ 或 x 值, 分别按基本元编号顺序存入二个实型数组;

c. 准备一个一维整型数组存放边界结点数, 计算各边界结点上的地磁场位势值存入另一个实型数组;

d. 将上述信息输入计算机后, 按程序安排形成总刚度矩阵 K 和对应的右端项, 解线性方程组并求出各结点上的总磁位;

e. 计算总磁场强度 $\vec{H}$, 磁性体内部的有效磁化强度 $\vec{J}_i$, 非磁介质空间中磁异常强度 $\vec{H}_i$ 。

已将这个计算过程用 DJS-6 机计算法语言编成了源程序, 可以计算二度问题和三度的轴对称问题。解一个剖分为 579 个结点、1130 个基本元的二度问题约需 20 分钟。

理论模型算例及其结果分析

在以下的算例中, 磁场强度、磁化强度的模均取它除以有效地磁场强度之模 $|\vec{H}_0|$ 后的相对值, 也就是取 $|\vec{H}|$ 作为模的计算

单位, 这里的 $\vec{H}_0$ 是地磁场强度在垂直于二度体走向的剖面内的分向量, 它是本文中的磁化场强度向量, 这个向量与水平面的夹角 (从水平面起沿顺时针方向计算) 称为磁化场倾角。

1. 水平薄板模型 设板宽/板厚 = 30, 埋深/板厚 = 1, 真磁化率 $\chi = 0.1 \text{ CGSM}$, 磁化场倾角 $i = 90^\circ$, $|\vec{H}_0| = 1$ 。

计算结果表明, 板的中部占板宽三分之二的区域内有效磁化强度向量呈均匀分布, 其模 $|\vec{J}_i| = 0.045$, $\alpha = 90^\circ$, 仅在两端部出现不均匀, 差异都很小。

若将该板视为无限大的平面, 按其解析解求出垂直于板面的退磁系数 $N_\perp = 4\pi$, 平行于板面的退磁系数 $N_\parallel = 0$, 算出均匀的磁化强度 $\vec{J}_i$, 其 $|\vec{J}_i| = 0.0443$, $\alpha = 90^\circ$ 。

两种算法算出的垂直异常曲线仅在板的两端上部有较小差异, 其余部分基本重合。

可见在这种情况下,两种算法计算的结果十分接近。若板宽/板厚之比值进一步变大,用有限方法计算的结果会更加趋近于解析解的结果。

这说明在有解析解存在的情况下,用有限元法计算的结果与按解析解计算的结果基本吻合。

2. 厚板和组合厚板模型

图4所示是三块厚板在磁化场倾角 $i = 45^\circ$ 的条件下分别磁化后的有效磁化强度分布,在每个基本元上注明了它的磁化倾角(上面的数字,单位是度)和模(下面的数字,是相对于 $|\vec{H}_0|$ 的比值),分布是不均匀的,但由其形状和产状的特点使得数据又有一定程度的集中性,如图4-1的 $|\vec{J}_i|$ 基本上集中在0.117左右,倾角 α 集中在 59° ,图4-3的 $|\vec{J}_i|$ 基本上集中在0.09左右, α 集中在 64° ,图4-2的 $|\vec{J}_i|$ 基本上集中在0.096左右, α 集中在 33° 。

图5-1的模型是将图4-1和4-3的模型组合而成的,它在与图4相同的外部磁化场下磁化,真磁化率也同样为 $\chi = 0.2$ CGSM,这里存在两个磁性体的相互磁作

用,它使得两块厚板的 $|\vec{J}_i|$ 稍有降低,各自的磁化倾角也有所变小,在两块厚板距离较近的部位变化较大,图6-1是它们的垂直磁异常曲线,也是在模型相互接近的部位差异较大,总的说来,这两块厚板相距较远,相互磁作用是小的,但虽小却可以从图5-1和图6-1上看得出来。

图5-2的模型是由图4的三个模型组合而成,它也在与图4相同的外部磁化场下磁化。可以看到左边的厚板中 $|\vec{J}_i|$ 明显变大,而在与水平板连接的部分磁化倾角显著变小, $|\vec{J}_i|$ 的变化不均匀,在有的基本元上变化,在有的基本元上变小,右边的厚板中则是倾角变小, $|\vec{J}_i|$ 变小,在与水平板连接的部分倾角变小更明显, $|\vec{J}_i|$ 的变化亦不均匀,水平厚板上各基本元的磁化倾角变小几乎都超过 10° 而 $|\vec{J}_i|$ 普遍变大,有效磁化强度分布改变十分显著,考虑了相互磁作用(组合成U形整体模型)和不考虑相互磁作用(按图4的三个模型分别磁化,其垂直磁异常为三个模型各自的异常迭加而成)的垂直磁异常示于图6-2,在主极值处相对差

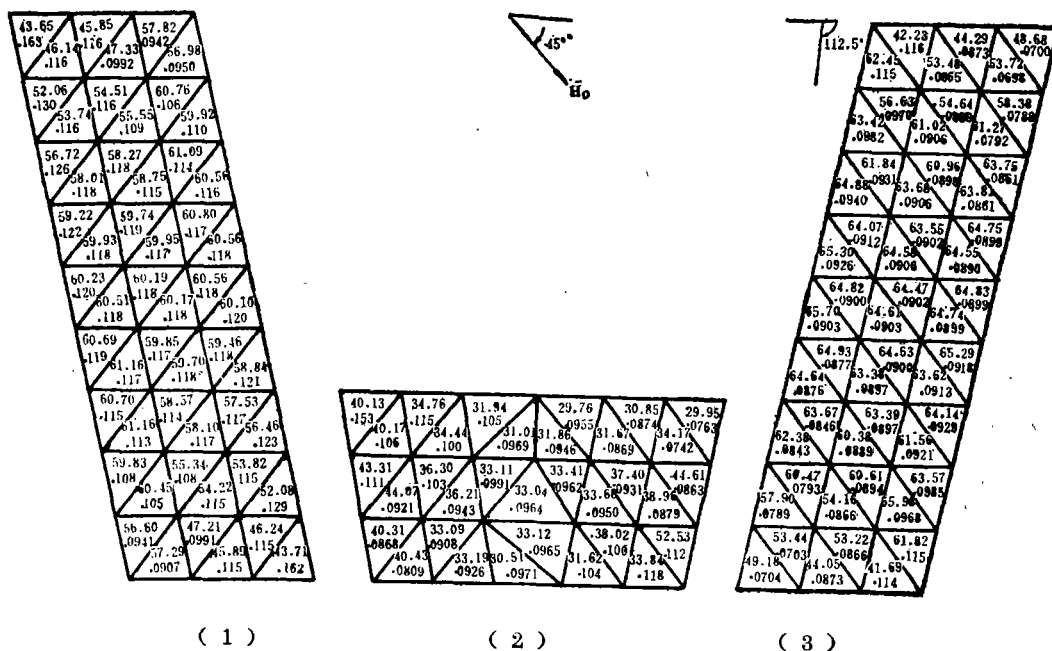
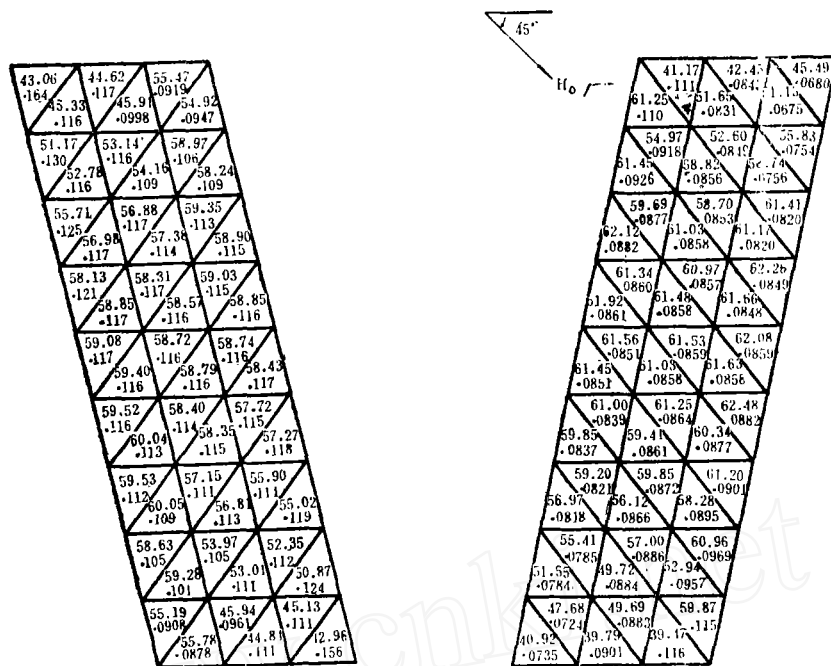
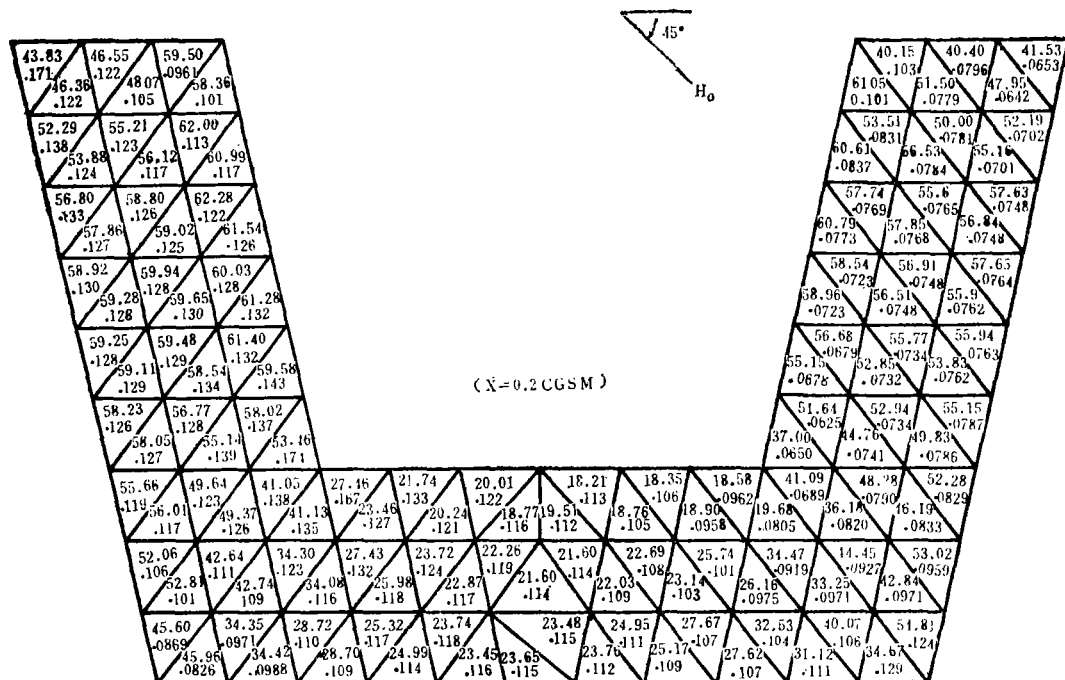


图4 三块厚板的有效磁化强度 ($\vec{J}_i$) 的分布 $\chi = 0.2$ CGSM, 单位: 倾角一度, 模 $|\vec{H}_0|$



(1), $X=0.2\text{CGSM}$



($\bar{X}=0.2\text{CGSM}$)

(2)

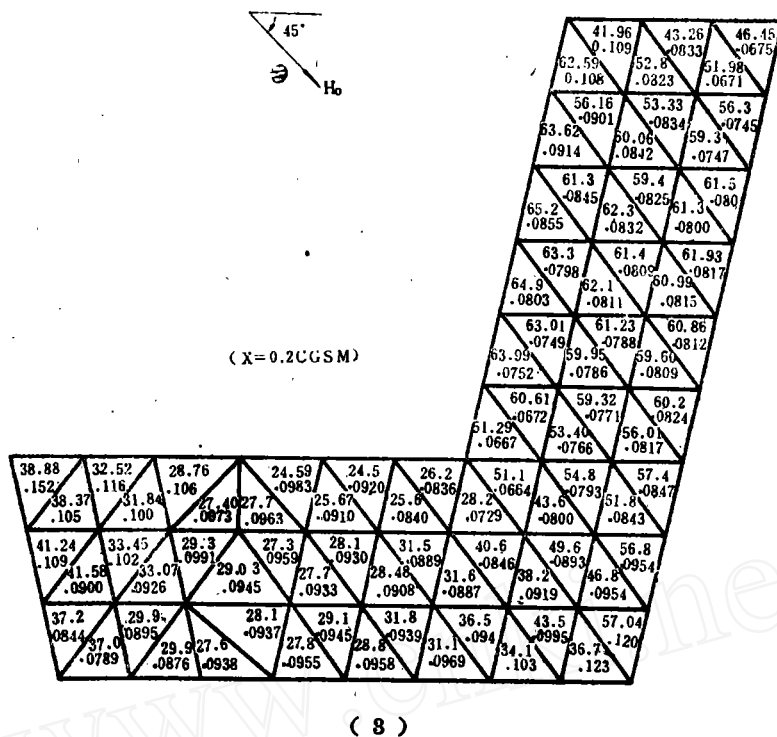


图5 三种组合厚板的有效磁化强度 ($\vec{J}_i$) 的分布,

单位: 倾角一度, 模— $|\vec{H}_0|$

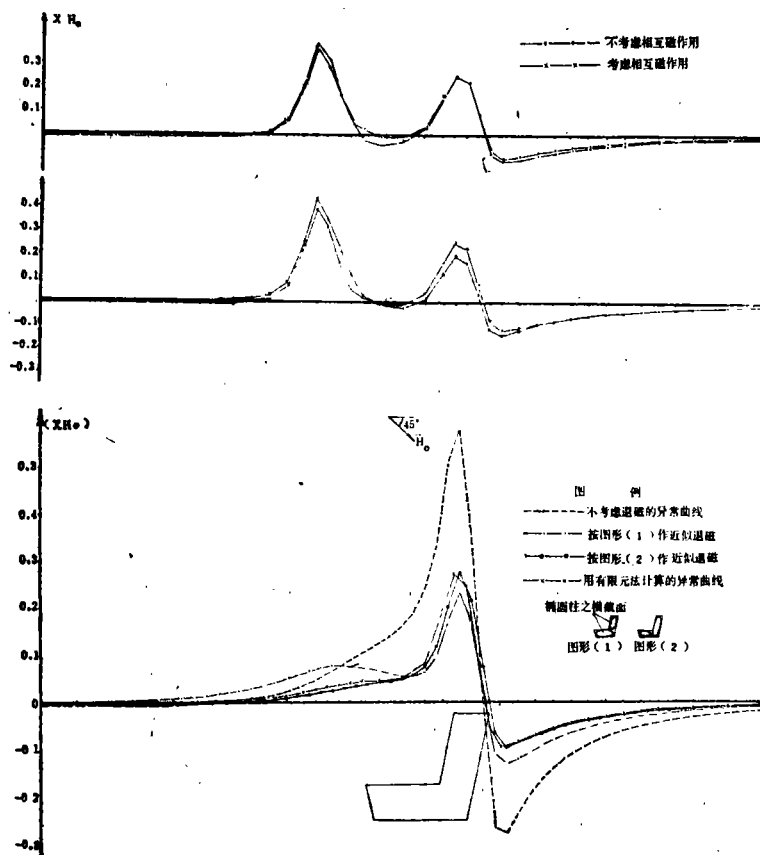


图6 两种组合厚板
(图5)的垂直磁异常,
单位: $|\vec{H}_0|$

图7 图5-8所示
模型的垂直磁异常, 单
位: $|\vec{H}_0|$

为10%，在次极值处相对差为25%，可见对这种模型来说，相互磁作用是较明显的。

3.图7所示是图5-3的模型所产生的垂直磁异常，一条是用有限元法算出的，另外两条是用组合的圆柱体（图7）作近似退磁，先算出各部分的平均磁化强度，然后用它们算出各自的垂直磁异常后迭加，从图上看按图形（2）退磁后的结果与用有限元法算的比较接近，而按图形（1）退磁后的结果就差得较远，尤其在383、359点处多了一个低缓的极值。但是对图5-3的模型作分块近似退磁计算时很可能有人按图形（1）做，也会有人按图形（2）来做，这两种分块近似方案都有道理，但各人作法不同结果也因人而异，究竟那种作法合适，以什么为依据判断？在本例中从用有限元法算出的结果看来按图形（2）的作法比较合适，用有限元法计算既考虑了非均匀性的影响也考虑了各部分的相互磁作用，可以给这类问题提供一个较

为客观的判断依据，这说明根据经验对复杂磁性体作分块近似退磁计算时需选择合适的分块模型，若用不同的分块方案算出的结果彼此差异较大时，用有限元法再算一算，可以帮助作出判断。

结 语

有限元法是一种解题能力很强的方法，它使边界条件的处理大为简化，而且解法的通用性强，特别适合处理磁性参数很不均匀、形状很复杂的非均匀磁化问题，缺点是需用内存量较大的计算机，剖分、编号、取数据比较繁琐，容易出错。

工作只是初步的，对三度的情况只作了一点理论证明，具体做法和程序均未研究，而复杂磁性体的非均匀磁化问题很多应作三度问题处理，所以进一步研究在三度条件下的程序和具体做法，将更有实际的意义。

石碌式铁矿的指示元素及化探找铁的实验效果

化探找铁实验小组*

本小组自1976至1978年承担了化探找石碌式富铁矿的研究任务，经组内同志的努力及有关方面的支持、配合，实验达到了预期的效果：石碌式富铁矿的基本指示元素为钡和锰，以常规的化探方法能够达到找矿目的。

石碌铁矿赋存在海西地槽一套浅变质岩系—石碌群中。本群分七层，其中第六、七层为含矿层，以六层为主。矿区有大小矿体30多个，赋存在复式向斜的槽部，大部份为富赤铁矿。在主矿体的底部还有6个铜矿体、4个钴矿体。矿床成因为受变质的沉积铁铜钴矿床。

铁矿床的指示元素

一、指示元素的选择方法：石碌铁矿为优质铁矿，矿石中微量元素的含量极低，种类亦少。如果采用传统方法，从矿石中找指示元素，那是很困难的。因此我们针对铁矿受层位控制这一事实，加强了对层位，特别

是对主要含矿层的研究。在选择指示元素过程中，主要做了如下工作：

1.在研究前人资料的基础上扩大了微量元素和常量元素的分析范围。共分析了Cu、Pb、Zn、Ag、Co、Ni、Cr、V、Ti、Mn、As、Ba、Hg、F、Cl、S、Ge、Ga、Tl、Bi、Sn、W等元素。

2.采样时考虑到各层位和主要含矿层样品的分布、数量和代表性；层位中的样品尽量不采蚀变强烈的样品。

3.整理资料时，统计和对比了各种元素在各分层以及在不同岩性中的均值与分布频率。

二、铁矿的指示元素：通过统计和对比，发现有些元素的均值变化与其母岩有关。例如碎屑岩富钡、钒，碳酸盐岩富锰，泥质岩富钡；这种变化与它们在沉积岩中的

* 小组由冶金部物探公司、广东冶勘940队及中南矿冶学院组成。