薄板状体磁异常剖面解释

周绍林

本文介绍一种与正常场选择无关的反演方法，该方法能准确地确定无限延深薄板状体原点的位置和板状体倾角与磁化倾角的夹角γ。当对找原点的方法作一些改进，亦可近似地应用于有限延深的条件。

一　找原点

无限延深薄板状体ΔZ的解析式为

$$\Delta Z=\frac{2b\cdot 2\sigma}{x^2+h^2}(h\cdot\cos\gamma-x\cdot\sin\gamma) \tag{1}$$

（1）式对x微分后，并令其等于零得

$$X_{\Delta z max}=h\cdot ctg\gamma-h\cdot csc\gamma \tag{2}$$

$$X_{\Delta z min}=h\cdot ctg\gamma+h\cdot csc\gamma \tag{3}$$

（2）、（3）式分别代入（1）式，则

$$\Delta Z_{max}=\frac{2b\sigma}{h}(1+\cos\gamma) \tag{4}$$

$$\Delta Z_{min}=-\frac{2b\sigma}{h}(1-\cos\gamma) \tag{5}$$

由（2）—（5）式求得过ΔZ曲线极大值点、极小值点的直线方程为：

$$\Delta Z=\frac{2b\cdot 2\sigma}{2h}(2\cos\gamma-\frac{x}{h}\sin\gamma) \tag{6}$$

令（6）=（1）化简得

$$x^3-2x^2h\cdot ctg\gamma-xh^2=0 \tag{7}$$

显然$x=0$是方程（7）的一个根。是通过无限延深薄板状体ΔZ曲线极大、极小值的直线与ΔZ曲线的交点为坐标原点。

二　确定γ角的方法

现将纵坐标起算值取在极小值水平，则无限延深薄板的磁场垂直分量由下式给出（为与ΔZ区别，如此处理后的垂直分量以$\Delta Z'$代表）：

$$\Delta Z'=\Delta Z-\Delta Z_{min}=\frac{2b\cdot 2\sigma}{x^2+h^2}(h\cdot\cos\gamma-x\cdot\sin\gamma)+\frac{2b\cdot 2\sigma}{2h}1-\cos\gamma) \tag{8}$$

无限延深薄板异常的全振幅A为

$$A=\Delta Z_{max}-\Delta Z_{min}=\frac{2b\cdot 2\sigma}{h} \tag{9}$$

现分别令（8）式等于$\frac{9}{10}A$、$\frac{8}{10}A$、$\frac{7}{10}A$、$\frac{6}{10}A$、$\frac{5}{10}A$，由此得到$\Delta Z'$曲线上其

值为$\frac{10-i}{10}$A的各点至原点的距离a_i、b_i（i = 1 、 2 …… 5 ）。

$$a_1=\frac{-5h\cdot\sin\gamma+3h}{4+5\cos\gamma}$$

$$b_1=\frac{-5h\cdot\sin\gamma-3h}{4+5\cos\gamma}$$

$$a_2=\frac{-5h\cdot\sin\gamma+4h}{3+5\cos\gamma}$$

$$b_2=\frac{-5h\cdot\sin\gamma-4h}{3+5\cos\gamma}$$

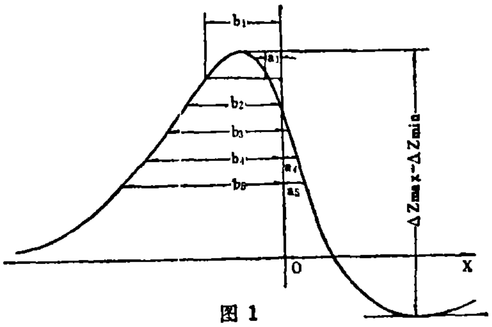

图 1

$$a_3=\frac{-5h\cdot\sin\gamma+4.583h}{2+5\cos\gamma};\quad b_3=\frac{-5h\cdot\sin\gamma-4.583h}{2+5\cos\gamma};$$

$$a_4=\frac{-5h\cdot\sin\gamma+4.9h}{1+5\cos\gamma};\quad b_4=\frac{-5h\cdot\sin\gamma-4.9h}{1+5\cos\gamma};$$

$$a_5=\frac{-h\cdot\sin\gamma+h}{\cos\gamma};\qquad b_5=\frac{-h\cdot\sin\gamma-h}{\cos\gamma};$$

上面各式的a值为ΔZ曲线右枝各点至原点的距离，b值为左枝各点至原点的距 离，并考虑了正负号。图 1 中b值全为负值，a值中a_1、a_2为负，a_3、a_4、a_5为正。

方法 1　利用a_i/b_i

给不同的γ角值，计算a_i/b_i，结果见表 1 。

表 1

γ	0°	2.5°	5°	7.5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°
a_1/b_1	−1	−0.866	−0.747	−0.644	−0.552	−0.397	−0.274	−0.173	−0.091	−0.023
a_2/b_2	−1	−0.898	−0.804	−0.719	−0.643	−0.511	−0.401	−0.309	−0.231	−0.165
a_3/b_3	−1	−0.909	−0.826	−0.751	−0.680	−0.540	−0.457	−0.369	−0.294	−0.227
a_4/b_4	−1	−0.917	−0.836	−0.764	−0.700	−0.581	−0.482	−0.398	−0.325	−0.262
a_5/b_5	−1	−0.918	−0.840	−0.769	−.0705	−0.590	−0.490	−0.406	−0.333	−0.281

γ	37°52′	40°	50°	53°08	60°	66°25′	70°	78°31′	80°	90°
a_1/b_1	0	0.034	0.122	—	0.182	—	0.22	—	0.243	0.250
a_2/b_2	—	−0.109	−0.022	0	0.040	—	0.081	—	0.104	0.111
a_3/a_3	—	−0.176	−0.090	—	−0.027	0	0.013	—	0.036	0.044
a_4/b_4	—	−0.208	−0.123	—	−0.062	—	−0.021	0	0.003	0.010
a_5/b_5	—	−0.219	−0.132	—	−0.072	—	−0.031	—	−0.008	0

将表 1 的结果制成列线图（图 2 ），由ΔZ曲线找到原点，量取一对a_i 、b_i值 ，求出比

值a_i/b_i，即可从列线图中查出γ角值。当$a_i/b_i < -1$时，这时可取a_i/b_i的倒数查图2，但查出的γ角为负。

方法2 利用原点至极大值点的距离与至极小值点的距离之比

$$\left|\frac{X_{\Delta Z_{max}}}{X_{\Delta Z_{min}}}\right| = tg^2\frac{\gamma}{2} \qquad (10)$$

方法3 利用ΔZ曲线极值点间的水平距离d与$a_i - b_i$的比值

$$K_i = \frac{a_i - b_i}{d}, \quad (i = 1, 2, 3, \cdots\cdots) \qquad (11)$$

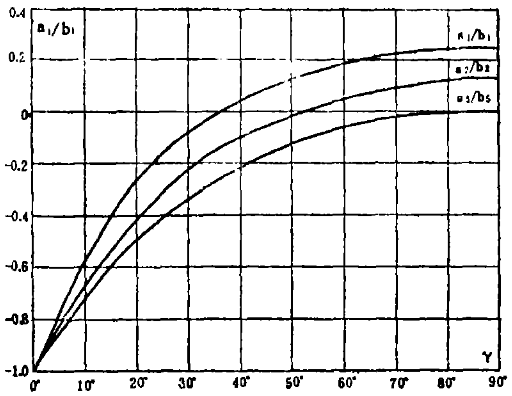

图 2

式中 $a_i - b_i$为ΔZ′曲线上其值为$\frac{10-i}{10}$A两点间的距离，恒为正值；$d = x_{\Delta z_{min}} - x_{\Delta z_{max}}$，极小值在北侧时为正，极小值在南侧时为负。

给（11）式不同的γ值，求得的K_i值见表2。其列线图见图3。当K_i为负值时，可用K_i的绝对值查图3，但γ角为负值。

表 2

γ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
K_1	0	0.058	0.118	0.180	0.246	0.318	0.399	0.493	0.607	0.750
K_2	0	0.088	0.178	0.273	0.391	0.493	0.630	0.799	1.040	1.333
K_3	0	0.114	0.234	0.362	0.515	0.673	0.880	1.160	1.580	2.291
K_4	0	0.144	0.294	0.460	0.652	0.885	1.210	1.700	2.580	4.900
K_5	0	0.176	0.364	0.578	0.839	1.192	1.732	2.750	5.670	∞

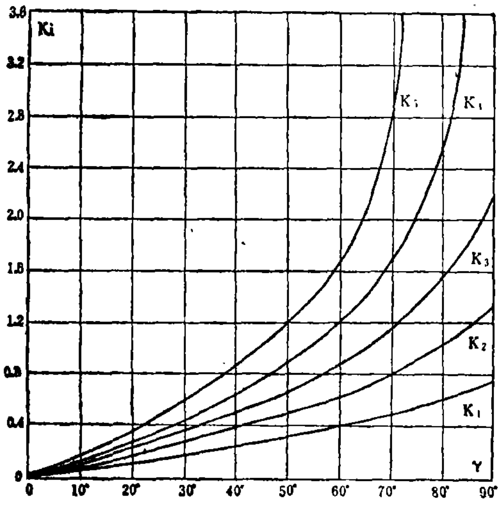

图 3

方法4 利用原点的异常值与全振幅之比

当x = 0时（1）式变为

$$Z_{x=0} = \frac{2b \cdot 2\sigma}{h}\cos\gamma \qquad (12)$$

上式除以（9）式得

$$\cos\gamma = \frac{Z_{x=0}}{\Delta Z_{max} - \Delta Z_{min}}$$

方法5

令 $\Delta Z = \Delta Z_{x=0}$ 化简得

$x^2\cos\gamma + xh \cdot \sin\gamma = 0$

由上式解得ΔZ曲线上其值等于$\Delta Z_{x=0}$两点间的距离为 $d_1 = h \cdot tg\gamma$ （13）

令（1）式等于零，则ΔZ曲线零值点

至原点的距离 $d_0 = h \cdot ctg\gamma$ （14）

由（13）、（14）式得

$$tg^2\gamma = \frac{d_1}{d_0}$$

一经求出γ角，即可由任一（$a_i - b_i$）的表达式求出h。如利用$a_5 - b_5$时，有

$$h = \frac{1}{2}\cos\gamma(a_5 - b_5)$$

由（13）与（14）式得

$$h^2 = d_0 \cdot d_1$$

在上述求γ角的前三种方法中，方法1对于γ＜±50°有较高精度；对γ＞±40°者方法2的精度较高，且能方便地求出大于90°的γ角；方法3则对各种夹角均能应用。方法1、3对大于90°的夹角未作计算。

为了近似地应用于有限延深的条件，提出以下寻找原点的经验作图法（图4）：

1.过ΔZ曲线极大极小值点作直线EF，交ΔZ曲线于点Q；

2.作ΔZ曲线右枝、左枝及极小值（绝对值大的一个）的切线A、B、C。切线A（若南翼梯度大则为切线B）与切线C交于点D；

3.过Q引切线C的垂线交切线C于点Q′；

4.在直线C上取一点D′，使Q′D′＝2DQ′；

5.过D′作切线B（若南翼梯度大，则为切线A）的平行线交EF于点K；

6.QK的中点O在横轴上的投影即为原点近似位置。

7.当点O的高度超过ΔZ的极大值时，则将原点取在极大值处，若点O低于点Q时，亦可用Q点作近似原点。

当确定了有限薄板原点和γ角后，采取一些适当的步骤可以近似地获得倾角、下端位置等参数。

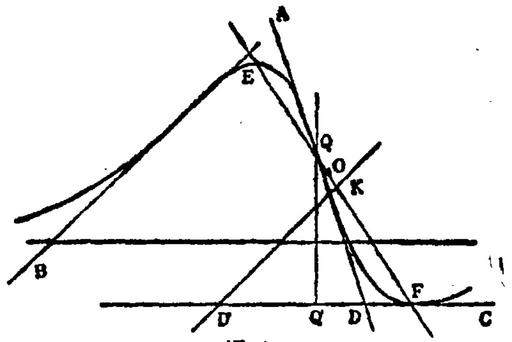

图4

上述解释方法是在首先确定极值位的置基础上建立的。极小值位置在γ角较大时，容易确定；γ角很小时，原点实际已很接近极大值，极小值离原点的距离则大得多。因之，尽管这时极小值不能确切地决定其位置，对原点位置也不会带来严重的影响。对有限延深的条件只作了初步探讨，还需进一步研究。