



数学地质在鹿厂铜矿研究中的应用(下)

四川冶金地质科学研究所 王鸿翼 郭文英

矿体最小规模、网格发现目标概率、半变异函数在勘探网度上的应用

在一个有望地区打多少钻才能发现矿体, 钻孔网度怎样摆布才合理, 以多少钻孔和怎样的网度摆布才能求出精确的储量? 都是非常重要的问题。为了探求多快好省的方法, 结合鹿厂铜矿的补充勘探, 我们试用了下述三种方法。

1. 矿体最小规模的假设 设矿体面积为 S , 厚度为 h , 体重为 D , 品位为 C , 矿体金属量规模为 W , 则 $W = ShDC$ 。对一定矿床而言, 厚度、体重、品位是观测值, 假设规模, 就可求出面积 S , 即 $S = W/hDC$ 。在厚度、体重、品位已知的情况下, 所设的金属量规模最小, 则矿体的面积也最小。如果最小面积的、即最小规模的矿体都发现了, 那么较大面积的、即较大规模的矿体当然不会漏掉。

由于鹿厂铜矿品位和厚度的观测值服从对数正态分布, 故可取对数平均值的真数值, 即厚度为2.197米、品位为1.84%。因为样本对数的平均值, 才是总体平均值的无偏估计量。体重的观测值不多, 未能求得分布, 现取其平均值2.70吨/米³。

求得面积后, 还须确定矿体的形态。鹿厂矿体的形态极为复杂, 有带状、小凸透镜状, 多数为藕状, 可概括为椭圆形。统计了18个矿体, 椭圆之长半轴: 短半轴 = 2.75: 1。

共假设了10种矿体规模, 求得矿体面积及椭圆之长短半轴(表5)。

若勘探线方面垂直于矿体长轴, 平行矿体短轴, 勘探线的线距为长半轴, 孔距为短半轴, 则在一个椭圆中, 保证有四个钻孔。鹿厂铜矿已有50×25米的网度, 将能控制400吨的矿体或矿块。若放稀至100×50米的

假设的十种矿体规模

表 5

	矿体规模 (铜金属 量, 吨)	椭圆面积值 (S , 米 ²)	短半轴值 (米)	长半轴值 (米)
1	50000	711906	287	790
2	10000	142381	128	353
3	5000	71191	91	250
4	3000	42715	70	193
5	2000	28476	57	156
6	1000	14238	41	112
7	500	7119	29	79
8	400	5696	26	71
9	300	4272	22	61
10	200	2848	18	50

网度, 大约不会漏掉2000吨的矿体。

2. 网格发现目标概率的利用 钻孔构成网格, 是为了发现矿体, 亦可将矿体视作网格欲发现的目标。有关文献已列出网格发现目标概率, 就可以从这个角度, 即网格发现矿体的角度, 讨论钻孔的合理网度。

设找矿地区只有一个目标, 则不论该区面积如何, 不考虑边界影响时, 网格的交点数, 与网格交点间的距离成反比。网距的选择与目标的大小和形状有关。若目标为圆形, 半径为 R , 则网距只要小于 $\sqrt{2}R$, 总会被发现。当选择较大的网距时, 发现目标的概率可查表或图。若目标是椭圆形的, 对于长轴2倍或4倍于短轴的椭圆, 图5以50%和80%的概率, 给出了查明目标的网距。

鹿厂铜矿的矿体形态, 长轴接近2倍于短轴, 若要求不漏掉2000吨的矿体, 由表6可知, 矿体椭圆的半径应为156米, 椭圆的短半径应为57米。由图5可得, 取查明目标的概率为50%时, 则网格的间距为100米; 取概率为80%时则间距应为70米。若要求不漏掉200吨矿体, 由表6可知, 矿体椭圆的长半径应为50米。短半径应为18米。由图5可得, 取查明目标的概率为5%时, 则网格

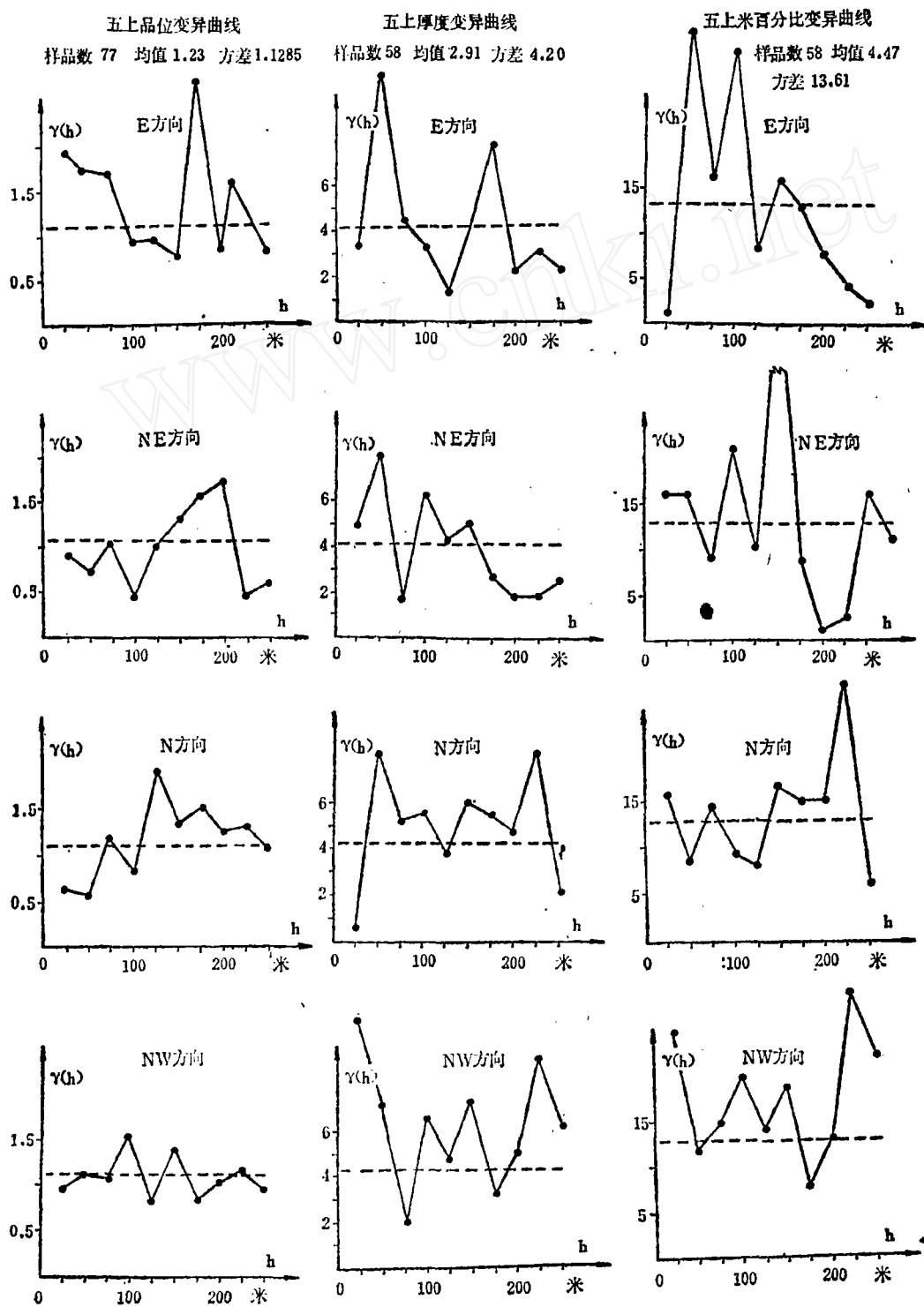


图5 五上品位、厚度、米百分比变异曲线图

的间距应为32米；取概率为80%时，则间距应为22米。如果长轴4倍于短轴，由图6可得，网格的间距还要大些。

鹿厂铜矿钻探网度若加密至25×25米，

不论长轴2倍或4倍于短轴，取查明目标的概率为80%时，相应的短半径长约为20米，查表6可知，矿体规模约为250吨。取查明目标的概率为50%时，相应的短半径长约为

15米，矿体规模约为150吨。即有80%的把握不漏掉250吨的矿体，有50%的把握不漏掉150吨的矿体。

这些讨论表明，要求钻孔的间距与矿体的短半径一致，对椭圆矿体要有4个钻孔，这显然是比较保守的估计。

3. 半变异函数的应用 将品位、厚度视作区域化变量，可求其半变异函数，画出变异曲线，得到变程，并据变程讨论钻探网度。

变异函数定义为区域化变量增量平方的数学期望，即

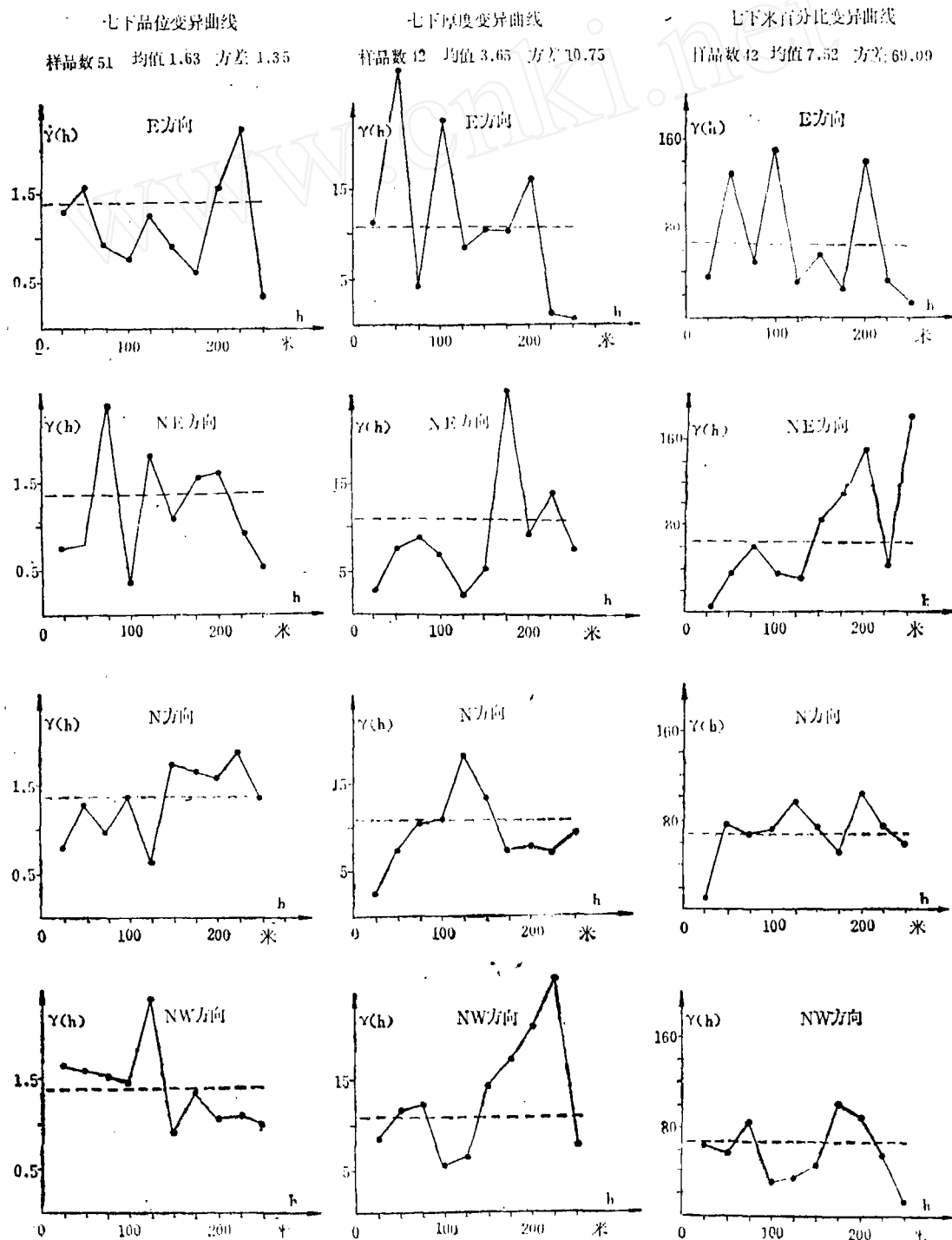


图 6 七下品位、厚度、米百分比变异曲线图

$$2\gamma(h) = E \{ (Z(x_i+h) - Z(x_i))^2 \}$$

$$\approx \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (Z(x_i+h) - Z(x_i))^2$$

式中 $\vec{h}$ 为滞后, 是样品对的间隔向量, 常取整数。 $Z(x_i)$ 及 $Z(x_i+h)$ 为区域化变量的观测值, 是沿 $\vec{h}$ 方向滞后两端的一对样品, L 为沿 $\vec{h}$ 方向样品对的个数。

在普通统计学中, 常用方差表示变量的离散情况。在地质统计学中, 则用变异函数表示区域化变量的空间变化情况。通常取半变异函数, 即

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E \{ (Z(x_i+h) - Z(x_i))^2 \}$$

$$\approx \frac{1}{2L} \sum_{i=1}^L (Z(x_i+h) - Z(x_i))^2$$

可见, 半变异函数与变异函数没有本质的差别, 仅在数值上相差一半, 所以有时将半变异函数简称为变异函数。

若定区域化变量的方差为 $K(0)$,

$$K(0) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Z(x_i) - m)^2$$

区域化变量的协方差为 $K(h)$, 则

$$K(h) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L (Z(x_i+h) - m)(Z(x_i) - m)$$

式中 $Z(x_i)$ 及 $Z(x_i+h)$ 为区域化变量的观测值, m 为区域化变量的平均值, n 为区域化变量样品的个数, h 为滞后, L 为样品对的个数。能很容易地证明, 半变异函数等于方差减协方差, 即

$$\gamma(h) = K(0) - K(h)$$

在直角坐标系中, 用作图方法以横轴表示滞后, 纵轴示半变异函数, 可作出变异函数图, 称为变异曲线或变差图(图6)。变异曲线是区域化变量结构的理想表达式, 表示研究域中区域化变量的相关性和离散性; 因此是地质统计学的基本工具。

从图6可见, $\gamma(h) + K(h) = K(0)$, 即半变异函数加协方差等于方差; 也可以看出, $\gamma(h)$ 以 $K(0)$ 为极限。当 h 逐渐增大至 a 时, $K(0)$ 与 $\gamma(h)$ 之差, 等于一个指定的任

意极小值, 此时 a 称为“变程”。当两点之间的距离小于变程时, 区域化变量之间存在一定相关性; 当大于变程时则彼此独立。

应用半变异函数讨论钻探网度, 主要是根据变程值决定钻孔间距的大小。鹿厂铜矿为缓倾斜矿层, 将各矿化层的见矿孔, 在垂直方向上合并考虑, 对品位和厚度, 以25米为基本滞后, 在东、北东、北、北西四个方向上, 求半变异函数。在121机上进行计算, 结果如图7。

从图7之品位变异曲线可见, 在北东方向上, 变异曲线为随机型; 在东、北、北西三个方向上, 变异曲线为块金型, 其变程分别为150、100、100米。这是个均值相等、方差相同的各向异性结构。即综合考虑六层矿的品位, 在东向150米、北向100米、北西向100米范围内, 品位间存在着协方差, 有相关性, 品位的拟平稳带或准内蕴带是100至150米。

从图7之厚度变异曲线可见, 在东和北方向上, 变异曲线为随机型。在北东和北西方向上, 变异曲线为块金型, 其变程分别为100和150米。这也是个均值相等、方差相同的各向异性结构。即综合考虑六层矿的厚度, 在北东向100米、北西向150米范围内, 厚度之间存在着协方差, 有相关性。厚度的拟平稳带或准内蕴带是100至150米。

由于随机型存在着较大的不确定性, 所以主要考虑块金型变程。据上述块金型变程值, 可得变程的理想椭球体(图8)。在椭球体的长度变程范围内, 布置两个孔的间距应为75米, 在短变程范围内, 布置两个孔的间距为50米。由于在一个方向上品位与厚度的变程不一致, 我们按规则网格布孔, 所得网度是50×50米。这显然是保守的估计, 即是把握性较大的布孔。若降低布孔的把握性, 钻孔的间距可放稀至100米, 即在变程范围内只布置一个钻孔。

综上所述, 我们建议的钻孔网度为50×50米。

在钻探网度的讨论中, 前两种方法, 主要是针对矿体的, 对矿块也有意义; 后一种方法, 主要是针对矿块的, 对矿体也有意义。三种方法研究的角度不同, 对象各有侧重, 结论略有差异, 其中以半变异函数最科学、最可靠。

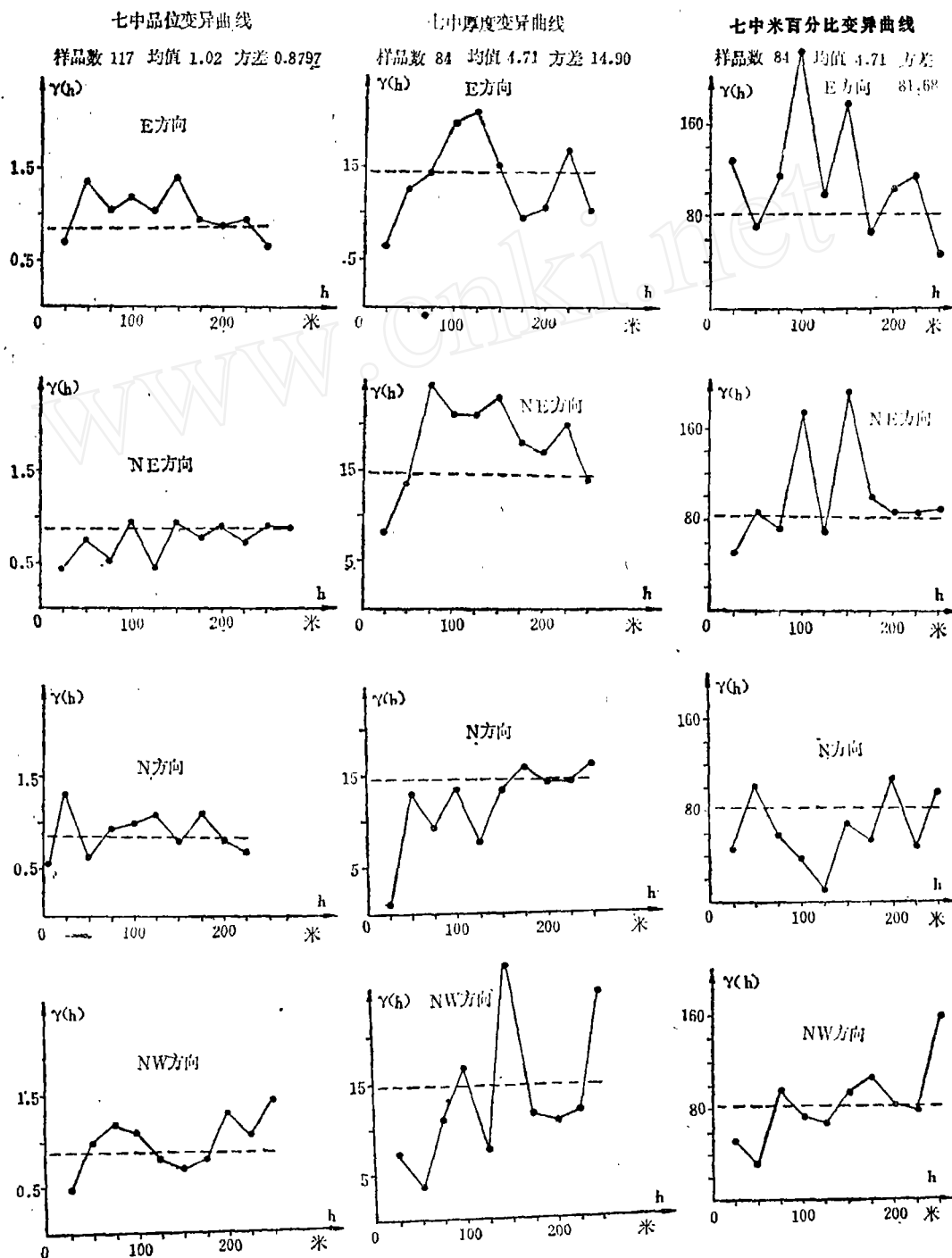


图7 七中品位、厚度、米百分比变异曲线图

应用点克立格法 计算铜矿的储量

应用点克立格法对鹿厂铜矿的储量作了计算。这种方法是把品位、厚度或品位×厚度之累积量视作区域化变量，用变异函数所

揭示的区域化变量的内部联系，即相关性和离散性，依相邻的观测值，求研究域中块段的估值。

克立格值是据加权滑动平均方程计算的：

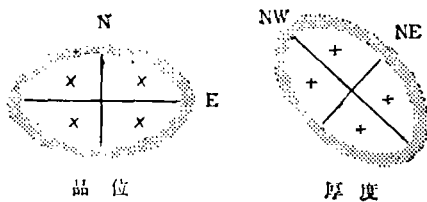


图8 变程的理想椭球体

$$Z^* = \sum_{j=1}^n a_j x_j \quad (1)$$

式中 x_j 为信息值， a_j 为权系数。此式中未知的、也是关键的为权系数。在估值与真值之间，应是均值相同及方差极小的条件下，求解权系数，即建立克立格方程组：

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_j = 1 \\ \sum_{j=1}^n a_j \gamma(x_i, x_j) = \gamma(x_i, z) - \lambda \end{cases} \quad (2)$$

式中 a_j 为权系数， λ 为拉格朗日乘数， $\gamma(x_i, x_j)$ 为信息点 x_i 之信息点 x_j 间的变异函数 γ 。 $\gamma(x_i, z)$ 为信息点 x_i 与待估点 z 间的变异函数。(2)式展开后，共有 $n+1$ 个方程，亦可用矩阵的形式写出。由(2)式解出权系数和拉格朗日乘数后，回代(1)式，即可相继求出各块段的估值。

区域化变量只是部分相关，同时还存在着离散。因此，克立格估值包含着一定的误差，称为克立格方差：

$$\sigma_k(z) = \sum_{j=1}^n a_j \gamma(x_j, z) - \gamma(z, z) + \lambda \quad (3)$$

式中 $\sigma_k(z)$ 为权系数， $\gamma(x_i, z)$ 为信息点与待估点间的变异函数， λ 为拉格朗日乘数。

因为 $\gamma(h) = K(0) - K(h)$ ，即半变异函数等于方差减协方差。在标准化的情况下， $K(0) = 1$ ，则 $\gamma(h) = 1 - K(h)$ 。所以，(2)式和(3)式并可用协方差的形式给出。在实际计算克立格估值时，为运算方便，有时使用变异函数，有时使用协方差。

针对鹿厂铜矿矿体为缓倾斜层状的特点，采用二维点克立格法，即在二维空间中，依点上的信息值，对点进行估值。点所支撑块段的形状取正方形，便于克立格方程组求解。正方形的边长，参考变程取为50米，即块段面积为2500米。滑动平均方程中， n 值定为9，即取待估块段本身及其周围的8个块段，共9个块段作为信息块段。为了提高计算精度，实际计算中将每个块段再离散为 $6 \times 6 = 36$ 个点。最后求得的估值，是由36个点组成的体支撑。

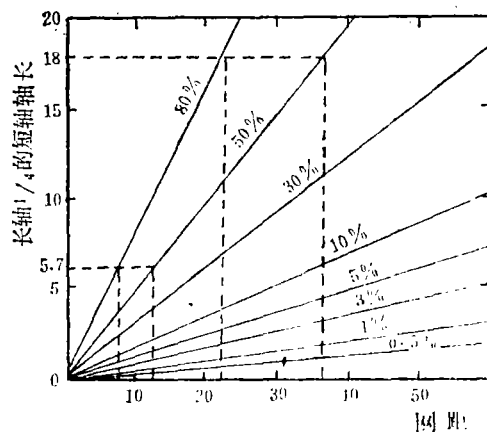
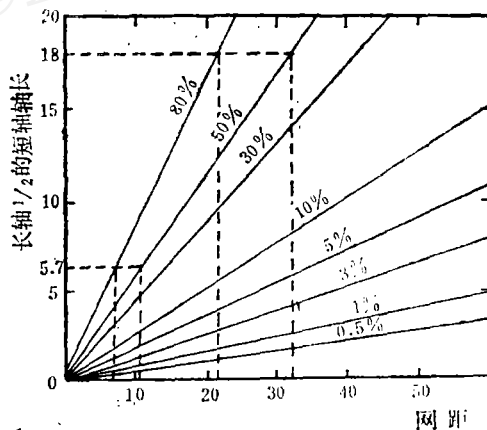


图9

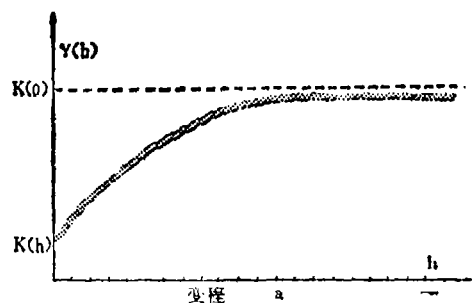


图10

对五上、七下、七中三层矿体，以25米为基本滞后，沿东、北东、北、北西四个方向求品位、厚度及品位×厚度之累积量的变

异函数作变异曲线，共有3（个矿层）×4（个方向）×3（个区域化变量）=36个结果（图9、10、11）。然后将变异函数组

全矿段品位变异曲线

全矿段厚度变异曲线

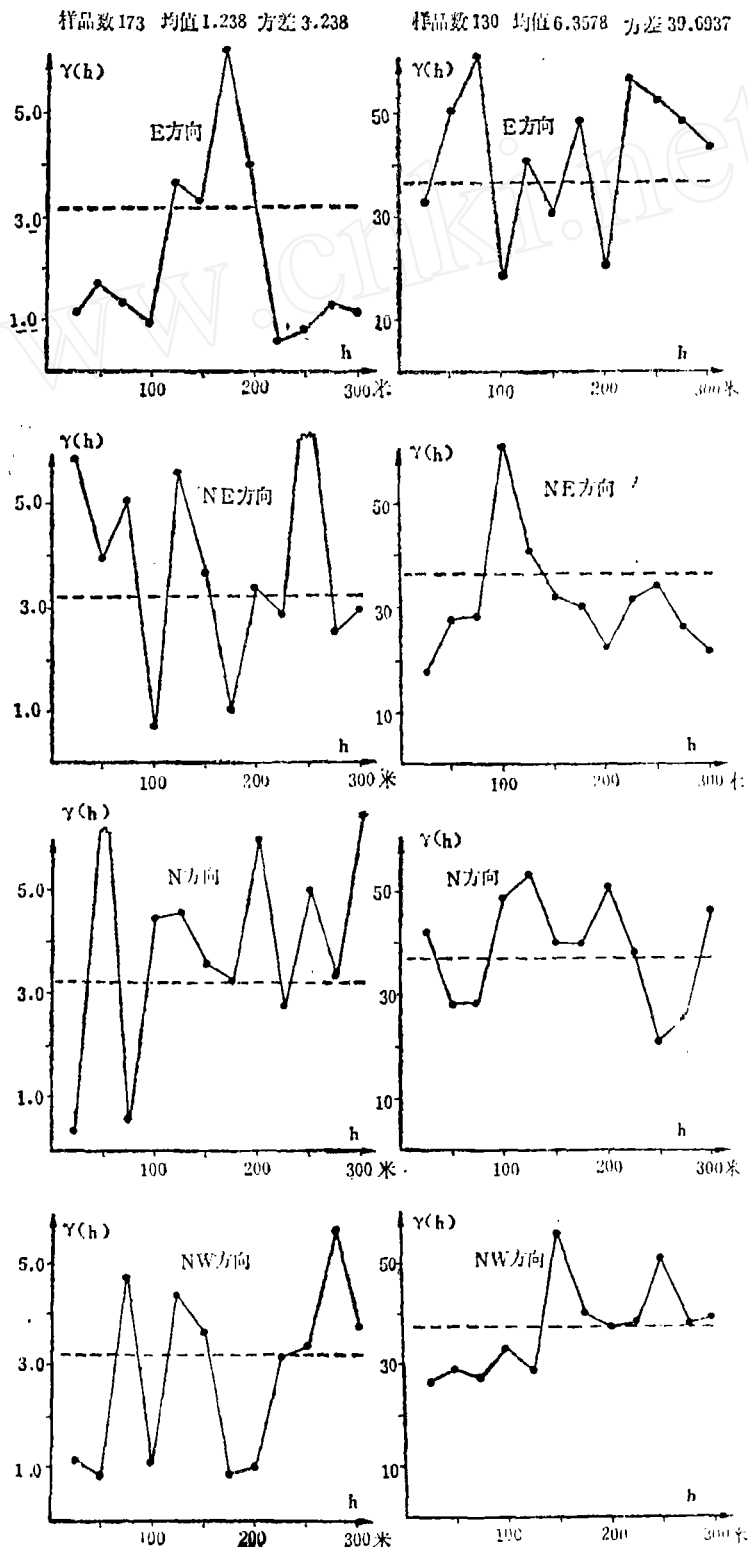


图11 全矿段品位、厚度变异曲线

合，作组合变异曲线，多数属块金型。

各向同性结构套合参数和计算结果

表6

矿层	区域化 变 量	块金值	基台值	变程值	块段数	克立格法储量 (吨)	克立格 方 差	与传统方 法 比 较	注
五 上	品 位	0.5	0.628	50	} 62 72	× × 08.45 × × × 41.66	0.18	约少 5 %	克立格法与 传统方法计 算储量的范 围不完全一 致
	厚 度	2.0	2.2	50			0.71		
	累计量	7.5	6.11	50			2.22		
七 下	品 位	0.6	0.75	50	} 42 42	× × 82.50 × × × 43.85	0.31	约多 5 %	
	厚 度	4.0	6.75	50			1.86		
	累计量	20.0	49.6	50			3.14		
七 中	品 位	0.5	0.379	50	} 90 135	× × × 03.41 × × × 55.09	0.12	约少30%	
	厚 度	5.0	9.9	50			0.89		
	累计量	60	21.68	50			12.03		

各向异性结构套合参数和计算结果

表7

层矿	区域化变量	块金值	基台值 、	变程值 (1)	变程值 (2)	块段数	克立格法储量 (吨)	克立格 方差	与传统方 法比较	注
五上	累积量	7.5	6.11	50	75	74	$\times \times \times 88.24$	1.68	约少5%	克立格法与 传统方法计 算储量的范 围不完全一 致
七下	"	30.0	39.6	75	50	40	$\times \times 41.38$	1.81	约多5%	
七中	"	60.0	21.58	75	50	130	$\times \times \times 27.69$	15.24	约少30%	

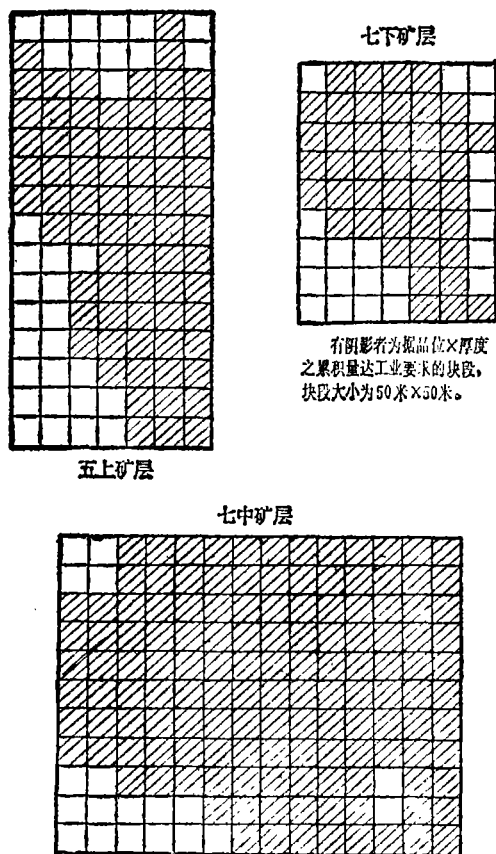


图12 矿化层累积量估值达工业要求的块段

首先以各向同性结构套合，各矿化层的变程值、块金值、基台值见表7。据各块段的信息值按(1)、(2)、(3)式编写的程序进行计算(程序已经多次算题考验)求得克立格方程组、权系数、克立格方差及各块段的克立格估值；共有3(个区域化变量)×3(个矿化层)=9个结果。将品位、厚度或累积量估值，达到工业指标要求的块段挑出。每个块段的金属量=品位估值×厚度估值×块段面积×体重，或块段金属量=累积量估值×块段面积×体重。再将挑出的块段逐个相加，即得整个矿层的金属量储量(表6)。五上、七下、七中三个矿化层累积量估值达工业要求的块段见图12。

将克立格法的计算结果与传统储量计算方法比较存在着一些困难，因为两者的计算范围不完全一致。不过，累积量估值的储量结果与传统方法更接近些。粗略地看来，五上约少5%，七下约多5%，七中约少30%。在用品位估值和厚度估值计算储量时，只有两者都达到工业要求才参加矿层金属量的累加，要求的条件严些。用累积量估值计算储量时，只要达到工业要求，就参加矿层金属量累加，条件较宽。累积量中包含了品

位和厚度两个因素,比单独一个品位或厚度因素,更有代表性、更简捷。

其次,以各向异性结构套合。仅求了累积量估值,相应的变程值、块金值、基台值及其计算结果见表7。

各向同性与各向异性结构套合的计算对比表明两者差别不很大。这可能因为,变异函数在各个方向上并不存在很大的差异。

我们学习和应用克立格法的体会可概括为四点:

(1)对区域化变量而言,既看到它的连续性、结构性,又看到它的变化性、随机性。在变异函数和变异曲线中,注意到它们的相关性,又注意到其离散性。连续和变化,结构和随机,相关和离散,它们之间既对立又统一,统一在地质事物中或地质现象中。对立统一规律在克立格法中的体现是明显的。

(2)克立格法实施中的一些重要参数,如拟平稳带或准内蕴带;变程值、块金值、基台值;块段大小;克立格方程组系数、权系数等,都是通过对观测值的计算得来的。这些参数,是随不同的矿床而变化,针对具体矿床而确定的。克立格法是遵循着对具体情况作具体分析的原则进行的。

(3)品位和厚度的变化或连续,就一个矿床来说,在总体上不可能完全是连续的,而往往是变化的。克立格法是从变化中找出稳定的范围,这就是变程所表示的拟平稳带或准内蕴带,然后在稳定的范围中作计算,而且是据相关性和离散性作计算。这个思路显然是科学的。

(4)在求矿层或矿体的储量时,是用积少成多的方法,也就是用累加局部估值的方法进行的。而局部估值,又是在稳定的范围内,依据相关性和离散性计算出来的,当然

可靠。求出块段估值时,同时也给出了方差,确定了估值波动范围。克立格法这种积少成多求总体,给出方差定范围的方法也是科学的。

应用克立格法的主要问题有两个方面:一是传统地质方法的勘探成果不能满足克立格法对数据资料的要求,是造成克立格法不能应用或效果不够理想的原因。如求变异函数时,要求有足够多的样品对的个数。六下、六上和七上矿化层因样品对个数较少,未能求成变异函数。而七中的样品对个数较多,所求变异函数就比较规则。求变异函数时,要求有小尺度的观测资料,即要求有小于25米的钻孔资料,本矿床却没有,使所求变异曲线不够理想。再如求克立格估值时,采用随机数据构形,要求每个信息块段都有信息值,目前的钻孔虽然也较密,但不能满足这个要求,自然也影响到克立格法的计算结果。二是紧密地结合地质情况,贴切地、灵活地运用克立格法极为重要。这样既能充分发挥方法特长,又能更准确地提出地质认识。本次工作中,针对鹿厂铜矿为缓倾斜层状矿床的特点,不用三维克立格法,而采用二维克立格法是正确的。在选择区域化变量时,不但选品位,而且选厚度,同时还选了品位 $\times$ 厚度之累积量,也是正确的。然而在变异函数方向的确定上,在划分块段的方向和大小上,虽然考虑到整个矿床的情况,但没有更具体地考虑各矿化层的情况,则是在今后的工作中应该注意改进的。

在应用克立格法的过程中,得到首钢地质研究所黄竞先、侯景儒等同志的帮助。在鹿厂铜矿进行数学地质的整个工作中,得到冶金601地质队胡玉华、苑志成等同志的支持,在此一并致谢。

(全文完)



注意深部的铜钼矿床

美国地质调查局的年度报告中提到,黄铜矿与辉钼矿在成矿过程中化学行为十分特异。多数矿化在高温下比在低温下可溶性大,但黄铜矿与辉钼矿的化学行为却恰恰相反。倘若果真如此,那么铜和钼矿床的成矿时间与矿化部

位可能要早于和深于铅、银等其它金属。另一方面,凡近地表有铅—银矿化的地方,深部可能有铜钼矿床。

黎青译自:美《工程与采矿杂志》

177卷,1976年8月号