

试用齐波福定律预测华南燕山期花岗岩中 某些成矿元素的未知含量

冯祖钧

(南京大学)

齐波福定律及其在地质学中的应用

齐波福定律是齐波福(G.P.Zipf)于1949年提出的一种新的概率分布型。它的原文是: The biggest is twice as big as number two, three times as big as number three and so on (最大的是与第二号的两倍一样大, 与第三号的三倍一样大, 依此类推)。齐波福认为这种分布型在人类的活动广泛存在。由于它过去缺乏数学理论推导, 长期未被重视。七十年代以来, 随着电子计算机的发展, 逐渐有人研究齐波福定律, 并发现它很有用处。据 G.Scarrott 于1974年发表的文章所述, 对齐波福定律仍未作出数学理论推导, 但他对这种分布型作了一个电子计算机模拟试验, 效果良好。他将该定律说明如下: “把自由竞争(freely competing)的各个群按次序排列, 使最大的秩为1, 次大的秩为2, 依此类推。则每一群的秩与其大小(size)的乘积接近一个常数。”他还提出对齐波福定律的实验证明是“把表示大小和秩的点标在双对数格纸上。如果服从齐波福定律, 则这些点落在一条斜率为-1的直线上。”这种图叫做“秩/大小图解(rank/size diagram)”。

N.J.Rowlands和D.Sampey于1977年发表了一篇用齐波福定律作矿产预测的论文。他们认为, 齐波福定律是巴雷托(Pareto)分布(1927)的极限情况(limiting case), 即: $S_m/S_n = (n/m)^k$, 当 $k=1$ 。式中 S_m 是秩为 m 的项目的大小, S_n 是秩为 n 的项

目的大小, k 是一个真分数。他们指出, 一般用数学地质方法作矿产预测都需要大量数据和计算, 比较繁琐。而矿体也类似其他许多自然现象, 它的被发现在很大程度上取决于观测者对它的认识水平。因此在找矿和矿产预测中采用数理统计方法时, 把人在这项工作中的主观因素考虑进去是合理的。齐波福定律是对某些离散型现象按大小和秩而排列的顺序之间的关系的数学表达, 故可用它来排列矿体。他们用赞比亚铜带和澳大利亚地盾西部金矿的已知矿体的储量和产量数据进行试验, 取得一定效果。现将赞比亚铜带的试验结果扼要介绍如下:

他们提出, 在一个成矿区中将已知的矿体储量按齐波福定律作出其“秩/大小图解”, 则在这条齐波福直线上所缺失的秩就应代表尚未发现的矿体。因而可根据其秩所对应的大小来预测本成矿区中还可能发现的储量。他们用1961年所发表的赞比亚铜带中九个铜矿床的金属铜储量吨数来作试验。其数据和结果如表1和图1所示。已知铜储量共计 28.5×10^8 吨。估计总的铜储量为 97.7×10^8 吨。预测未发现的铜储量共计 69.2×10^8 吨。因而该铜带的量大约还有65%尚未发现。

从图1可见, 缺失的秩所对应的储量就是到1961年为止尚未发现的可能存在的储量。从数理统计的观点来看, 赞比亚层状铜矿体构成的统计母体已被发现的只占35%左右。为了检验这个预测, 他们询问了十位在该地区工作过的地质学家关于1961年发表的储量数字应占铜带可能有的总储量的百分比。答案的平均数是55%。与齐波福定律统计结果颇为接近。

赞比亚的铜矿床 表1

已知储量			
矿床	Cu × 10 ⁶ 吨	矿床	Cu × 10 ⁶ 吨
N'Changa	8.50	Baluba	2.70
Mufulira	6.20	Chambishi	0.12
Chilalabomwe	4.00	Chibuluma	0.06
Rhokana	3.90	B'WanaMkubwa	0.01
Roan	3.10		

预测铜储量(到秩25为止)

矿床	Cu × 10 ⁶ 吨	秩	矿床	Cu × 10 ⁶ 吨	秩
A	26.0	1	H	1.9	13
B	13.0	2	I	1.8	14
N'Changa	8.5	8	J	1.7	15
Mufulira	6.2	4	K	1.6	16
C	5.0	5	L	1.5	17
Chilalabomwe	4.0	6	M	1.4	18
Rhokana	3.9	6	N	1.3	19
D	3.6	7	O	1.2	20
Roan	3.1	8	P	1.2	21
Baluba	2.7	9	Q	1.1	22
E	2.5	10	R	1.1	23
F	2.3	11	S	1.0	24
G	2.1	12	T	0.9	25

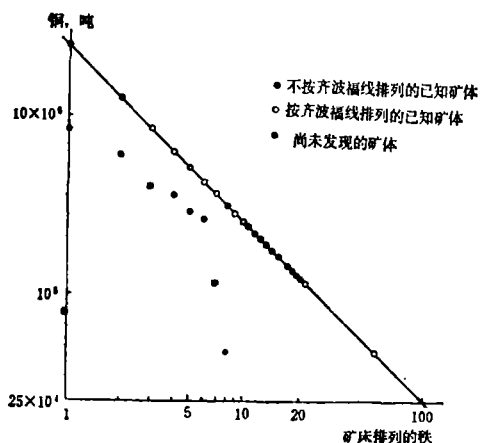


图1 按齐波福线排列并拟合的赞比亚层状铜矿体

齐波福定律用于地质工作是否合理

地质工作涉及很多预测、预报问题。若有一种简便而可靠的统计方法,如齐波福定

律,用于概略的定量预测,以便指导下一步工作,可能提高工效。地质预测一般是用同类型已知的规律来推断未知的事物。认识某种地质现象是通过对它的各种特性的观测而逐步达到的。目前,我们对地质现象的认识还有局限性。因而在预测中包含着人的主观因素。如矿体储量是勘探的结果,而勘探资料又是对矿体的各种地质特性观测的结果。所以储量大小可以说是地质人员所认识到的矿体的地质特性的函数。齐波福定律中的秩就是综合反映人们所掌握的地质特性的一种方式。

这种看法有无数学理论根据呢? D.P. Harris于1973年发表的一篇矿产预测论文中提出一种数学推导,说明矿体的金属量是其地质特性的函数。我们仿照他的推导,以花岗岩岩体中某一成矿元素的含量为研究对象,来说明这种函数关系。

设花岗岩岩体中某一成矿元素的含量M是该岩体在形成过程中的各种地质作用的函数,用 E_i 表示第*i*个作用,则从概念上可以得出

$$M = \phi(E_1, E_2, \dots, E_n) \quad (1)$$

但由于花岗岩体形成过程的复杂性,各种地质作用并不一定都直接与M构成函数关系,而很可能是各种作用形成一系列的结果(即地质特性),这些结果与M保持较明显的函数关系。设 g_j 表示第*j*个地质特性($j=1, 2, \dots, m$),则可得

$$g_j = \alpha_j(E_1, E_2, \dots, E_n) \quad (2)$$

若对(2)的*m*个方程都进行适当的线性变换,则可得以下的线性方程组,即

$$g_1 = a_{11}\beta_1(E_1) + a_{12}\beta_2(E_2) + \dots + a_{1n}\beta_n(E_n)$$

$$g_2 = a_{21}\beta_1(E_1) + a_{22}\beta_2(E_2) + \dots + a_{2n}\beta_n(E_n)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$g_m = a_{m1}\beta_1(E_1) + a_{m2}\beta_2(E_2) + \dots + a_{mn}\beta_n(E_n) \quad (3)$$

式中 $\beta_i(E_i)$ 是第*i*个地质作用的线性变换函数,即 $\beta_i(E_i)$ 可以是 E^2 , $\sqrt{E}$, E 等。

采用矩阵形式,可将(3)写成一个简单的方程,即

$$G = AX \quad (4)$$

式中G是一个($m \times 1$)的列矢量, 它的第*i*个元素是 g_i ; A是一个($m \times n$)的系数矩阵, 它的第*ij*个元素是 $[a_{ij}]$; X是一个($m \times 1$)的列矢量, 它的第*j*个元素是 $[x_j] = \beta_j(E_j)$ 。

如果方程组(3)有解, 则 $m = n$, 而且X的各元素都是线性独立的。若(3)有唯一解, 则矩阵A的秩 $r = n$, 亦即A具有非奇异的*n*级行列式 $\det(A) \neq 0$, 并有逆矩阵 A^{-1} , 因而(4)式中X的解法为

$$\begin{aligned} G &= AX \\ A^{-1}G &= A^{-1}AX \\ A^{-1}G &= X \end{aligned} \quad (5)$$

用 $[a_{ij}^{-1}]$ 表示 A^{-1} 的第*ij*个元素, 则从(5)式可以得出下列方程组

$$\begin{aligned} \beta_1(E_1) &= a_{11}^{-1}g_1 + a_{12}^{-1}g_2 + \dots \\ &\quad + a_{1n}^{-1}g_n \\ \beta_2(E_2) &= a_{21}^{-1}g_1 + a_{22}^{-1}g_2 + \dots + a_{2n}^{-1}g_n \\ &\quad \dots \dots \dots \\ \beta_n(E_n) &= a_{n1}^{-1}g_1 + a_{n2}^{-1}g_2 + \dots \\ &\quad + a_{nn}^{-1}g_n \end{aligned} \quad (6)$$

从(6)式可以得出

$$E_i = \beta_i^{-1}(a_{i1}^{-1}g_1 + a_{i2}^{-1}g_2 + \dots + a_{in}^{-1}g_n) \quad (7)$$

或写成

$$E_i = \alpha_i^{-1}(g_1, g_2, \dots, g_n) \quad (8)$$

据此可以定义第*i*个地质作用过程是岩体的*n*个地质特性的函数。因而岩体中某一成矿元素的含量M可以看成该岩体的地质特性的函数, 即

$$M = \phi(\alpha_1^{-1}, \alpha_2^{-1}, \dots, \alpha_n^{-1}) \quad (9)$$

或写成

$$M = \lambda(g_1, g_2, \dots, g_n) \quad (10)$$

如果g是可以测得的, 但不够完全, 而λ

的表达式是未知的, 这就需要拟合一个函数形式, 并根据实测的地质特性数据来估计它的参数, 即

$$\hat{M} = \lambda_0(\hat{g}_1, \hat{g}_2, \dots, \hat{g}_D, g_{D+1}, \dots, g_n) + e \quad (11)$$

式中 $\hat{M}$ 表示用拟合的函数形式和估计的参数计算出来的M的估计数; λ_0 为拟合的函数形式; $\hat{g}_i$ 表示不完全的已知地质变量($i = 1, 2, \dots, D$); e 表示用 $\hat{M}$ 来估计M的误差, 这是由拟合的函数形式和对g的测定误差所造成的。

如果把遗漏的未测定到的地质特性所造成的误差用 ω 表示, 则(11)式可以写成

$$M = \lambda_0(\hat{g}_1, \hat{g}_2, \dots, \hat{g}_n) + e + \omega \quad (12)$$

该式从理论上证明了照某种拟合函数形式, 用花岗岩体的地质特性来估计花岗岩体中成矿元素含量的可能性。但这种函数的表达式还没有, 用齐波福定律来拟合只是简单试探, 不能作为定论。

试用 齐波 福定律 预测 华南燕山期花岗岩中某 些成矿元素的含量

华南燕山期花岗岩与钨、锡、钼、铍等金属的成矿关系是肯定的。矿床的生成与岩体中这类元素的含量高低有关。用燕山期花岗岩体中W、Sn、Mo、Be含量来预测这类矿产是合理的。华南有大量这类岩体, W、Sn、Mo、Be在岩体中的含量都构成一个统计母体。如果用齐波福定律来排列已知的燕山期花岗岩中W、Sn、Mo、Be含量大小, 则在有限范围内, 所缺失的秩就应表示还有可能发现的相应含量的岩体。

作者用部分数据对华南燕山期花岗岩体的Sn、Be、Mo、W四种成矿元素的含量作了齐波福定律的排列。表2, 图2排列结果表明, 在华南可能还存在锡的平均含量如A、B、C、D、E、F所示的数字的燕山期花岗岩体。表3, 图3排列结果表明, 在华南可能还存在铍的平均含量如A、B、C所示的

已知的华南燕山期花岗岩体中的Sn含量 (ppm)

用齐波福定律排列结果 (到秩11为止)

表 2

岩 体	Sn含量(ppm)	秩	岩 体	Sn含量(ppm)	秩	岩 体	Sn含量(ppm)	秩
A	67.0±	1	广西, 大厂	21.0	3	D	9.6±	7
江西, 西华山	37.7	2	浙江, 千亩田	20.1	3	E	8.4±	8
江西, 张天堂	33.5	2	江西, 疗坑	19.0	3	F	7.5±	9
湖南, 瑶岗仙	28.9	2	B	17.0±	4	浙江, 青田	7.0	10
湖南, 邓阜仙	28.7	2	江西, 浒坑	14.0	5	浙江, 丽水	6.0	11
江西, 洪水寨	22.5	8	C	11.0±	6			

已知的华南燕山期花岗岩体中的Be含量 (ppm)

用齐波福定律排列结果

表 3

岩 体	Be含量(ppm)	秩	岩 体	Be含量(ppm)	秩	岩 体	Be含量(ppm)	秩
A	32.0±	1	江西, 大吉山	8.6	4	湖南, 瑶岗仙	5.4	6
江西, 西华山	16.0	2	江西, 洪水寨	8.3	4	浙江, 青田	4.6	7
湖南, 邓阜仙	13.0	2	江西, 安福墟	7.2	5	C	4.0±	8
B	10.7±	3	福建, 云肩	5.6	6	浙江, 丽水	3.5	9
浙江, 千亩田	8.7	4						

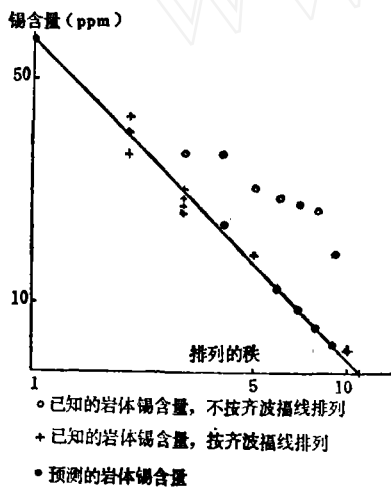


图2 按齐波福线排列的
华南燕山期花岗岩的锡含量

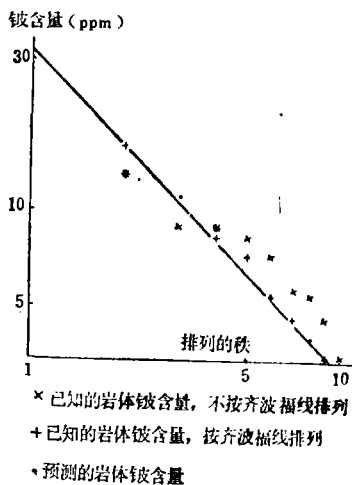


图3 按齐波福线排列的
华南燕山期花岗岩的铍含量

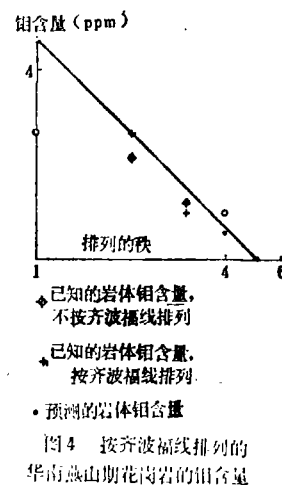


图4 按齐波福线排列的
华南燕山期花岗岩的铝含量

数字的燕山期花岗岩体。表4, 图4排列结果表明, 在华南可能还存在钼的平均含量如A、B、C所示的数字的燕山期花岗岩体。表

5, 图5排列结果表明, 在华南可能还存在钨的平均含量如A、B所示的数字的燕山期花岗岩体。

已知的华南燕山期花岗岩体中的 Mo 含量 (ppm)

用齐波福定律排列结果 (到秩 5 为止) 表 4

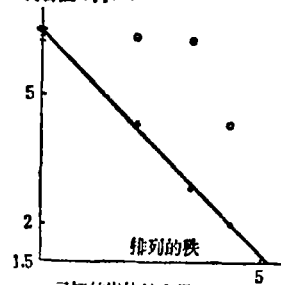
岩 体	Mo 含量 (ppm)	秩
A	5.0±	1
江西华山	2.5	2
江西洪水寨	2.1	2
浙江丽水	1.5	3
江西疗坑	1.4	3
B	1.2±	4
C	1.0±	5

已知的华南燕山期花岗岩体中的 W 含量 (ppm)

用齐波福定律排列结果 表 5

岩 体	W 含量 (ppm)	秩
浙江千亩田	8.0	1
江西张天堂	7.7	1
江西西华山	7.5	1
福建云肩	4.1	2
A	2.6±	3
B	2.0±	4

钨含量 (ppm)



已知的岩体钨含量, 不按齐波福线排列

已知的岩体钨含量, 按齐波福线排列

预测的岩体钨含量

图5 按齐波福线排列的华南燕山期花岗岩的钨含量

参 考 文 献

Rowlands N.J. and Sampey D., 1977, Zipf's Law—An Aid to Resource Inventory Prediction in Partially Explored Areas: Jour. of IA MG., v.9, No.4, P.383~391.

Scarrott G., 1974, Will Zipf join Gauss? New Scientist, May 16, p.402~404.

Harris D.P., 1973, A subjective Probability appraisal of metal endowment of Northern Sonora, Mexico: Econ.Geol., v.68, p.222~242.



试镁灵染色法测定碳酸盐矿物

染色反应常用于研究碳酸盐类岩石的矿物组成, 采取的方法和染色剂也有种种不同, 但多数只能鉴别一种矿物, 或是若干矿物只能染上一种颜色。也有人 (Mann, Warne等) 以试镁灵 (对硝基苯-4-偶氮苯二酚— $\text{NO}_2\text{C}_6\text{H}_4\text{N}:\text{NC}_6\text{H}_4(\text{OH})_2$) 作为染色剂使样品中的碳酸盐矿物着色。这个方法的缺点也是只能使菱镁矿这一种矿物着色, 而且颜色不能持久。下面介绍的方法避免了上述缺点, 可同时测定岩石中的3~4种矿物, 着色高度稳定。

此法适用于岩石样品的碳酸盐矿物染色。为便于染色反应, 样品需有一个平整的切面。磨片后的剩余料就很适用。切面面积最好为 $2 \times 2\text{cm}$, 但略多略少也可。

试剂配方, 在500毫升水稀(1:1)乙醇中加入25毫克试镁灵使溶, 然后分几次放入30克苛性碱氢氧化钾使溶。

操作方法: 在200毫升烧杯中注入试剂约5毫升, 酒精灯上煮沸。用镊子将样品放入沸腾的试剂, 使样品的平整切面紧压杯底。在整个反应过程中, 要用镊子压住样品, 使其始终与杯底接触。这样做, 样品的染色面所接触的不是试剂, 而是受热的杯底, 从而保证反应所需的最大

温度。反应直至试剂全部煮净为止, 一般约2~3分钟。操作时须注意不要错过停止反应的时机, 即在样品周围的试剂已经煮干, 而与样品接触的杯底仍然潮湿的时刻 (样品底面四周有污紫色液体气泡溢出), 用镊子迅速将样品取出, 立刻投入室温的净水中。冷却后, 用清水将样品仔细冲洗干净。

染色效果: 菱镁矿—黑色 (有时暗蓝色), 白云石—蓝到暗蓝色, 镁方解石—淡蓝色 (含镁质少的为淡蓝色或淡紫色); 不含镁质的方解石不着色。

着色稳定, 长时期内无变化。可能由于岩石的粒度、孔隙度等物理、机械性质的区别, 不同样品可保持染色几天至几个月。随时间的延长, 也出现褪色现象: 菱镁矿渐变为灰褐色, 白云石—褐紫色, 多数偏暗; 镁方解石—淡紫色或玫瑰紫色。但不同矿物之间的颜色差别仍不消失。

(据《Записки всесоюз. минералог. обществ.», 1979, вып. 2, стр. 248~249)