

度较小,但进一步对溶剂、还原剂作适当选择后,即可找出合适的方案。它在减轻劳动强度,减少土壤湿度影响诸方面优于现场法。

5.室内法在条件适当时,可引用到硫的原、次生晕测定中去,为应用 S^{2-} 阴离子找矿,提供简单的测定方法。

6.能抗农田化肥——硫酸盐的干扰。

7.方法受下列因素的干扰:①表土中氧化还原电位较高的地区;②干涸的河底及其

新鲜河泥覆盖区;③含 S^{2-} 阴离子化合物(包括有机物)的堆积处及有硫化物代谢的生物活动区。

本文述及的野外方法试验是笔者与本队一分队气测组全体同志共同完成的,余文虎同志担任主要测定工作。专用工具由本队机修车间加工并承担硫化氢测定器的试制工作,在此一并致谢。

岩(矿)石标本磁化强度矢量统计 和蒙特卡罗方法实验

中南矿冶学院 黄国祥 赵 起

在磁法勘探中,确定岩(矿)石磁化强度矢量,是一项极为重要的工作。由于观测条件的限制,在野外不可能直接测得磁化强度的各个分量,而是依靠在选定地点采集定向标本,在室内进行测量并作统计分析,求出磁化强度矢量。

室内测定岩(矿)石标本的仪器种类和方法很多。测定精度各不相同,通常测量误差在 $n \sim 30\%$ 之间。因为测量标本所得出的统计平均值是该子样中所有标本的平均数,所以从误差理论来说,测量误差的影响因取平均会有很大的降低。可是事实并非如此。在解磁法勘探正、反演问题时,经常发现合适的磁化强度与标本测定统计的磁化强度相差很大,有时竟达百分之百。其原因除子样的代表性、岩(矿)石磁性变化受地质构造影响等多种因素外,统计方法是值得讨论的一个重要问题。

经过概率分析,首先发现磁法勘探中应用球座标进行统计的传统方法违反了数学期望的运算规则,统计出的结果并非标本子样磁化强度矢量的数学期望。如果以直角座标为基础分轴进行统计,对求磁化强度矢量来说具有准确、简便的优点,因而作者建议

推广直角座标统计方法^[1]。为证明上述论点,在DJS—21机上进行了广义的蒙特卡罗法试验,得到了满意的结果。

一 两种统计方法

1.球座标统计方法 这是目前应用最广泛、流行时间最久的方法。如果用 \vec{J} 表示总的磁化强度, \vec{J}_i 表示感应磁化强度, J_r 表示剩余磁化强度,用带下脚标 x 、 y 、 z 的相应符号分别表示上述磁化强度在直角坐标系三个轴上相应的分量,并取 x 轴向东、 y 轴向北、 z 轴向下为正。用 φ_r 表示剩余磁化强度的方位角,顺时针为正; θ_r 表示剩余磁化强度的倾角,向下为正, κ 表示磁化率, H_x 、 H_y 、 H_z 表示地磁场分量。则有:

$$\left. \begin{aligned} J_x &= \kappa H_x + J_{rx} \\ J_y &= \kappa H_y + J_{ry} \\ J_z &= \kappa H_z + J_{rz} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} J_x &= \kappa H_x + J_r \cos \theta_r \sin \varphi_r \\ J_y &= \kappa H_y + J_r \cos \theta_r \cos \varphi_r \\ J_z &= \kappa H_z + J_r \sin \theta_r \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

按传统的球座标统计 J_x 、 J_y 、 J_z 时,先由下

式算出 J_r 、 φ_r 、 θ_r :

$$\left. \begin{aligned} J_r &= \sqrt{J_{rx}^2 + J_{ry}^2 + J_{rz}^2}, \\ \varphi_r &= \text{tg}^{-1} \frac{J_{rx}}{J_{ry}}, \\ \theta_r &= \text{tg}^{-1} \frac{J_{rz}}{\sqrt{J_{rx}^2 + J_{ry}^2}}. \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

然后分别对 κ 、 J_r 、 φ_r 、 θ_r 进行统计, 求出子样的平均值(或子样的几何平均值) $\bar{\kappa}$ 、

\tilde{J}_r 、 $\tilde{\varphi}_r$ 、 $\tilde{\theta}_r$, 再按下式算出 \tilde{J}_x 、 \tilde{J}_y 、 \tilde{J}_z , 即:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{J}_x &= \bar{\kappa} H_x + \tilde{J}_r \cos \tilde{\theta}_r \sin \tilde{\varphi}_r, \\ \tilde{J}_y &= \bar{\kappa} H_y + \tilde{J}_r \cos \tilde{\theta}_r \cos \tilde{\varphi}_r, \\ \tilde{J}_z &= \bar{\kappa} H_z + \tilde{J}_r \sin \tilde{\theta}_r. \end{aligned} \right\} \dots\dots(4)$$

这时 \tilde{J}_x 、 \tilde{J}_y 、 \tilde{J}_z 是 \vec{J} 的各个轴向分量的平均值。

2. 直角坐标统计方法 利用磁化强度在直角坐标轴上的三个分量进行分轴统计的方法叫直角坐标统计方法, 有以下的关系式:

$$\left. \begin{aligned} \bar{J}_x &= \bar{J}_{ix} + \bar{J}_{rx}, \\ \bar{J}_y &= \bar{J}_{iy} + \bar{J}_{ry}, \\ \bar{J}_z &= \bar{J}_{iz} + \bar{J}_{rz}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

式中字母上方加“—”表示算术平均值。如 \bar{J}_x 表示 J_x 的算术平均值等等。

由于直角坐标统计方法省去了球坐标统计方法求 J_r 、 φ_r 、 θ_r 的换算过程, 显然直角坐标统计方法有快速简便的优点。问题在于两种方法实际差别有多大? 哪种方法最准确?

二 实际差别, 实例

实际资料表明, 两种统计方法的统计结果存在差别, 表1列举了实际对比资料。由于资料来源不同, 存在一些缺项。

从表可以看出, 不同地区差别不一致, 湖北地区的两个资料相差小, 福建地区一个资料相差大, 实际资料中还有比福建地区差别更大的。根据我们的体会, 两种统计方法统计结果的差别大小由两项因素决定:

(1) $Q = J_r/J_i$ 的大小。当 Q 值大时, J_r 影响强, 两种统计方法统计结果可能差别明显。当 Q 值小时, J_i 起决定作用, 两种统计方法统计的结果相接近。

(2) φ_r 、 θ_r 的集中程度。一般在玫瑰图上 φ_r 、 θ_r 集中时, 两种统计方法统计结果相近; 否则, 相差较大。

三 两种方法哪种准确

评价哪种方法准确, 应当从计算磁场的角度来对比。哪种方法统计出的磁化强度算出的磁场与实际最符合, 哪种统计方法就最准确。按照这种想法我们利用蒙特卡罗方法进行了试验^[2], 试验方法的思路如图1。

表 1

地区和标本名称	统计方法	θ_r	φ_r	J_r 10 ⁻⁶ CGSM	J_x 10 ⁻⁶ CGSM	J_y 10 ⁻⁶ CGSM	J_z 10 ⁻⁶ CGSM
福建某地 40块铁矿	球坐标	45°	10°	48800	52880	5990	47200
	直角坐标	32°	2°	27830	36790	837	24180
湖北某地 206块闪长岩	球坐标	50°	353°	554			
	直角坐标	56°	359°	484			
湖北某地 74块闪长岩	球坐标	51°	343°	1477			
	直角坐标	56°	358°	1280			

说明: 直角坐标一栏中 θ_r 、 φ_r 、 J_r 是分轴统计出 J_x 、 J_y 、 J_z 后算出的。

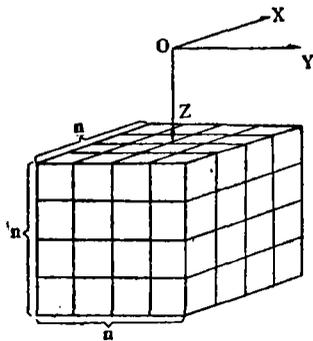


图1

由 n^3 个边长是1的小立方体组成一个边长为 n 的大立方体,如果每一小立方体的 J_x 、 J_y 、 J_z 都随机给出,可以得到 n^3 个小立方体相加的磁场值 Z_0 。 Z_0 可视为容量为 n^3 的一个母体的场值。如果从这个母体中进行抽样(设子样容量为 m)，用不同的方法对抽样结果进行统计,得出 J_x 、 J_y 、 J_z 的统计平均值,然后再计算边长为 n 的大立方体的磁场值 Z_i ($i=1, 2, \dots$ 表示用不同的统计平均值算得的垂向分量 Z 的编号)。最后通过对 Z_i 和 Z_0 来判别统计方法的优劣。

这种作法不同于求解多维积分和偏微分方程中常用的蒙特卡罗方法,但因为同样是用随机技巧求解确定性问题,所以我们也把

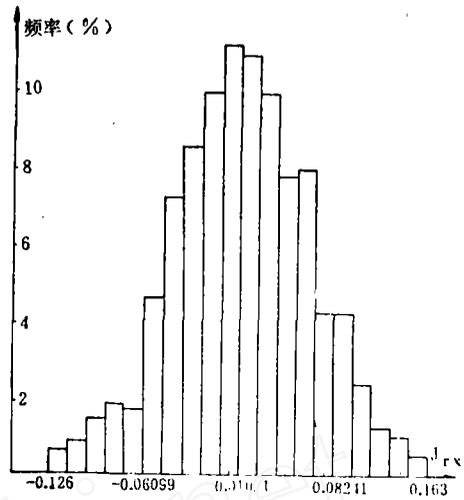


图3 I组 J_{rx} 正态分布图 ($\bar{J}_{rx} = 0.0207$)

它叫做蒙特卡罗方法。

1. κ 、 J_{rx} 、 J_{ry} 、 J_{rz} 的给出^[3,4] κ 、 J_{rx} 、 J_{ry} 、 J_{rz} 是由电子计算机上产生的随机数序列给出的。首先用“乘同余法”产生均匀分布随机数 R_i ,再由均匀分布的 R_i 经过求和,可以得到正态分布的伪随机数 G_i ,将 G_i 取指数函数运算可以得到对数正态分布的随机数 LG_i 。 κ 、 J_{rx} 、 J_{ry} 、 J_{rz} 由 G_i 和 LG_i 给出,分为I、II两组。

I组: κ 、 J_{rx} 、 J_{ry} 、 J_{rz} 均为正态分

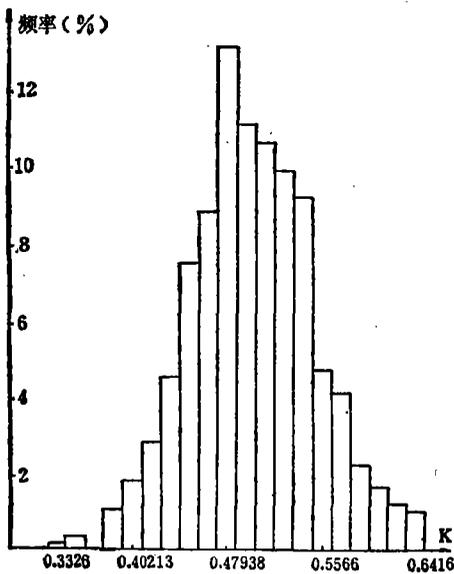


图2 I组 κ 正态分布图 ($\bar{\kappa} = 0.5$)

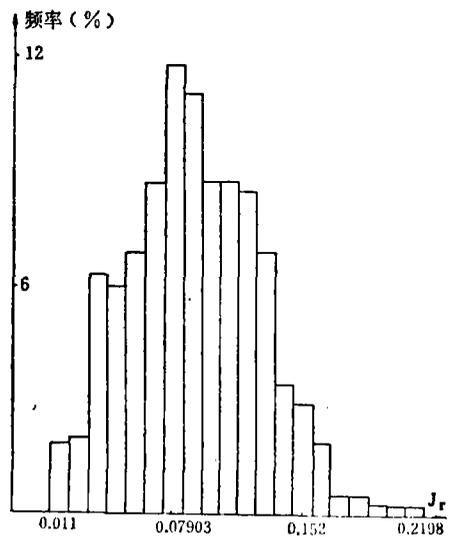


图4 I组 J_r 正态分布图 ($\bar{J}_r = 0.07903$)

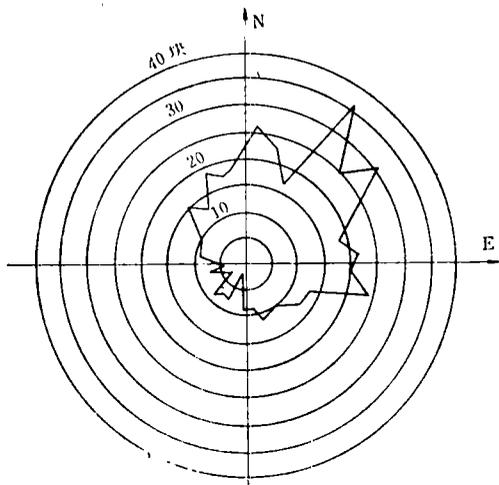


图5 I组 φ_r 玫瑰图($\varphi_r = 35^\circ$)

布,在图2~6中给出了 κ 、 J_{rx} 等的统计图表。由于 J_{ry} 、 J_{rz} 的特点与 J_{rx} 的相同,故未作统计图表。图4~6中的 J_r 、 φ_r 、 θ_r 是由 J_{rx} 、 J_{ry} 、 J_{rz} 算出来的。显然 κ 、 J_{rx} 等与标准正态分布是很近似的。

II组:直接给出对数正态分布的 κ 、 J_r 和正态分布的 φ_r 、 θ_r 。给出的 κ 、 J_r 、 φ_r 、 θ_r 统计图表见图7~10。由图可见 κ 、 J_r 与对数正态分布是很近似的。

2. 磁场计算

由于大、小立方体的形态和产状一致,仅是边长、位置不同,因此计算磁场时,均采用棱柱体磁场公式。

试验时,大立方体的中心坐标位于 $y = 0, x = 0, z = 50$ 处, x 方向点距为10。

3. 抽样和试验结果

大子样抽样的容量为 $m = n^3$,即相当于“母体”全部抽出。子样统计方式分二种:

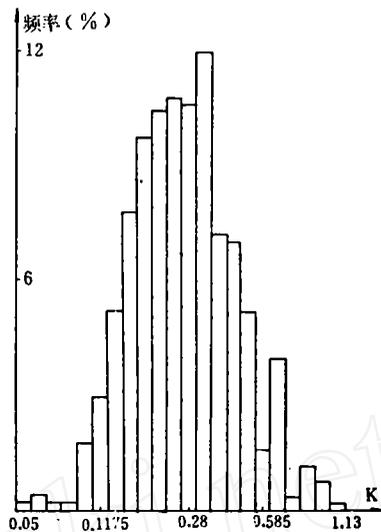


图7 II组 κ 对数正态分布图

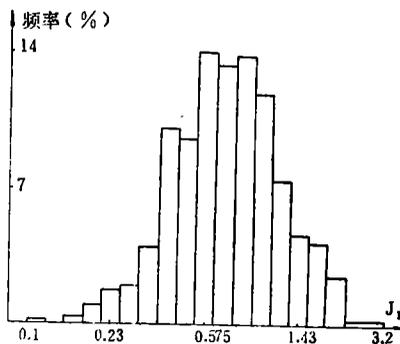


图8 II组 J_r 对数正态分布图

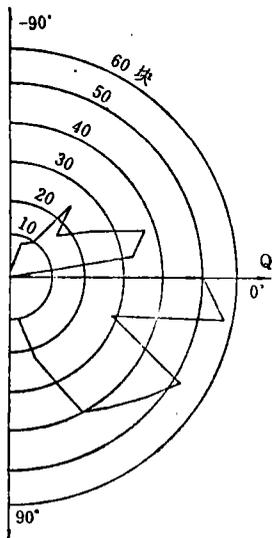


图6 I组 θ_r 玫瑰图($\theta_r = 15^\circ$)

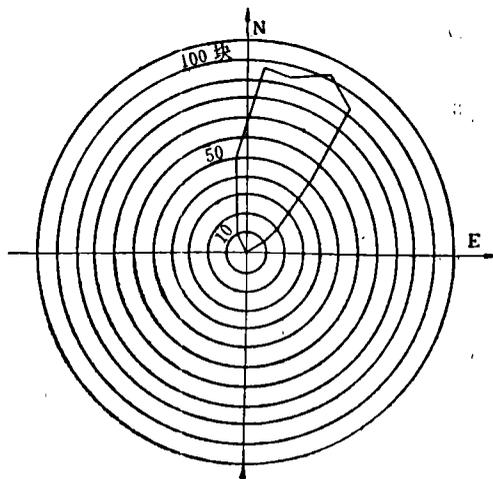


图9 II组 φ_r 玫瑰图($\varphi_r = 25^\circ$)

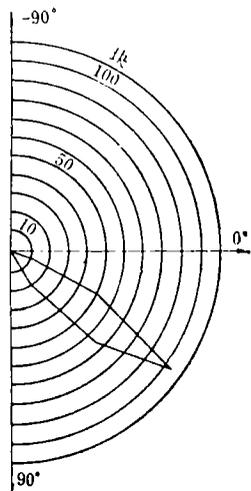


图10 II组 θ_r 玫瑰图
($\theta = 35^\circ$)

(1)由玫瑰图
众数求出 $\tilde{\varphi}_r, \tilde{\theta}$,
由算术平均值对
I组(II组)求
出 κ, \tilde{J}_r ,并按(4)
式算出 $\tilde{J}_x, \tilde{J}_y, \tilde{J}_z$,
再计算大立方体的
磁场值叫 Z_2 ;

(2)用直角
坐标统计方法统计
出 J_x, J_y, J_z ,再
用这些数作为大立
方体三个轴的磁化
强度算出的磁场值
叫 Z_1 。

图11是I组随
机数的大子样结果,图12是II组对数正态随
机数的结果。

由图11可见,曲线 Z_2 与 Z_0 相差很多,
而曲线 Z_1 与 Z_0 几乎重合。由图12可见,曲
线 Z_1 与 Z_0 是重合的, Z_2 与 Z_0 存在一定
差别。

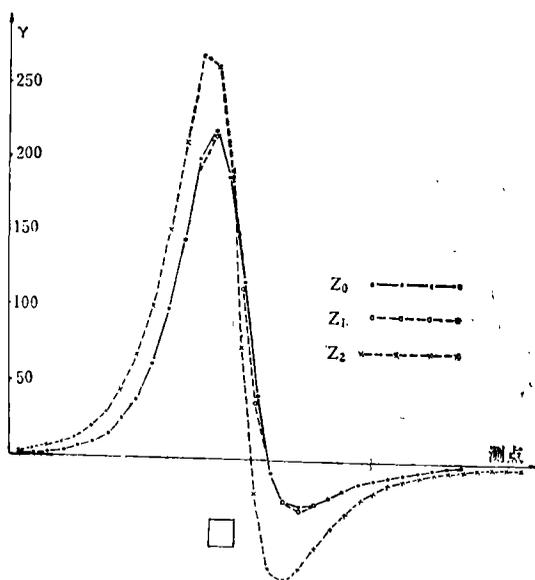


图11 正态随机数 $n = 8, y = 0$ 的对比曲线

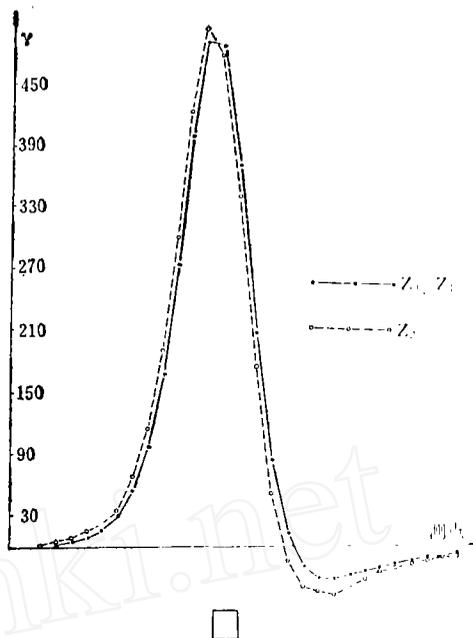


图12 对数正态随机数 $n = 8, y = 0$ 的
对比曲线

用

$$M_i = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l (Z_{0i} - Z_{1i})^2}{2l}}$$

计算均方误差,其中 l 为计算点数。

用 $\frac{M_i}{Z_{i\text{极大}}}$

计算相对均方误差。 $Z_{i\text{极大}}$ 表示 Z_i 的极大值,
例如 $Z_{1\text{极大}}$ 表示 Z_1 的极大值等等。表2列出
了均方误差和相对均方误差的数据。

表2

内容 组别	M_1	M_2	$\frac{M_1}{Z_{1\text{极大}}}$	$\frac{M_2}{Z_{2\text{极大}}}$
I	1.07γ	23.6γ	$\frac{5.2}{1000}$	$\frac{8.7}{100}$
II	0.26γ	11.1γ	$\frac{5.2}{10000}$	$\frac{2.6}{100}$

由图11、12及表2可以得出结论:正态
分布的和数正态分布的 κ, J_{rx}, J_{ry} 和
 J_{rz} ,其大子样结果直角坐标统计方法远优
于球坐标统计方法。以(5)式为基础的统

计方法所得场值的均方差要比以(4)式为基础的统计所得场值的均方差要小15倍以上。可以认为：由于 M_1 的误差很小，无论何种分布直角坐标方法统计出的母体磁场平均值都是最佳结果。

四 球坐标方法的理论缺陷与直角坐标方法的概率论依据

个别实例是不足作为最后论断的，从概率论的角度来考察，可能说明问题的实质。作者在文献^[1]中，从概率论的角度证明了两个事实：(i)指出了球坐标统计方法的理论缺陷。球坐标方法的主要问题在(4)式，该式是一未经证明而又广泛使用的式子。从概率论的观点看，由(2)式不能导出(4)式。(4)式违反了数学期望的运算规则，所计算出的 \tilde{J}_x 、 \tilde{J}_y 、 \tilde{J}_z 并非岩(矿)石标本子样的平均值或数学期望，因而球坐标统计方法是不对的。(ii)如果对(1)式两端求数学期望，则无论 κ 与 J_{rx} 、 J_{ry} 、 J_{rz} 之间是否相互独立，恒总会有如下的关系：

$$\left. \begin{aligned} E(J_x) &= E(\kappa)H_x + E(J_{rx}); \\ E(J_y) &= E(\kappa)H_y + E(J_{ry}); \\ E(J_z) &= E(\kappa)H_z + E(J_{rz}); \end{aligned} \right\} (6)$$

式中 E 表示数学期望的运算符号。一般数学期望即平均值，因此可以写出(5)式。而由(5)式我们便得到直角坐标统计方法。

从数学上来说，这种方法把球坐标方法中包括三个随机变量的正弦、余弦函数相乘的复杂函数关系变为二个随机变量线性相加的关系。避开了对随机变量相乘的复杂函数

求数学期望的过程，找出了一个简便而严格的求 J_x 、 J_y 、 J_z 数学期望的关系式，即(5)式。由于(5)式不论 J_x 、 J_y 、 J_z 是何种分布， J_i 与 J_r 各分量之间是否相互独立，均能成立。所以，它将有更普遍的意义。由大数定律可知，对大子样来说，算术平均值是母体数学期望的无偏估计。因而，不论统计量的分布如何，只要是大于子样，(5)式中各量的数学期望就可用来求算术平均值的方法来求出。对于小子样，问题将变得复杂，这次我们未作深入分析和讨论。

五 结束语

经过概率论的分析和蒙特卡罗方法实践的对比，得出以下结论：

1. 为统计 J_x 、 J_y 、 J_z 现在所用的、以(4)式为基础的球坐标方法是不合理的，应当停止使用。

2. 以(5)式为基础的直角坐标统计方法，其统计结果，无论 κ 、 J_{rx} 、 J_{ry} 、 J_{rz} 是何种分布，均为母体磁参数的最佳估计值。由于直角坐标统计方法有简便、准确、严格的优点，应当广泛使用。

参 考 文 献

- [1] 黄国祥，现行岩(矿)石标本磁化强度矢量整理方法的概率论评析，《中南矿冶学院学报》，1978，2期。
- [2] 张建中，蒙特卡罗方法，《数学实践与认识》，1974，1期。
- [3] 北京工业大学计算站等编，《电子计算机通用算法》，科学出版社，1976，523~527。
- [4] Jack Moshman，随机数的产生，《数字计算机上用的数学方法》第二卷，上海人民出版社，1976。

1978年 七、八 期 勘 误

期	页	栏	行	误	正	期	页	栏	行	误	正
7	37	右	13	虚 顶	脱 顶	8	29	表 1	CO ₂ 栏	0.2	0.29
	39	右	倒 1	条 矿 脉	每 条 矿 脉		30	表 3	CaO 栏	6.09	16.09
	49	左	10	例 数	倒 数		31	"	CO ₂ 栏	3.82	8.82
	51	右	10	信 数	倍 数		31	"		F($\times 10^{-2}$)	F($\times 10^{-4}$)
	52		表 6 注	置 着 度	显 著 度		31	"	F($\times 10^{-2}$)	80	1080
	54	右	21	系 数 项	一 次 项 系 数		31	表 4	A1 栏	-30	-80
55	左	1	离 散	散 在	33	左	倒 10	圈 出 37 个	圈 出 了 7 个		
55	右	1	矿 量 偏 低	矿 量 品 位 偏 低	33	表 6	注	微 量 元 素 为 ppm	微 量 元 素 Au 为 ppb, 其 余 为 ppm		
55	右	2	离 散	散 在	60	左	倒 5	每 百 米 < 0.30 米 者	< 0.30 米 者		