

结点高程误差对重力地改的影响

冶金工业部地质会战指挥部 孙绮曾

本文旨在讨论结点高程误差对重力地形改正的影响;分析按查图法、数据图法确定结点高程可能达到的精度,以便采用适当方法测量结点高程,满足重力地改的需要。

一 结点高程误差对重力地改影响的计算公式

1.按圆形域地改一般公式进行分析

$$\Delta g = 2 \pi f \sigma [r_{m+1} - r_m + \sqrt{r_m^2 + h^2} - \sqrt{r_{m+1}^2 + h^2}] \dots\dots\dots (1)$$

式中: f 为引力常数 (6.67×10^{-8} 厘米²/克·秒²);

σ 为扇形柱密度 (2.0 克/厘米³);

r_{m+1} 为扇形柱外半径;

r_m 为扇形柱内半径;

h 为扇形柱高度。

(1) 式可写成

$$\Delta g = 2 \pi f \sigma [r_{m+1} - r_m + r_m (1 + \frac{h^2}{r_m^2})^{\frac{1}{2}} - r_{m+1} (1 + \frac{h^2}{r_{m+1}^2})^{\frac{1}{2}}]$$

将(1)式后两项按牛顿二项式定理展开成幂级数,再经整理可得:

$$\Delta g = f \pi \sigma [(\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}}) h^2 - \frac{1}{4} (\frac{1}{r_m^3} - \frac{1}{r_{m+1}^3}) h^4 + \frac{1}{8} (\frac{1}{r_m^5} - \frac{1}{r_{m+1}^5}) h^6 + \dots] \dots\dots\dots (2)$$

为估算 r_m 、 r_{m+1} 和 h 三项误差对 Δg 的影响,可略去高次项,上式变为

$$\Delta g = \pi f \sigma (\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}}) h^2$$

以 r_m 、 r_{m+1} 和 h 为变量,对上式进行全微分得:

$$d\Delta g = \pi f \sigma [-\frac{h^2}{r_m^2} dr_m + \frac{h^2}{r_{m+1}^2} dr_{m+1} + 2h (\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}}) dh]$$

把微分换成中误差则有:

$$m_{\Delta g}^2 = (\pi f \sigma)^2 [\frac{h^4}{r_m^4} m_{r_m}^2 + \frac{h^4}{r_{m+1}^4} m_{r_{m+1}}^2 + 4h^2 (\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}})^2 m_h^2] \dots\dots\dots (3)$$

2.如何确定 m_{r_m} 、 $m_{r_{m+1}}$ 对 $m_{\Delta g}$ 的影响

① 从(3)式可看出,一般地区 $h \ll r_m$ 和 r_{m+1} ,因此 m_{r_m} 和 $m_{r_{m+1}}$ 的系数远小于 m_h 的系数。

② 假设0为重力测点实际位置,影响0点重力值相关各结点高程,理应为1、2……各点,但由于野外布置重力网的误差,通常所采用的测网理论坐标数值,并不是重力测点的实际位置0,而是0'。按理论坐标测网套合地形图查得的相关各结点为1'、2'……各点(图1)。00'是重力测点位移的真误差 Δ_s ,可近似的看做相对于附近图根点的测点平面位置中误差 m_s 。由于 m_s 的存在,使得查取的结点高程差,产生如下的误差:

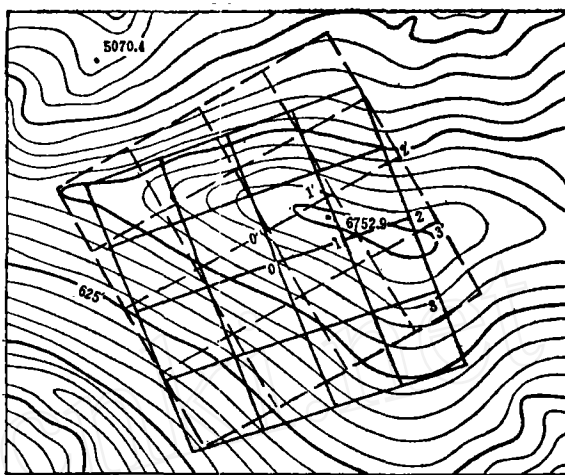


图 1

$$\Delta h' = [H_1, - H_0,] - [H_1 - H_0] \quad (\text{锥形公式时})$$

$$\Delta h = [\frac{1}{2} (H_1 + H_2) - H_0] - [\frac{1}{2} (H_1, + H_2,) - H_0,] \quad (\text{扇形公式时})$$

(3)式中的 m_{r_m} 和 $m_{r_{m+1}}$ 对查图法来说,主要是0'-1'(r'_m)、0'-2'(r'_{m+1})的误差,是由格网绘制和图纸伸缩误差所引起。

今设 $m_{r_m} = m_{r_{m+1}} = \pm 0.4$ 米, $m_h = \pm 1$ 米

$r_m = 10$ 米, $r_{m+1} = 20$ 米, $h = 5$ 米

代入(3)式得:

$$m_{\Delta s} = \pm 0.0214 \text{毫伽}$$

若略去 m_{r_m} 和 $m_{r_{m+1}}$ 的误差不计,仅考虑 m_h 误差,求得

$$m_{\Delta s} = \pm 0.0209 \text{毫伽}$$

上例也表明 m_{r_m} 和 $m_{r_{m+1}}$ 对 $m_{\Delta s}$ 的影响甚微。为此,略去 m_{r_m} 和 $m_{r_{m+1}}$ 不计,主要讨论 m_h 和 $m_{\Delta s}$ 的关系式。

3. m_h 和 $m_{\Delta s}$ 的关系式

①以 h 为变量,对(2)式取微分得:

$$d\Delta s = \pi f \sigma [2h(\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}}) - h^3(\frac{1}{r_m^3} - \frac{1}{r_{m+1}^3}) + \frac{6}{8}(\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}})h^5]dh$$

换成中误差则有:

$$m_{\Delta s} = \pm \pi f \sigma [2h(\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}}) - h^3(\frac{1}{r_m^3} - \frac{1}{r_{m+1}^3}) + \frac{3}{4}h^5(\frac{1}{r_m} - \frac{1}{r_{m+1}})]m_h \quad (4)$$

远、中、近区的计算,一般可分别取前一、二、三项来计算。

若对(1)式取微分,则有

$$d\Delta s = 2\pi f \sigma h \left[\frac{1}{\sqrt{r_m^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_{m+1}^2 + h^2}} \right] dh$$

以中误差表示为:

$$m_{\Delta g} = \pm 2\pi f \sigma h \left[\frac{1}{\sqrt{r_m^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{r_{m+1}^2 + h^2}} \right] m_h \quad (5)$$

上式可用于制表和作比较精确的计标。

②由于在近区 0~10米时, $r_m = 0$, 故在计算点上分母为零, 所以 0~a 环带采用锥面公式计算(图 2):

$$\Delta g = 2\pi f \sigma r (1 - \cos i) \quad (6)$$

$$\approx 2\pi f \sigma r \left(1 - \frac{r}{\sqrt{r^2 + h^2}} \right)$$

以 h 为变量对 Δg 取微分得:

$$d\Delta g = \frac{\pi f \sigma r^2 \cdot 2h}{(r^2 + h^2)\sqrt{r^2 + h^2}} dh$$

而

$$m_{\Delta g} = \pm \frac{2\pi f \sigma r^2 \cdot h}{(r^2 + h^2)\sqrt{r^2 + h^2}} m_h \quad (7)$$

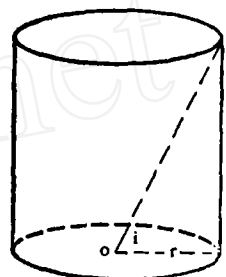


图 2

4. 设在近、中区, r_m 和 r_{m+1} 的值分别为:

0~10米, 10~20米, 20~50米, 50~100米, 100~200米, ……

将(1)式所列各常数值, 分别代入(5)、(7)两式, 得出表1的数值:

表 1

$\frac{m_{\Delta g}}{h}$	r_m	0~10米	10~20	20~50	50~100	100~200	200~
1米		0.0084	0.0041	0.0025	0.0008	0.0004	
2		0.0167	0.0077	0.0050	0.0016	0.0008	
4		0.0270	0.0146	0.0097	0.0033	0.0017	
6		0.0317	0.0195	0.0145	0.0050	0.0025	
8		0.0318	0.0209	0.0178	0.0067	0.0033	
10		0.0296	0.0220	0.0209	0.0084	0.0042	
15					0.0125	0.0061	
20					0.0151	0.0077	
40						0.0145	

$m_{\Delta g}$ (毫伽), $m_h = 1$ 米。

按表1所列数值展绘得:

①单位结点高程中误差时 $m_{\Delta g}$ 和 h 关系图(图3)。

② $m_{\Delta g}$ 和 m_h 计算用图(图4)。

二 用查图法、高程数据图法求得的结点高程精度

1. 用地形图查图求结点高程精度

①地形图等高线高程中误差 m 等如表2;

表 2

比例尺 α	1:500	1:1000	1:2000	1:5000
0~6°		2/3	1/2	1/2
6~15°	2/3	2/3	1/2	1/2
15°~	1	1	1	1

以等高距为单位。

表 8

比例尺	实际距离 (米)	不同坡度的高程误差(米)		
		6°	15°	25°
1:500	0.1	0.01	0.03	0.05
1:1000	0.2	0.02	0.05	0.09
1:2000	0.4	0.04	0.11	0.20
1:5000	1.0	0.10	0.27	0.46

②清绘引起的等高线平面位移设为0.2毫米,其相应的高程误差设为 $m_{清}$;
图纸熏晒后伸缩而使格网间距产生约0.2毫米的误差,其对应的高程误差设为 $m_{晒}$;
格网展绘本身的误差和读图误差亦分别按0.2毫米计,由此而引起的高程误差为 $m_{格}$
和 $m_{读}$ 。

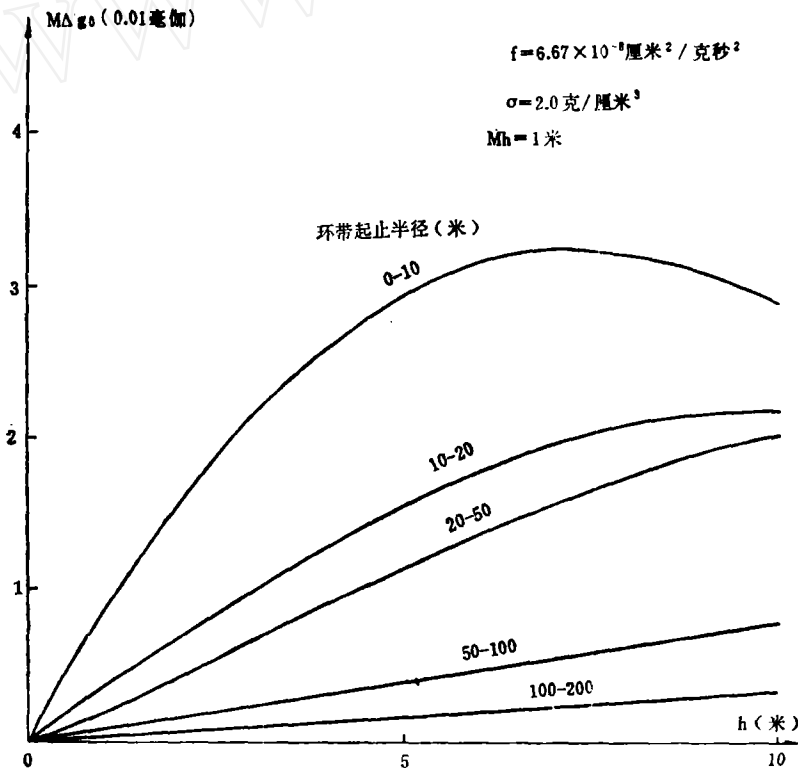


图 3 $\bar{M}\Delta g_0 \sim h$ 曲线 (查得 $\bar{M}\Delta g_0$ 再乘以 $\bar{M}h$ 便为对应的 $\bar{M}\Delta g_0$ 值)

平面位移0.2毫米所对应的各种比例尺和不同坡度的高程误差如表 8 所示。

③在上节(一之2)中已对理论测网套合地形模型(地形图或光学模型)时产生的高程误差,进行了初步分析。由于地表形态千变万化,难以用数学公式表示。为研究套合误差的影响,今对两个测区的结点高程数据进行初步分析。

a) 辽宁某区120/60幅。丘陵地形,地表形态完整。共6050个结点,点距25×25米。

b) 山西某区(43)—C幅。为黄土地貌,多梯田、雨裂冲沟,地形破碎。共2538点,点距25×25米(结点高程用比例尺1:14000航摄相片,用东德耶拿蔡氏厂F型精测仪按25米点距,直接测定结点高程数据图)。

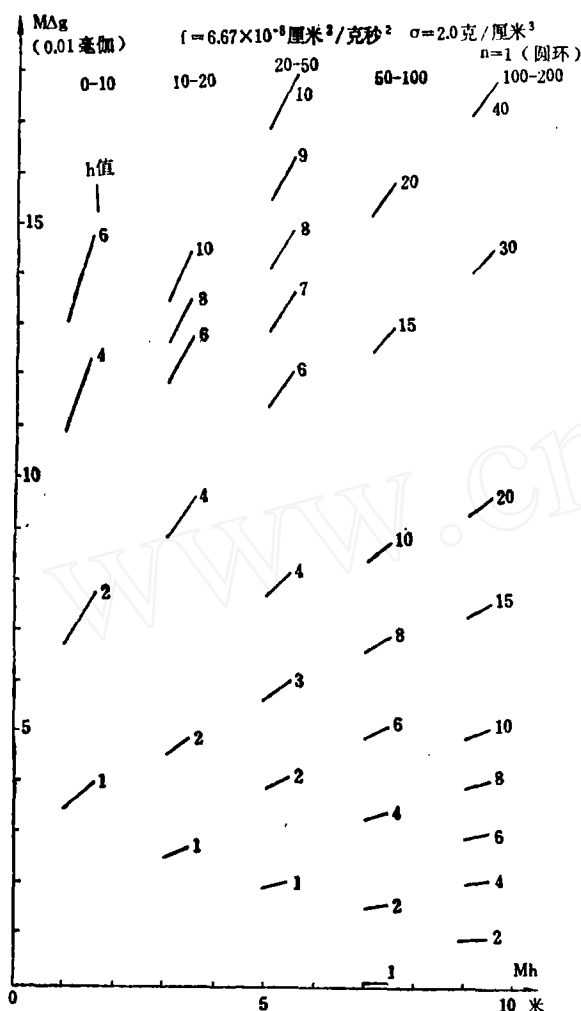


图4 MAg~Mh计算用图

对以上两区图幅的结点高程，沿图幅东西向，依

$$\Delta h = [H_1, - H_0] - [H_1 - H_0]$$

计算得 Δh 值的分布如表4、表5。

图5、图6为按表列数值展绘的 Δh 误差曲线。不难看出地形完整的丘陵地形的 $h\sqrt{\pi}$ 值，远高于地形破碎的黄土地貌，

且收敛很快，与高斯正态曲线符合的程度也很好。测网不同平面位移所对应的 $m\Delta h$ ，按比例求得如表6。

上述两图幅的统计数据表明，地形和测网的套合误差，在结点高程误差中比重很大，必须采取适当方法，使现有测点点位中误差大大减小。

④内插结点高程时，将相邻首曲线间A、B两点看做直线，而地形表面为 $\widehat{AB}$ ，由此而引起的高程中误差为 $m_{\text{弧}}$ 。而

$$m_{\text{弧}} = \frac{d^2}{8R\cos^3\alpha}$$

式中： d 为两首曲线间的平距；

α 为地形倾角；

R 为 $\widehat{AB}$ 的半径。

假设 $R_{\text{丘}} = 50$ 米， $R_{\text{山}} = 30$ 米，将 d 、 R 分别代入上式求得 $m_{\text{弧}}$ 如表8。

⑤用地形图查取结点高程的中误差

$m_{\text{查}}^2$ ，为上述独立的偶然误差的平方和，即

$$m_{\text{查}} = \sqrt{m_{\text{等}}^2 + m_{\text{清}}^2 + m_{\text{晒}}^2 + m_{\text{格}}^2 + m_{\text{弧}}^2 + m_{\text{读}}^2}$$

辽 宁 某 区 120/60 幅

表4

Δh 以米为单位，25×25米点距

Δh	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$+\Delta h$ 个数	2108	1184	432	175	82	46	18	11	7	0	1
$-\Delta h$ 个数		1199	425	195	81	43	22	11	8	1	1

$$m_{\Delta h} = \pm \sqrt{\frac{(17733)}{6050}} = \pm 1.71 \text{米(点距25米时)}.$$

山西某区(43)-C幅

表 5

Δh 以米为单位, 25米×25米点距

Δh	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$+\Delta h$ 个数	124	143	113	92	98	103	93	82	78	66	51	36	35
$-\Delta h$ 个数		154	124	114	97	101	88	94	71	58	58	46	38

Δh	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$+\Delta h$ 个数	34	21	21	14	14	18	10	11	4	4	9	6	4
$-\Delta h$ 个数	44	36	30	34	22	9	10	18	6	8	7	5	7

$$m_{\Delta h} = \pm \sqrt{\frac{194205}{2538}} = \pm 8.7 \text{ 米 (25米点距时)}.$$

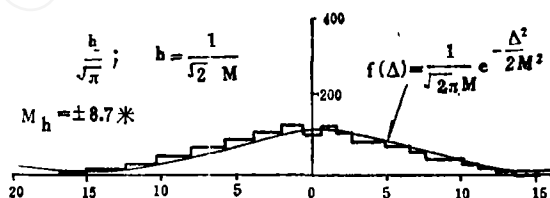


图 6 山西××区(40-C)幅 Δh 误差曲线图

m_{Δ} 误差值 (以米为单位) 表 6

m_{Δ}	5	10	15	20	25
完整丘陵	0.34	0.68	1.03	1.37	1.71
破碎山地	1.70	3.48	5.20	6.95	8.70

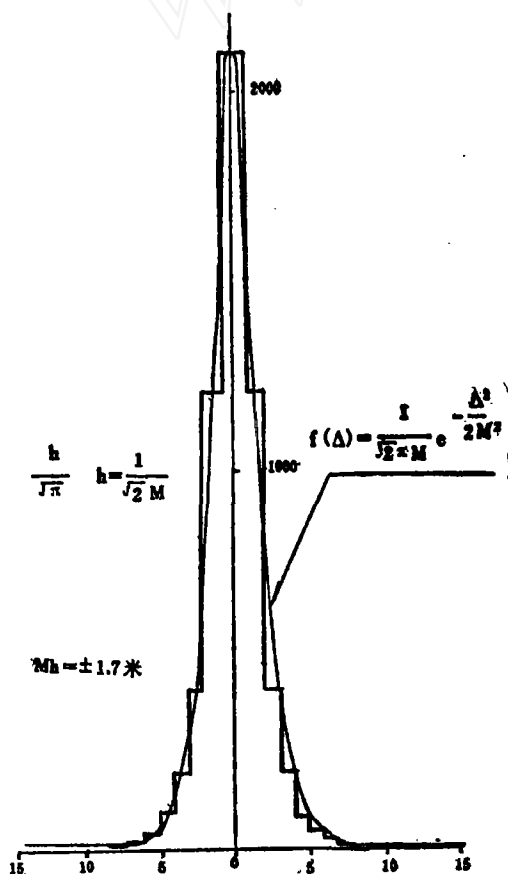


图 5 辽宁××区 120/60 幅 Δh 误差曲线图

由于 $m_{\text{测}} = m_{\text{照}} = m_{\text{格}} = m_{\text{读}}$ 故上式可写为:

$$m_{\Delta} = \sqrt{m_{\text{等}}^2 + m_{\text{弧}}^2 + m_{\text{套}}^2 + 4 m_{\text{测}}^2} \dots (8)$$

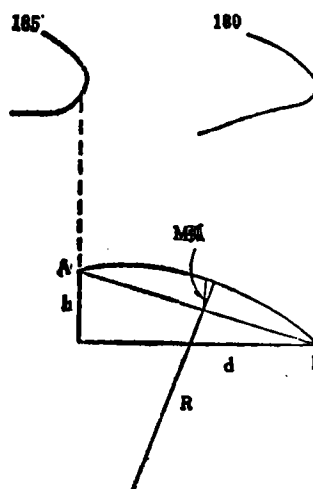


图 7

不同等高距、地形倾角对应的d值 表7

等高距(米)	1	2	5
α			
d (米)			
6°	9.5	19.0	
25°	2.1	4.3	10.7

表8

d (米)	2.1	4.3	9.5	10.7	19.0
α					
m_h					
6°			0.23		0.94
25°	0.02	0.10		0.63	

测点点位平面中误差按77年辽宁某区平均值7.4米(对应的 $m_{\text{套}}$ 为0.5米和2.6米); m_h 取 ± 0.63 米。将有关数据代入(8)式,求得用地形图查取结点高程中误差的估算值见表9。

2. 用精测仪直接测定结点高程的精度

重力地改结点高程求得的方法,除实测和查地形图而外,随着航测的逐步推广使用,78年国家地质总局、武汉测绘学院和湖北冶金地质勘探公司六〇六队等单位先后完成用国产18×18立座、按《数学地面模型》原理测求结点高程的试验。当航摄比例尺为1:28000时,求得的重力结点高程中误差为 ± 1.54 米(武测)。

冶金部地质会战指挥部测绘大队用精测仪,在78年完成了山西和辽宁两个重力测区近420平方公里七十万结点的高程数据,提供重力地改使用。由于减少了测绘等高线、清绘、晒印、查图工序,所以累积误差大大减少,并显著的提高了工效。其误差主要有以下几项:

①全能仪单模型高程精度为:

$$m_h = \pm 1.21 \times \frac{H}{y} m_q$$

设 $y = 0.065$ 米, $m_q = 10 \sim 20\mu$

得不同航高H的测点精度如表10。

②格网绘制和格网对准误差设为0.2毫米。

③和查图法同,含有 $m_{\text{套}}$ 误差。假设,测网平面位移为7.5米,即假设在 $0 \sim 6^\circ$ 时, $m_{\text{套}} = \pm 0.5$ 米; $6 \sim 25^\circ$ 时, $m_{\text{套}} = \pm 2.6$ 米。

将上述各值代入公式:

$$m_{\text{精}} = \pm \sqrt{m_h^2 + m_{\text{对}}^2 + m_{\text{套}}^2}$$

得精测仪测定之结点估算值如表11。

表10

H(米)	1000	2000	3000	4000
m_h (米)	0.37	0.74	1.11	1.48

表11

H(米)	1000	2000	3000	4000
α				
$m_{\text{精}}$ (米)				
6°	0.61	0.89	1.21	1.52
25°	2.68	2.70	2.82	2.98

三 对上述结果的几点分析

1.按圆形域分环地改是以测点O为圆心,分成若干环带,各环带又分成若干个扇形域(图8)。从图中不难看出,每个扇形域(ABCD)的平均高度中误差为A、B、C、D各点高程中误差的 $1/\sqrt{n}$ (此处 $n=4$);而每个环带的高程中误差为扇形域的 $\sqrt{N}$ 倍。这

里, 将从表 9 中所列的查图法求得的结点高程精度, 看做是各环带的高程中误差。各环带不

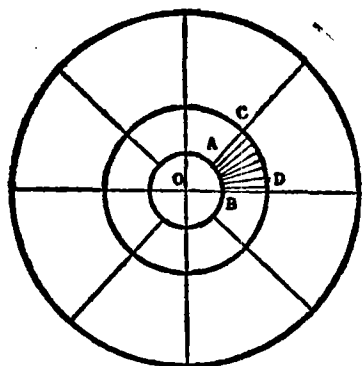


图 8

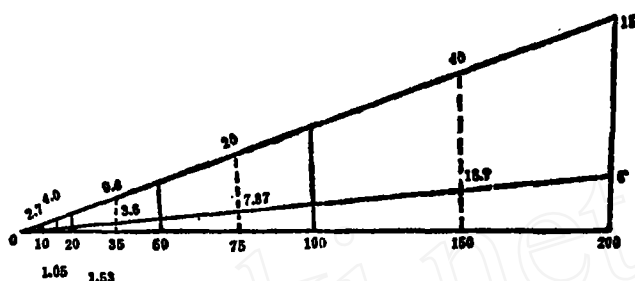


图 9 各环带不同倾角对应的 h 值

同倾角对应之 h 值如图 9。以表 9 所列之 m_h 为引数, 用图 4 查得近、中区各环带之 $M_{\Delta g} = \sqrt{[m_{\Delta g}]^2}$ 如表 12 所示。

利用初步估算的结果对照国家地质总局《重力勘探工作手册》和冶金部《铁矿重力找矿精度》指标, 比较结果如表 13。

表 12

1 : 2000			1 : 5000		
α	m_h	$m_{\Delta g}$	α	m_h	$m_{\Delta g}$
0~6°	0.95	0.014 毫伽	0~6°	1.31	0.021 毫伽
6~15°	3.36	0.129 毫伽	6~15°	5.75	0.225 毫伽

表 13

地形	1 : 2000		1 : 5000	
	重力勘探工作手册表 3	铁矿重力找矿的各项精度表	重力勘探工作手册表 3	铁矿重力找矿的各项精度表
丘陵 0~6°	I I II IV ○ ○ ○ ○	I I I II ○ ○ ○ ○	I I II IV ○ ○ ○ ○	I I I II ○ ○ ○ ○
山地 6~15°	x x x ○	x x x ○	x x x x	x x x x

○ 表示满足该等级地形改正总精度;
x 表示不满足该等级地形改正总精度。

2. 从以上初步分析可看出, 在 0~6° 地形坡度, 1 : 5000 和大于 1 : 5000 比例尺地形图可满足各等级地改精度要求。但对破碎的小区就是 1 : 2000 地形图也只能满足低等级的地改的精度要求。由查图法各项误差分析结果可看出, 当按《铁矿重力找矿工作的各项精度表》所列的测点点位中误差, 平均达 15 米; 在破碎的山区地形, $m_{\text{套}}$ 将是 5.20 米。实验数据表明, 测网和地形模型的套合误差是结点高程误差的主要误差来源。目前结点高程数据, 也确实存在质量和数量方面的两个矛盾。

其一是, 高精度的重力仪和低精度的地改以及落后的野外测网敷设方法和仪器的矛盾;

其二是, 结点高程数据获取的方式、方法, 工序繁多, 数据准备、检查工作量大和快速的地改电算以及找矿速度的矛盾。

测地工作应尽快配备和重力仪精度适应的短程物理测距仪。尽量采用实测测网座标套合地形模型, 近区仍要采用实测的方法来进行地改。对大面积的重力找矿区应采用航测的方法用精测仪或 18×18 立座或其它先进手段测求结点高程, 并研究由测量部门直接提供地改高程数据、纸带, 以缩短工序间的重复工作和周转时间, 提高地质成果质量, 加速地改工作的进行。