

G型曲线的等值性及其在电测深曲线定量解释中的应用

罗延钟

大家知道,垂向电测深三层曲线在一定条件下对中间层具有S(H和A型)或T(K和Q型)等值性。三层曲线的这一性质已在电测深曲线的定量解释中得到了实际应用。其实,某些二层曲线也有类似性质。譬如,把G型(二层)量板上的理论曲线经平移后重新排列,则可看出不同参数(特别是 $\mu_2 \geq 5$)的G型二层曲线的尾段都有相同的形状,并且当这些二层曲线的尾段彼此重合时,其第一层的特征点O(h_1, ρ_1)都将落在同一条倾角为 45° 的直线(S线)上(图1)——即它们第一层的纵向电导 $S_1 = \frac{h_1}{\rho_1}$ 相同

(h_1 和 ρ_1 分别代表二层断面第一层的厚度和电阻率);反过来说,对任意两个 $\mu_2 > 1$ (特别是 $\mu_2 \geq 5$)的二层断面,如果具有相

同的 $S_1 (= \frac{h_1}{\rho_1})$ 和 ρ_2 (第二层电阻率)

值,即使其 h_1 和 ρ_1 (因而 $\mu_2 = \frac{\rho_2}{\rho_1}$)值彼此

不同,其测深曲线的尾段也将在测量误差范围内彼此重合。我们将这种性质称为G型二层曲线尾段的S等值性或简称为“G型曲线的等值性”。

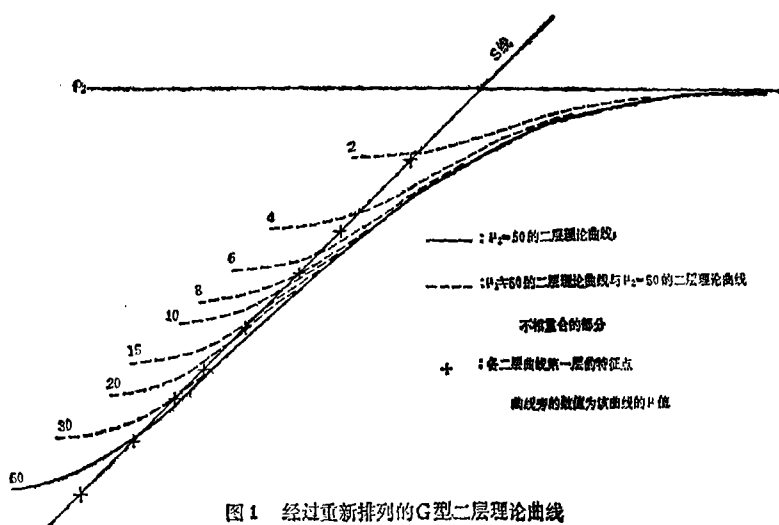


图1 经过重新排列的G型二层理论曲线

G型曲线尾段的S等值性,不难从理论上得到说明。事实上,根据已知解,在二层

断面上对称四极(电测深)装置的 ρ_2 表示式为:

$$\rho_s = \rho_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_{12}^n}{[1 + (\frac{2n}{\Lambda})^2]^{3/2}} \right\} \quad (1)$$

其中: $\Lambda = \frac{AB}{2h_1}$ 为相对电极距;

$$K_{12} \text{ 为反射系数 } (K_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}), \quad (2)$$

h_1 为第一层介质的厚度;

ρ_1 和 ρ_2 分别为第一层和第二层介质的电阻率。

当 $|K_{12}| < 1$ (即 ρ_2 既不为无限大, 也不为零) 时, 式 (1) 中的无穷级数绝对收敛, 收敛的快慢与相对电极距 Λ 和反射系数 K_{12} 有关。在实际计算中, 只取级数前面几项求和, n 很大的项, 数值很小可以忽略不计。

我们考察二层曲线的尾段, 这时相对电极距 Λ 相当大, 而 n 的值不甚大, 于是有 $\frac{2n}{\Lambda} \ll 1$ 。由此, 按二项式定理将级数的公

项 (除去 K_{12}^n) 展成级数, 可得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{[1 + (\frac{2n}{\Lambda})^2]^{3/2}} &= 1 - \frac{3}{2} (\frac{2n}{\Lambda})^2 \\ &+ \frac{1}{2!} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} (\frac{2n}{\Lambda})^4 - \frac{1}{3!} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \\ &\cdot \frac{7}{2} (\frac{2n}{\Lambda})^6 + \dots \\ &= 1 - \frac{3}{2} (\frac{2n}{\Lambda})^2 + O[(\frac{2n}{\Lambda})^4] \end{aligned} \quad (3)$$

如果忽略 $(\frac{2n}{\Lambda})^2$ 的高阶无穷小量

$O[(\frac{2n}{\Lambda})^4]$, 则由 (1)、(3) 两式可写

尾段的近似表示式:

$$\begin{aligned} \rho_s &\approx \rho_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{12}^n [1 - \frac{3}{2} \cdot \right. \\ &\quad \left. (\frac{2n}{\Lambda})^2] \right\} \\ &= \rho_1 \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} K_{12}^n - \frac{12}{\Lambda^2} \right. \\ &\quad \left. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 K_{12}^n \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

式 (4) 中第一个级数是无穷项等比级数, 当 $|K_{12}| < 1$ 时, 该级数绝对收敛:

$$\sum_{n=1}^{\infty} K_{12}^n = \frac{K_{12}}{1 - K_{12}} \quad (5)$$

将式 (5) 两边对 K_{12} 求一次导数后, 再乘以 K_{12} 则得:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n K_{12}^n = \frac{K_{12}}{(1 - K_{12})^2} \quad (6)$$

再将式 (6) 两边对 K_{12} 求一次导数, 然后乘以 K_{12} 便得:

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 K_{12}^n = \frac{(1 + K_{12}) K_{12}}{(1 - K_{12})^3} \quad (7)$$

将关系式 (2)、(5) 和 (7) 代入 (4) 式, 简化得:

$$\rho_s \approx \rho_2 \left[1 - 3 \frac{S_1^2}{\Lambda^2} (\rho_2^2 - \rho_1^2) \right] \quad (8)$$

式中: $S_1 = \frac{h_1}{\rho_1}$ — 第一层介质的纵向电导;

$l = \frac{AB}{2}$ — 供电电极距。

对 $\mu_2 > 1$ (特别是 $\mu_2 \geq 5$) 的 G 型二层曲线, 可以在精度足够的范围内, 将二层曲线尾段的 ρ_s 近似式 (8) 最后简化为:

$$\rho_s \approx \rho_2 \left[1 - 3 \left(\frac{S_1 \rho_2}{\Lambda} \right)^2 \right] \quad (9)$$

在(9)式中, ρ_s 仅决定于 ρ_2 、 $S_1 = \frac{h_1}{\rho_1}$

和1值,而与 h_1 和 ρ_1 本身的数值无关。这说明,如果两个G型二层断面具有相同的 ρ_2 和 S_1 值,不管它们第一层的厚度 h_1 和电阻率 ρ_1 本身的数值是否相同,其测深曲线的尾段,均将在足够精度范围内(无位移地)彼此重合¹⁾。这正好是前面通过实际对比G型二层理论曲线所得出的结论,也就是G型二层曲线尾段的S等值性。

在说明了G型二层曲线尾段S等值性的实质之后,我们来讨论如何将其应用于电测深曲线的定量解释问题。

首先,我们来看G型二层曲线的定量解释问题。目前在对二层曲线作定量解释时,通常是将实际曲线与二层量板上的理论曲线作对比,要求找出一条整条曲线都与实际曲线相重合的理论曲线。这种作法往往会遇到一定的困难。譬如,量板中可能没有与实际曲线的参数(μ_2 值)相同的理论曲线,这时便只能采用精度较低的内插法作解释。此外,由于各种因素的影响,实际曲线的首段往往受到严重干扰,或者根本没有测出来,这时便不能用现行的量板法作解释,或者作了解释,但非常不精确。利用G型曲线的等值性,对G型(特别是 $\mu_2 \geq 5$)的实际曲线作定量解释,可以克服上述困难。其作法是将实际曲线的尾段与G型二层量板上任意一条理论曲线之尾段重合,然后透下二层量板的原点(即第一层特征点),通过该点在绘

1)考虑到对数坐标的特点,不难从公式(9)理解到前已述及的事实,即所有G型($\mu_2 > 1$)的二层曲线不论 S_1 和 ρ_2 为何值,其尾段皆有相同形状,经过一定的平移之后,它们都能彼此重合。

2)从理论上讲,可以选用任意一条G型理论曲线,但从技术上看,为了使实际曲线之尾段有尽可能长的曲线段与理论曲线重合,以提高解释精度,最好还是选用参数(μ_2 值)与实际曲线相近的理论曲线。此外,为了提高解释精度,可以将实际曲线尾段先后与数条理论曲线重合,分别透下几个特征点,然后划出与这些特征点最接近的45°倾斜直线,以作为S线。

3)对K型曲线的代替层特征点, M. 马尔登提出过不同意见,但是它与 A. M. 培拉也夫所确定的特征点位置差别不大,可不必深究。

制实际曲线的透明双对数纸上引45°倾斜直线,便得S线²⁾。当实际曲线具有首支渐近线($\rho_s = \rho_1$)时,延长该渐近线与S线相交,交点便是实际曲线所代表的第一层的特征点(h_1, ρ_1),由此可准确地确定第一层的厚度 h_1 和电阻率 ρ_1 ;至于第二层的电阻率 ρ_2 ,可由与实际曲线尾段相重合的任一条理论曲线的 μ_2 值与对应原点(特征点)纵坐标值的乘积而求得,也可由曲线的尾段渐近线求出。如果实际曲线的首支渐近线没有测出或没有准确测出,则不能单值地分别确定 h_1 和 ρ_1 值,但这时仍能由S线上任一点的横坐标与纵坐标的比值确定 $S_1 = \frac{h_1}{\rho_1}$ 值

和粗略地计算 h_1 、 ρ_1 及 ρ_2 值。

G型曲线的S等值性还可应用于某些三层或多层曲线的定量解释。M. H. Бердический曾基于对尾段呈25~45°倾角上升、并具有明显极小值的大量H型三层理论曲线的实际对比,总结出利用二层量板坐标原点轨迹线的方法,来确定H型三层曲线的第一、二层总纵向电导 S_{12} 值,并把这种方法推广到尾段为H型的多层曲线。M. H. Бердический没有谈到所提出的所谓“二层量板法”的理论根据,并且把该法的应用范围仅限于H型或以H型为尾段的曲线。这就使得在实际应用这种方法时,不太方便,而且也不太可靠。

从G型曲线尾段的S等值性出发,不难证明,对基岩电阻率(ρ_n)大于其上一层介质电阻率(ρ_{n-1})的任何类型三层或多层曲线,都可用前述方法来确定基岩上覆岩层的总纵向电导 $S_{12} \dots n-1 = S_1 + S_2 + \dots + S_{n-1}$ 。事实上,任何n层曲线的尾段都可以看成是由前(n-1)层的代替层($h_{12} \dots n-1, \rho_{12} \dots n-1$)和第n层所组成的二层曲线;并且当 $\rho_n > \rho_{n-1}$ 时,该二层曲线为G型的(上升曲线)。因此,可以利用前述解释二层曲线的方法,来解释这种多层曲线的尾段一画出对应的S线,并由其上任一点的横坐标与纵坐标的比值,求出代替层的纵向电导

$S'_{12} \dots n-1 = \frac{h_{12} \dots n-1}{\rho_{12} \dots n-1}$ 。另一方面,根据已

知理论, 任何类型三层曲线的第一、二层代替层的特征点 (h_{12}, ρ_{12}) 皆在 S_{12} 线上³⁾, 即第一、二层代替层的纵向电导:

$$S'_{12} = \frac{h_{12}}{\rho_{12}} = S_1 + S_2 = S_{12}$$

由此, 采用递推法不难说明, 任何类型四层曲线的第一、二、三层代替层的纵向电导:

$$\begin{aligned} S'_{123} &= \frac{h_{123}}{\rho_{123}} = S'_{12} + S_3 \\ &= S_1 + S_2 + S_3 = S_{123} \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

任何 n 层曲线前 ($n-1$) 层的代替层的纵向电导:

$$\begin{aligned} S'_{12\dots n-1} &= \frac{h_{12\dots n-1}}{\rho_{12\dots n-1}} = S'_{n-2} + S_{n-1} \\ &= S_1 + S_2 + \dots\dots + S_{n-1} \\ &= S_{12\dots n-1} \end{aligned}$$

这样, 我们利用前述方法可求得基岩上覆岩层代替层的纵向电导 $S'_{12\dots n-1}$, 也就等值地求得了基岩上覆岩层的总纵向电导 $S_{12\dots n-1}$

利用前述方法求高阻基岩上覆岩层的总纵向电导, 在某些条件下具有特殊意义。譬如, 有时电测深的任务是研究基岩起伏, 而

高阻基岩的电阻率并不很大 (尾段不成 45° 斜线上升), 同时覆盖层层次较多、厚度或导电性差异不大。在这种情况下, 其它方法难以进行可靠的定量解释, 而用前述方法则易于求出基岩上覆岩层的总纵向电导 (甚至还能求出基岩的电阻率), 提供定性解释的重要资料。当测区内有足够数量的钻孔时, 更可通过钻孔旁参数测深, 取得必要的控制参数, 用平均电阻率法确定基岩的埋深。

上述推断解释方法, 在河南某铁矿区的电测深资料解释中得到了实际应用。该区电测深的任务是确定基岩起伏和深度, 为重力异常解释提供资料。工区内钻孔较多, 能通过钻孔旁测深获得必要的电参数资料, 但覆盖层 (第四系和第三系松散沉积物) 内层次较多。并且变化较大, 故电测深曲线主要用“平均电阻率法”作解释。总的来看, 该区基岩电阻率高于覆盖层, 由于岩相变化, 在一部份地段能得到尾段呈 45° 上升的电测深曲线; 而在相当大面积上, 电测深曲线尾段上升小于 45° , 并有出现水平渐近线的趋势。对后一类电测深曲线, 用本文所讨论的方法求覆盖层的总纵向电导 S 。图 2 是对该区一条实测曲线作解释的例子。将实测曲线的尾段先后与 G 型二层量板上 $\mu_2 = 10$ 、20 和 30 的三条理论曲线之尾段重合, 分别透下这三条理论曲线的原点 (特征点) O_1 、 O_2 和 O_3 ;

然后作一条最靠近 O_1 、 O_2 和 O_3 的 45° 倾斜直线, 它就是该电测深曲线的 S 线; 在此 S 线上任取一点, 计算其横坐标与纵坐标的比值, 便得基岩上覆盖层的总纵向电导 $S = 30$ 姆欧。所求出的 S 值乘以附近钻孔旁参数测深所获得的覆盖层平均电阻率值 $\rho_m = 8$ 欧姆米, 便求得该测深点下基岩的埋藏深度 $H = S \times \rho_m = 30 \times 8 = 240\text{m}$ 。

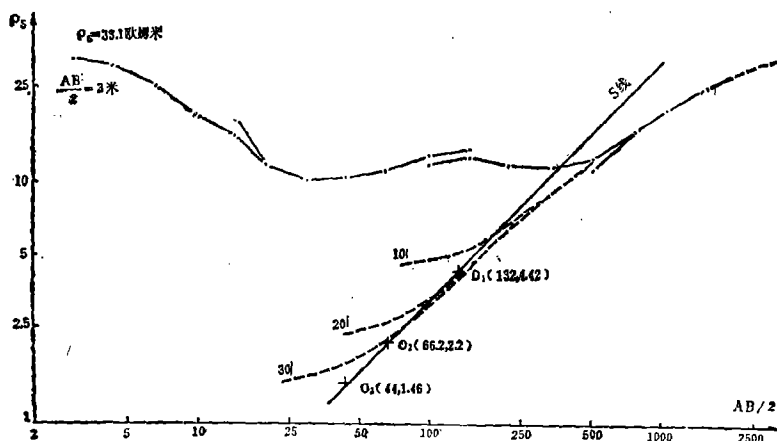


图 2 对尾段不成 45° 上升的多层曲线求覆盖层总纵向电导 S 的实例