

物探数据处理中线性滤波的 基本矛盾和作用

冶金工业部地球物理探矿公司 王继伦

一 线性滤波的基本矛盾与最佳线性滤波的基本原理

用线性滤波的方法提高某些实际观测结果的“信噪比”，在物探数据处理以及解释推断过程中经常是必须的。因为相对于我们要研究的信号而言，总有这种或那种干扰存在，观测上的误差也是不可避免的，数据处理的许多运算过程也多是近似的，不是严格精确的，这样又产生了运算上的误差。可见，地球物理观测资料中包含着有用信号和误差（或干扰）两种成份。这两种成份实际是对立统一体。

所以，在物探数据处理和解释推断中，经常需要用滤波的方法来压制这些误差（或干扰）。而线性滤波方法（它在空间域是用一组滤波权系数同观测数据作褶积，在波数域中则是用一滤波函数同观测数据的波谱作乘积），对于信号和误差的波谱互相叠加即在分布上彼此重叠的情况下（在地球物理观测资料中，经常是属于这种情况），为了压制误差（或干扰）而不使信号失真通常是不可能的。压制干扰——这是我们所希望的，信号失真——这是我们不希望的，而线性滤波对干扰不可能完全滤掉，对信号的失真又是完全不能避免的。这样看来，线性滤波的结果是有所得——压制了干扰，和有所失——造成了信号的失真，也是两个矛盾方面的对立的统一。

根据上面的分析，线性滤波既有所得又有所失，那它的作用究竟何在呢？其作用应在于“得大于失”，也就是说滤波的结果应使“信噪比”提高。

最佳线性滤波的基本理论^[1]就是以上述矛盾的分析为根据，在尽可能普遍的前提下，研究和解决通过怎样的线性滤波才能使矛盾向着“将干扰或误差压低到一定比例，使信号失真为最小”或“允许信号有一定程度失真时，将干扰或误差压缩为最小”的方向转化，以利于我们对地球物理观测资料的分析和解释。

首先，应合理地选择衡量误差和信号失真大小的标准。考虑到理论上分析的方便和实践上应用的普遍性，我们选取误差或信号失真的平方和作为衡量误差和信号失真大小的标准，这和实践上经常使用的均方差的概念是相同的。

其次，所谓在“尽可能普遍的前提下”是指对信号和干扰（或误差）所加的限制条件应尽可能的少，且易满足（或近似地满足）。具体说来，观测值 $f_i(x, y)$ 应是信号 $s_i(x, y)$ 和干扰 $n_i(x, y)$ 的线性叠加，即 $f_i(x, y) = s_i(x, y) + n_i(x, y)$ 。如果 $s_i(x, y)$ 和 $n_i(x, y)$ 都不是随机函数，则 $s_i(x, y)$ 和 $n_i(x, y)$ 应满足狄里希莱条件，并且在 x 及 y 为无限的域中都是平方可积的函数。如果误差（或干扰） $n_i(x, y)$ 是随机函数，则应是数学期望为0，各态历经和广义平稳的随机函数。

通过最佳线性滤波后，“信号失真为最小”在数学上可表达成下式：

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} \iint_{-\infty}^{+\infty} [1 - L(f, k)]^2 |S_i(f, k)|^2 df dk = \text{极小}, \quad (1)$$

上式中 $S_i(f, k)$ 为信号 $s_i(x, y)$ 的富氏复数波谱, f, k 为分别对应于 x, y 的波数, $L(f, k)$ 代表最佳线性滤波的波数响应。

通过最佳线性滤波后, “将干扰或误差压低到一定比例”, 这在数学上可表达为,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L^2(f, k) |N_i(f, k)|^2 df dk = r \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |N_i(f, k)|^2 df dk, 0 < r < 1 \quad (2)$$

$$\text{或} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L^2(f, k) B_{n_i}(f, k) df dk = r \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B_{n_i}(f, k) df dk, 0 < r < 1 \quad (2)'$$

上式中 $N_i(f, k)$ 为非随机的干扰或误差 $n_i(x, y)$ 的富氏复数波谱, $B_{n_i}(f, k)$ 为随机干扰或误差 $n_i(x, y)$ 的“功率谱”的数学期望, r 为干扰或误差的压缩比。

根据变分法, 由(1)及(2)式, 可求得适用于非随机干扰的最佳线性滤波函数

$$L(f, k) = |S_i(f, k)|^2 / [|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r) |N_i(f, k)|^2] \quad (3)$$

上式中参变量 $\lambda(r) > 0$, 它的数值由下式决定,

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |N_i(f, k)|^2 \frac{|S_i(f, k)|^4}{[|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r) |N_i(f, k)|^2]^2} df dk \\ & = r \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |N_i(f, k)|^2 df dk \end{aligned} \quad (4)$$

利用变分法, 由(1)及(2)'式, 可求得适用于随机干扰的最佳线性滤波函数

$$L(f, k) = |S_i(f, k)|^2 / [|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r) B_{n_i}(f, k)] \quad (3)'$$

上式中参变量 $\lambda(r) > 0$, 它由下式决定:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B_{n_i}(f, k) \frac{|S_i(f, k)|^4}{[|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r) B_{n_i}(f, k)]^2} df dk \\ & = r \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B_{n_i}(f, k) df dk \end{aligned} \quad (4)'$$

公式(3)及(3)'给出了“将干扰或误差压低到一定比例, 而使信号失真为最小”的这类最佳线性滤波的传输函数(或波数响应), 我们称之为第一类最佳线性滤波函数。

“允许信号有一定程度失真时, 将干扰或误差压缩为最小”的第二类最佳线性滤波函数, 可由下述公式,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - L(f, k)]^2 |S_i(f, k)|^2 df dk = r' \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |S_i(f, k)|^2 df dk, 0 < r' < 1 \quad (5)$$

$$\text{及} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L^2(f, k) |N_i(f, k)|^2 df dk = \text{极小} \quad (6)$$

$$\text{或} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L^2(f, k) B_{n_i}(f, k) df dk = \text{极小} \quad (6)'$$

用变分法求出。(5)式中的 r' 为信号失真率。

略去数学上的推导过程,直接给出第二类最佳线性滤波函数的表达式:

$$L(f, k) = |S_i(f, k)|^2 / [|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r') |N_i(f, k)|^2] \quad (7)$$

$$\text{或 } L(f, k) = |S_i(f, k)|^2 / [|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r') B_{N_i}(f, k)], \quad (7)'$$

式中 $\lambda(r') > 0$ 。

(7)及(7)'式同(3)及(3)'式完全一样,所不同的是(7)及(7)'式中的参变量 $\lambda(r')$ 由(5)式来决定,即由

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda^2(r') |N_i(f, k)|^4 |S_i(f, k)|^2}{[|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r') |N_i(f, k)|^2]^2} df dk = r' \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |S_i(f, k)|^2 df dk$$

$$\text{或 } \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda^2(r') B_{N_i}^2(f, k) |S_i(f, k)|^2}{[|S_i(f, k)|^2 + \lambda(r') B_{N_i}(f, k)]^2} df dk = r' \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |S_i(f, k)|^2 df dk$$

来决定 $\lambda(r')$ 的数值。

如果需要线性滤波的,是观测值 $f_i(x, y)$ 已经经过或需要经过一个已知的“广义的线性滤波运算”(例如重磁场的向下延拓和二次导数计算等的结果 $f_i^{\Phi}(x, y)$),设此已知的

“广义的线性滤波运算”的波数响应为 $\Phi(f, k)$ 或 $j\Phi(f, k)$, ($j = \sqrt{-1}$),并且对 f, k 而言, $\Phi(f, k)$ 是一实函数(重磁场的向下延拓和二次导数的计算等都满足这一条件),那么对 $f_i^{\Phi}(x, y)$ 而言,它的第一类和第二类最佳线性滤波函数表达式和对 $f_i(x, y)$ 而言的第一类和第二类最佳线性滤波函数的表达式(3)及(3)'或(7)及(7)'完全相同,只是决定表达式的参变量 $\lambda(r)$ 及 $\lambda(r')$ 时,应将(2)及(2)'式中的 $|N_i(f, k)|^2$ 代之以 $\Phi^2(f, k) \times |N_i(f, k)|^2$,和 $B_{N_i}(f, k)$ 代之以 $\Phi^2(f, k) \times B_{N_i}(f, k)$;将(5)式中的 $|S_i(f, k)|^2$ 代之以 $\Phi^2(f, k) \times |S_i(f, k)|^2$,而(2), (2)'及(5)式中的 $L(f, k)$ 仍如(3)或(3)'及(7)或(7)'式所示,没有改变。(这个问题的数学证明,详见参考资料^[1])。

总之,从上面简要的分析和介绍可见,不论是对于直接的观测值 $f_i(x, y)$ 还是 $f_i(x, y)$ 经过一已知的“广义线性滤波”运算后的结果 $f_i^{\Phi}(x, y)$,也不论是第一类最佳线性滤波函数还是第二类最佳线性滤波函数,它们的表达式是相同的,即:

$$L(f, k) = |S_i(f, k)|^2 / [|S_i(f, k)|^2 + \lambda |N_i(f, k)|^2], \quad (8)$$

$$\text{或 } L(f, k) = |S_i(f, k)|^2 / [|S_i(f, k)|^2 + \lambda B_{N_i}(f, k)]. \quad (8)'$$

分析上述公式可知,最佳线性滤波决定于信号和干扰(或误差)的基本特性 $|S_i(f, k)|^2$ 及 $|N_i(f, k)|^2$ 或 $B_{N_i}(f, k)$ 和二者的相互关系。因此,不顾及不同情况下,信号和干扰的基本特性不同,或只考虑信号与干扰中的一个方面的特性,或者只是分开考虑而不是在这两个对立面的互相联结中考虑它们的基本特性,是不可能解决和阐明最佳线性滤波的基本理论问题的。

基于对线性滤波的基本矛盾和作用的分析,可见既然线性滤波的基本作用在于提高数据的“信噪比”,一般它既不可能全部滤掉数据中的干扰成分,又不可避免地使信号发生一定程度(经常是不可忽视)的失真,这里自然就要提出一个问题,这就是经过线性滤波(包括最佳线性滤波在内)处理后的物探数据应如何解释,特别是定量解释。

一般而言,如仍把线性滤波后的数据无条件地当成无失真的信号去做定量解释是不行的。解决这个问题的基本原则和方法,我们将在本文的结语中给出具体的建议。

二 对物探数据处理中几种常见的线性滤波方法的分析评价

作为上述线性滤波基本矛盾的分析和解决这一矛盾的最佳线性滤波基本原理的一种具体应用,我们将在下面分析评价几种在物探数据处理中常见的线性滤波方法。

1. 威纳滤波⁽²⁾

在通信的统计理论中,对威纳滤波已有详尽的论述。据报导。近年来威纳滤波在地震勘探中已有应用,英国Hunting公司和加拿大巴林杰公司等也已将威纳滤波用于磁法的数据处理。

威纳滤波也是一种以最小二乘为衡量标准的线性滤波。决定威纳滤波函数的数学条件是经过威纳滤波后实际得到的结果(实际输出)与期望得到的结果(期望输出)之差的平方和为最小。当以有用信号 $s(x, y)$ 为期望输出,干扰 $n(x, y)$ 是随机的,且与 $s(x, y)$ 是不相关的[$n(x, y)$ 与 $s(x, y)$ 间的互相关函数为零],在这种条件下,威纳滤波的波数响应可由下式表示:

$$L_w(f, k) = |S(f, k)|^2 / [|S(f, k)|^2 + B_n(f, k)],$$

式中 $S(f, k)$ 为 $s(x, y)$ 的富氏波谱, $B_n(f, k)$ 是 $n(x, y)$ 的“功率谱”的数学期望。

将上式中的 $L_w(f, k)$ 与(8)'式中的 $L(f, k)$ 相比较,显而易见威纳滤波实际上是上述最佳线性滤波的一个特殊情况——最佳线性滤波的波数响应公式中参变量 λ 等于1的情况。换句话说,威纳滤波可看成是当干扰压缩比 r 或信号失真率 r' 取某一特定数值时的最佳线性滤波,而这个特定数值不是根据信号和干扰的大小及其统计特性,依照实际上的不同要求来灵活选定的。这种限制就使得威纳滤波难于适用不同的情况和要求了。而最佳线性滤波则可针对不同的情况和要求,灵活地选取不同的 λ 值,以取得较好的应用效果。

例如,在向下延拓运算中如进行威纳滤波,则不论延拓深度如何,它都是固定不变的。但是随着延拓深度的增大,干扰的高频成份迅速增大,从而经威纳滤波所能达到的干扰压缩比 r 随之迅速减小。显然,固定不变的威纳滤波无法适应不同延拓深度的滤波要求。反之,可选择不同 λ 值的最佳线性滤波的适用性则要灵活得多和广泛得多。

2. B.H. 斯特拉霍夫滤波⁽⁴⁾和P.S. 乃都的研究成果⁽⁸⁾

斯特拉霍夫曾对信号是重磁位场和干扰为各态历经、广义平稳和数学期望为零的随机过程的第一类和第二类最佳线性滤波问题作过详细的研究。

他经过大量的数学推导和论证,最后在得出各类重磁位场的能谱 $|S_i(f)|^2$ (对一维的情况而言)可一级近似地用 $k \cdot e^{-4\pi|f|(H-\epsilon)}$ 来代替的条件下,给出了下列方程:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-4\pi|f|(H-\epsilon)} \left(1 - \sum_{-N}^N C_k e^{-jk\Delta x 2\pi f} \right)^2 df = \text{极小} \quad (9)$$

$$D_{\sigma}(x) = \left(\sum_{-N}^N C_k^2 \right) \cdot D_s(x) = r \cdot D_s(x), \quad 0 < r < 1 \quad (10)$$

来求解第一类最佳线性滤波的权系数 C_k 。式中 f 为 x 方向的波数, H 为重磁场源最浅畸点的埋藏深度, ϵ 为任一小正数, $j = \sqrt{-1}$, $D_s(x)$ 是滤波前干扰为“白噪声”时的方差, $D_{\sigma}(x)$ 为滤波后干扰的方差, r 为干扰的压缩比。

实质上, (9)式及(10)式分别为在上述近似与假设条件下,最佳线性滤波基本公式(1)及(2)'在一维情况下的具体化。

不过斯特拉霍夫并未进一步研究导出最佳线性滤波的权函数或波数响应的理论公式。

他的研究工作停止于利用(9)式和(10)式,用颇为复杂的迭代法去求解一组 C_k 值。这样只能得出一组组权系数 C_k 的具体数值,而难于了介它们同信号和干扰间的内在联系,甚至各组 C_k 值之间以及一组 C_k 值内部的基本规律也难于分析比较。

例如,对于如何确定权系数的个数(或 N 值)和取样间隔 Δx , $P.S.$ 乃都曾作了 不少的研究和计算工作^[3]。但所得到的结论仍值得推敲。

第一个问题是,离散化的数字线性滤波是连续函数线性滤波理论的一个近似的应用。所以总是 Δx 越小, N 越大才越近似于理论上的正确结果,特别是已经有了先进的 电子 计算技术,大量数据的运算已不再受人工手算的限制,充分利用观测资料所提供的信息就成为十分重要和必要的了。

第二个问题是,有限的不同的 C_k 系数组之间虽然可进行比较,但无法给出理论值作为比较的标准。例如, $P.S.$ 乃都根据不同的 N 、 Δx 、 r 值计算出相应的波谱曲线进行分析,但却无法计算出对于确定 r 值的波谱的理论曲线用作分析的依据。

此外, $B.H.$ 斯特拉霍夫简单地用 $K \cdot e^{-4\pi|f|(\alpha-\varepsilon)}$ 来近似代替重磁场的能谱 $|S_i(f)|$ 未免失之过粗。根据联结重磁场的泊松方程可知,如果 $K \cdot e^{-2\pi|f|(\alpha-\varepsilon)}$ 可一级近似地代替重力场的能谱,那么与其同源的垂直磁场的能谱应用 $K' \cdot \omega^2 \cdot e^{-2\pi|f|(\alpha-\varepsilon)}$ 来一级近似。或者说,前者表示质量线的能谱,后者表示垂直偶级线的能谱。

那么,斯特拉霍夫滤波的波谱理论公式应如何表达呢?这只要以 $e^{-4\pi|f|(\alpha-\varepsilon)}$ 代替最佳线性滤波的基本公式(3)'中的 $|S_i(f, k)|^2$,而式中的 $B_{ni}(f, k)$ 用“白噪声”的“功率谱”的数学期望 B (常数)来代替即可。

这样,在一维的情况下,用于“白噪声”的斯特拉霍夫滤波的波谱理论公式可写成:

$$L(f) = e^{-4\pi|f|(\alpha-\varepsilon)} / [e^{-4\pi|f|(\alpha-\varepsilon)} + \lambda(r)B], \quad (11)$$

式中 $\lambda(r)$ 由下式决定:

$$\int_0^{f_m} L^2(f) df = r \int_0^{f_m} df = r \cdot f_{n1} \quad (12)$$

式中 f_m 为截止波数, $L(f)$ 如(11)式所示。

这里顺便指出理论公式(11)的一个具体应用。参考资料[3]中在讨论斯特拉霍夫滤波系数 C_k 的性质时说:“从经验与直观来说,很容易承认一组较好的圆滑系数应满足 $\sum_k C_k \approx 1$ 的条件”。但公式(11)却告诉我们, $\sum_k C_k = L(0) = 1 / [1 + \lambda B] < 1$,即 $\sum_k C_k$ 必须小于1,而是否接近于1,则要看 λB 的大小来决定。

根据公式(11)和(12)来计算系数 C_k ,可用(12)式,由给定的 r 用数值解法不难求出(11)式中的 λ 值,然后由(11)式,用快速富氏变换可方便地求得需要的 C_k 值。这种算法显然比斯特拉霍夫的算法简便得多。

3. 汉宁滤波^[6]

在空间域中有一种常用的平滑数据的简单低通滤波方法——三点线性平滑法,它的计算公式为: $f'(n\Delta x) = \frac{1}{2}f(n\Delta x) + \frac{1}{4}[f(n\Delta x - \Delta x) + f(n\Delta x + \Delta x)]$, 式中 $f(n\Delta x)$ 为 $n\Delta x$ 点处实际观测的函数值, $f'(n\Delta x)$ 为平滑滤波后的函数值。由富氏级数的基本理论可知,这种低通线性滤波方法的波数响应 $L_h(f) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \pi \frac{f}{f_c}$, 式中 f 为波数, f_c 为函数 $f(n\Delta x)$ 的截止波数,大于此截止波数,函数 $f(n\Delta y)$ 的波数响应为零。不难看出此 $L_h(f)$ 就是通常的汉宁滤波窗口。

要使汉宁滤波窗口具有最佳线性滤波的效果, 则必须有 $L_h(f) = L(f)$, 即

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \pi \frac{f}{f_c} = 1 / \left(1 + \lambda \left| \frac{N_i(f)}{S_i(f)} \right|^2 \right), \text{ 由此等式可解出: } \left| \frac{N_i(f)}{S_i(f)} \right|^2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \pi \frac{f}{f_c} \right) / \lambda \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \pi \frac{f}{f_c} \right).$$

这个公式给出了汉宁滤波转化为最佳滤波的充分而必要的条件。

因此, 在参考资料^[8]中, 用“试凑法”根据少量试算结果推荐的汉宁等人的滤波窗口, 是缺乏科学分析和推广应用的必要前提的。

4. B. D. 富勒^[7]和B. K. 布哈达卡亚^[8]滤波法

由于线性滤波在地球物理的数据处理中常常要用到它, 所以研究和设计线性滤波方法的人也很多, 除上面分析的具有各自特点或数学前提的方法外, 没有一类线性滤波方法主要是凭借直观和经验来确定的。在这方面有一定代表性的可举出下面两个例子。

第一个例子是B. K. 布哈达卡亚^[8]在谈到设计计算高精度航磁 ΔT 数据的垂向一次和二次导数的算子时, 发现这些算子的波数响应的高频部分应大大小于各自的理论值方能防止因误差被放大而产生假异常, 也就是要加个低通滤波。他依据所作的试算结果, 给出的这个低通滤波的波数响应为以尼奎氏波数的0.66处为界(他称为截断波数), 小于该波数, 其响应为1, 大于该波数直到尼奎氏波数, 要“选择尽可能迅速(?)下降的响应”。但是, 我们无法知道决定“截断波数”的根据和条件, 以及选择尽可能迅速下降的响应的标准与方法。

第二个例子是B. D. 富勒在“二维频率分析和网格算子的设计”一文中设计的低通滤波算子。它的波数响应的特征和第一个例子中的相类似。也是低频部分近于1, 大致从尼奎氏频率的0.6附近, 以他所设计的方式迅速下降。接近于矩形波滤波窗, 所不同的是它的响应是连续变化的。

这类滤波方法, 不管信号与干扰的频谱分布的相互关系如何, 把占整个波谱近40%(对二维来说则是近64%)的高频部分基本上作为干扰滤掉, 将占整个波谱近60%(对二维来说是近36%)的低频部分基本作为信号予以保留。虽然可以找出某些计算结果来说明这类低通滤波的效果, 但是却不能从理论上或在广泛实践范围中证明它的合理性, 更谈不上得到最佳线性滤波的效果了。

5. T. A. 爱尔金斯等人在计算垂向二次导数的公式中引入的线性滤波

根据位场数据来计算它的垂向二次导数, 从理论上讲, 在波数域中是很容易实现的。

设 u 为位场调合函数, 由拉普拉斯方程得知: $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$, 故 $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = -\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ 。

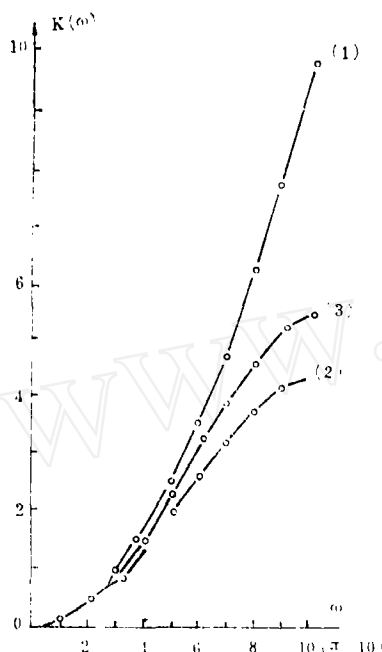
令 u 的波谱为 U , 从富氏变换理论可知, $\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ 算子的波谱为 $-\omega^2$, 故 $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ 的波谱 $U_{zz} = -U_{xx} = \omega^2 U$ 。若是在空间域中, 这种运算就复杂和困难得多。由褶积定理可知, 在波数域中 ω^2 与 U 的乘积相当于在空间域中 ω^2 的原函数(即 ω^2 的富氏反变换)与 u 的褶积。 ω^2 的原函数为 $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 e^{-i\omega x} d\omega = \delta''(x)$, $\delta''(x)$ 为二阶 δ 函数^[9]。虽然在空间域中有 $\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)$

$\delta''(x-t) dt$, 由于 $\delta''(x)$ 为一广义函数, 这种褶积运算在实际上无法直接实现。

爱尔金斯及罗森巴赫等人用不同的数学方法导出了在空间域中计算位场垂向二次导数的近似公式。利用这些近似公式便可以计算出若干组不同的权系数, 用来与实测位场进行褶积

求和。较早的时候,不少研究者都利用各种公式(包括不同的 S 值)对一定的理论模型(例如球体)的计算与理论值的偏差(可称之为信号失真),及用误差传递公式来推算运算过程对偶然误差的放大程度来评价各种公式的优缺点。这显然既不严密也不确切。近来有人^[10]利用各种公式(包括不同的 S 值)的波谱来比较分析它们的特点,

例如,下图取自参考资料^[10],其中曲线(1)为 $-\frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 算子的理论波谱 ω^2 ,曲线(2)



为爱尔金斯公式($S=0.5$)的波谱,曲线(3)为罗森巴赫公式($S=1.0$)的波谱。曲线(2)及(3)与曲线(1)比较在高频处有明显分歧。这种分歧反映了各种计算公式的近似程度。实际上可看作是各种计算公式中隐含着一个各自不同的低通线性滤波器。它的波谱 $L_d(\omega)$ 由下式决定, $\omega^2 L_d(\omega) = K(\omega)$, $K(\omega)$ 为各种二次导数计算公式所对应的波谱。由此可见,爱尔金斯、罗森巴赫等人的各种公式(包括不同的 S 值)的区别,与其说是计算二次导数方法的不同,根据线性滤波的观点,不如说是在计算二次导数时,加了不同的低通滤波更能反映问题的实质所在。

既然各种公式代表了不同的线性滤波方法,那么逻辑上也就自然地要从最佳线性滤波的基本概念和理论来对它们进行分析评价了。

对于计算垂向二次导数最好的方案和办法这个问题,在我们有了最佳线性滤波的理论之后,根据上述分析,答案是在波数域中在作 ω^2 乘积运

算时,应施以最佳线性滤波,即最好的方案是用 $\omega^2 \times L(\omega)$ 对 $U(\omega)$ 作乘积运算,或者求出 $\omega^2 \times L(\omega)$ 的权系数对 $u(x)$ 作褶积求和。

计算垂向二次导数时,与其在空间域中在选择计算公式及 S 值上下功夫,不如具体研究在波数域中如何实现或近似实现最佳线性滤波这个关键问题。

三 结 语

由上述可见:

1.物探数据经常是有用信号和干扰或误差的对立统一体。物探数据处理中的线性滤波的基本作用在于提高被处理数据的“信噪比”。线性滤波的基本矛盾是在压制干扰或误差的同时,必然使用信号有所失真。

为了在一定条件下将这一基本矛盾统一起来,必然导至各种最佳线性滤波方法的研究。本文所介绍的最佳线性滤波,只是在理论上给出了一个解决这一基本矛盾的有效方法。

根据对线性滤波基本矛盾和作用的认识,和解决这一矛盾的最佳线性滤波方法,就不难对各种线性滤波方法给出全面的分析评价了。

2.斯特拉霍夫最早研究了在位场的观测结果中,如何才能将干扰压低到一定程度而保持信号失真为最小这类最佳线性滤波问题。

但他的结果限于位场及随机干扰,并对 $|S_i(f, k)|$ 作了最简单地近似。虽然可用较繁的数值介法求出 C_L 值,但没有给出系数 C_L 的解析的理论公式。

威纳滤波是发展很早也研究得深入的一种著名的线性滤波方法。可把它看作是在随机干

扰的条件下最佳线性滤波的一个特例。从这个意义上讲,最佳线性滤波扩展了威纳滤波的应用范围。

其它线性滤波方法,只要它的波数响应 $L'(f, k) \geq 0$,都可能在一定条件下转化为最佳线性滤波,这个条件可由 $L'(f, k) = L(f, k)$ 给出。

但一般而言,这些方法都没有从如实现最佳线性滤波这个基本概念出发来解决问题。尤其是单凭有限的计算实例,用“试凑法”而不结合理论上的科学分析,更不足以证明这些方法的普遍效果。

3.将争论和研究多年的计算位场垂向二次导数方法的问题,归结为具体研究最佳线性滤波的问题,看来是十分必要而合理的。

4.既然计算垂向二次导数必须包括施以低通线性滤波,而线性滤波有两重性,它不仅压制了干扰或误差,而且对有用信号也不可避免地造成某种程度的失真。因此,由计算得出的结果,严格说来并不是位场的二次导数,只是位场二次导数经线性滤波后具一定失真的近似值而已。如以重力垂向二次导数为例,计算结果不是 g_{zz} ,而是 g_{zz} 的近似值 g'_{zz} 了。建议称 g'_{zz} 为似重力垂向二次导数,或简称为似二次导数。

指出上述区别具有重要的实际意义,它将导致这样一个重要结论,即在经过线性滤波计算结果的解释上,特别是在定量解释上,不能无条件地应用解译 g_{zz} 的方法来直接解释 g'_{zz} 。应将施以同样线性滤波后的理论的 g'_{zz} 与实际计算得到的具有一定干扰或误差的 g'_{zz} 相比较来作定量解释才是客观的、可靠的解释方法。

为了有效地提高“信噪比”,减少解释的误差与多解性,当然应力求使计算中必需的线性滤波为最佳的或接近最佳的。

这一问题不只限于上述的位场二次导数的近似计算,对于其它,如向下延拓等近似计算结果,都是同样存在和必须注意的。

广而言之,凡是经过线性滤波(包括最佳线性滤波)的地球物理资料,在作定量解释时,都需注意研究解决这个重要问题。

忽视这一重要问题的实例并非罕见,例如在P.S.乃都的“线性滤波在航磁解释中的应用实例”一文以及在“磁法寻找夕卡岩型磁铁矿经验汇编”这个资料中都可找到。

既然最佳线性滤波的目的在于有效地提高地球物理数据的“信噪比”,那么对于最优化选择法这类定量解释方法,当实测数据的“信噪比”较大时,直接用实测数据来计算通常可以得到满意的结果,但是当实测数据的“信噪比”较小时,如低缓异常上有较大的误差或浅部干扰场叠加时,直接用作定量计算,例如在参考资料^[8]中介绍的最优化选择法,会使解释的误差或多解性大大增加。此时,对实测数据及理论模型数据施以相同的最佳线性滤波后再作最优化选择就是十分必要的了。

参 考 资 料

- [1]王继伦,二维最佳线性数字滤波器的设计原理,地球物理学报,20,2,157~168,1977。
- [2]D.C.Chanpeney, Fourier Transforms and their physical Applications ACADEMIC PRESS INC.(LONDON) LTD.1973
- [3]“重磁资料数据处理问题”地质出版社,1977
- [4]B.H.斯特拉霍夫,位场观测数据的圆滑(一),(二),冶金地质科技情报,物化探部分,1,1974。
- [5]桂林冶金地质研究所编,磁变寻找夕卡岩型磁铁矿经验。
- [6]C.C.顾,W.M.特尔福德,S.H.利姆,线性滤波在重力问题中的应用,冶金地质科技情报,物化探部分,1,1974。
- [7]B.D.富勒,二维频率分析和网格算子的设计,冶金地质科技情报,物化探部分,1,1974。
- [8]B.K.布哈达卡亚,空间滤波的设计及其在高精度航磁资料上的应用,冶金地质科技情报,物化探部分,1,1974
- [9]Г.И.阿塔别柯夫,线性电路理论(下册),人民教育出版社,1963。
- [10]童永春,重力垂直二次导数法的计算、意义和应用,地质与勘探,8,1977。