

原生晕分带的数学模型化

吉林冶金地质六〇七队 孙宝田

研究矿体的原生晕及其分带性,确定晕的性质(是属于矿上晕还是矿下晕),进而估计矿体(或异常)的剥蚀程度,对寻找盲矿体有着重要的意义。它有助于排除干扰,筛选出最有远景的异常,提高找矿效果。近年来,随着原生晕研究工作的进展,对其分带性的研究已经逐步由定性描述阶段,开始走向定量阶段。本文在探讨矿体原生晕分带问题的同时,试图从数学角度提出解决这个问题的一些思路。本文尚不甚成熟,错误之处,敬请指正。

多年的找矿实践确认,内生矿床,特别是热液矿床,存在着元素的浓度分带和组分分带;这种分带在不同矿床的垂直方向上、水平方向上表现出很多共同之处。垂直分带和水平分带是密切相关的;对于缓倾斜矿体来说,其原生晕通常沿水平方向延伸,即元素的水平分带表现得明显些;而陡倾斜矿体的原生晕则往往在垂直方向上表现出结构类似的分带性,即垂直分带性。鉴此,人们都在努力寻求一种统一分带模式,这无论在理论上、还是实践上都是有重大意义的。现在,国内外学者已经各自归纳出一些分带序列,尽管他们的理论依据和处理方法不尽相同,但结论却是大同小异的。

苏联的稀有元素矿物学、地球化学和结晶化学研究所综合了100个多种类型和矿种的矿床原生晕分带资料,得出了热液矿床的如下统一分带序列(从矿上到矿下):

I—Hg—Ba—Sb—As (砷黝铜矿)—Cu (砷黝铜矿)—Ag—Pb—Zn—Sn (黝锡矿)—Cu (黄铜矿)—Bi—As (毒砂)—Ni—Co—Mo—Sn (锡石)—Be—W。

尽管这些分带序列不那么完善,从理论依据上讲也有许多待推敲之处,但是并不失其普遍性。问题就在于从理论和实践的结合上不断完善它,使之更符合实际情况。

如果说“统一分带序列”代表了矿床原生晕中元素分带性的某些共性的话,那么,对某一特定矿床的元素分带序列的研究则可看成是对其特性的探讨。因为后者是与某一具体矿床的找矿实践紧密地联系在一起的,所以这一工作的意义同样是不能低估的。

众所周知,研究一个矿区或矿区外围元素的地球化学分带性、估计侵蚀面水平,从而指导寻找含矿地段及盲矿体,乃是1:10000或更大比例尺化探工作的一个重要任务。那么,这个工作应该如何入手呢?似可按如下途径进行。

对于工作程度较低的地区,首先要对各种化探样品进行光谱扫视,查明测区主要异常元素组合。利用这些元素组合,结合区域内岩系和岩体成矿专属性资料,预测其可能代表的矿化类型。然后,根据已知的同类型矿床元素分带资料,并参考元素的统一分带序列,推测这些异常相当晕的何种部位,初步估计侵蚀面水平。在这种情况下,作出的推论可能会有较大的出入,需要投入更多的工作(特别是原生晕工作),进一步检验正确与否。

在生产矿区及其附近研究原生晕的分带性具有更为现实的意义。应该充分利用已有工程(探槽、探井、坑道、钻孔)资料,尽量多测定一些化学元素含量,这样就有可能对矿体及其晕的形状、结构、分带性从三度空间上进行较为仔细的研究。

开展这一工作运用多元统计方法,可能会得到较好的效果。

利用典型相关分析方法,研究原生晕的元素分带序列:研究原生晕的元素分带性实质上就是研究化学元素含量变化与空间位置的关系。我们假定某样品 p 个化学元素含量为: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$, 此样品所在点的空间坐标为 y_1, y_2, y_3 , 利用典型相关分析方法可得出这两组变量的各自线性组合的相关关系。假定:

$$U = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_p x_p \quad (1)$$

$$V = \beta_1 y_1 + \beta_2 y_2 + \beta_3 y_3 \quad (2)$$

式中, $\alpha_i (i = 1, 2, 3, \dots, p)$ 、 $\beta_j (j = 1, 2, 3)$ 都是实数。把(1)、(2)式写成矩阵形式:

$$U = \alpha' X' \quad (3)$$

$$V = \beta' Y' \quad (4)$$

这里, $X' = (x_1, x_2, \dots, x_p)$

$Y' = (y_1, y_2, y_3)$

$\alpha' = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$

$\beta' = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)$

那么, U 和 V 之间的简单相关系数可由下式确定:

$$r = \frac{C_{UV}(\alpha'X, \beta'Y)}{\sqrt{V_{\alpha'X} \cdot V_{\beta'Y}}} \quad (5)$$

利用典型相关分析方法就可以从一系列的向量 α 、 β 中,选出 $\alpha^{(1)}$ 和 $\beta^{(1)}$ 使得线性组合 $U_1 = \alpha^{(1)'}X$ 和 $V_1 = \beta^{(1)'}Y$ 之间的简单相关系数在所有的线性组合中为最大(计算原理可参照有关文献);使得 $U_2 = \alpha^{(2)'}X$ 和 $V_2 = \beta^{(2)'}Y$ 之间的简单相关系数在所有分别同 U_1 和 V_1 不相关的线性组合中为最大。这个过程一直进行到所有分别同 $U_1, U_2, \dots, U_k$ 和 $V_1, V_2, \dots, V_k$ 不相关的线性组合之间都不相关为止。这样,就得到了相关性由大到小的多组线性组合(即典型变量) U_1 和 V_1, U_2 和 $V_2, \dots, U_k$ 和 V_k 等。而我们着重研究相关性最大的第一组典型变量,认为它们反映了元素的分带特征。

同因子分析一样,每个典型变量的地质含义主要是由那些负荷(即 α_i 和 β_j)较大的变量所决定的。这样就可以选出那些负荷较大的元素,认为它们明显地受空间位置的控

制。这样,就得到了分带性显著的一组特征元素。

如果矿床原生晕具有明显的垂直分带的话,那么在(2)式中垂向坐标的系数 β_j

(即负荷)则应远大于平面上坐标的系数 β_1, β_2 。换言之,即 β_3 的作用非常显著。这样,我们可以忽略作用不显著的变量 y_1 和 y_2 ,而只考虑 y_3 。利用多元回归方法,就可以建立起 y_3 与元素线性组合 U_1 之间的回归方程。这就等于给出了元素垂直分带的数学模型。如果事先已将诸元素含量予以标准化的话,那么将回归方程中各元素的偏回归系数按由大到小的顺序排列起来,与它们相对应的元素排成的序列则可看成是此矿床的元素垂直分带序列。那些系数为负、且绝对值较大的元素可认为是矿下晕的元素,那么偏回归系数为正、且绝对值较大的元素则认为是矿上晕元素。

仿此,也不难建立元素的水平分带序列。

事实上,在许多情况下,由于元素的含量从其浓度中心向外的递减并非呈线性,往往比线性模型更复杂。这样,可以用其它模型(如高次多项式模型、负指数模型等)来拟合。依照与处理上述线性模型相类似的方法,求出相关系数最大的一组典型变量,再研究其分带特征,并可用曲线回归等方法,确定更为接近实际的元素分带模型。

应该指出,利用其它统计分析方法(如因子分析等方法)也能研究元素的分带序列,可参看有关文献,在此不多叙述。

目前,人们已从成矿理论和人工模拟实验等方面探讨元素的分带特征,但是,限于人力、物力条件,人工模拟实验的困难是不少的,代价也是昂贵的。如果径直从大量矿床的实际资料出发,利用多元统计分析方法,也可得到有意义的研究成果,所以它也是值得重视的一个研究手段。

二

当某矿床的元素分带序列得以确定后,很自然联想到利用它来估计矿体(或异常)的侵蚀面水平,进而预测矿体(或异常)的埋深,并且确定他们的大致形态。为解决侵

蚀面水平问题,可利用两种方法。一是参数方法,二是多元统计分析方法。所谓参数方法,就是用某些参数来表征矿体的侵蚀程度。当然,这样的参数很多,但主要有两种。一是元素对比值,二是分带性系数。现分述于下:

1.元素对比值 即用一个矿上晕的元素和一个矿下晕的元素含量的比值来确定侵蚀面水平。显然,这个比值是因矿体剥蚀程度和矿体的垂直分带特征不同而变化的。

这个比值视不同情况可以采用异常含量比值或是线(面)金属量比值。

为了取得较好的效果,所选用的元素除应考虑到现有分析方法所能达到的灵敏度要求外,这些元素还应该具有含量变化梯度大、归属鲜明(属于矿上晕还是矿下晕)的特点。尽量避免采用位于分带序列中间的那些元素。有时,只用某一对元素比值不能很好地估计侵蚀面水平,可以多选几对元素比值。

例如某铁锌铜矿床的原生晕工作,矿体主要产在闪长斑岩—正长斑岩岩体的下接触带,主要金属矿物有磁铁矿、铁闪锌矿、黄铜矿、黄铁矿等。矿床的主要元素组分有Cu、Pb、Zn、Ag、Mo、Co、As、Mn、Sn、Cd等,异常中元素比值与矿体的关系是:

①在铁锌矿体部位,Zn/Cu比值在矿体前缘比在矿体尾部低。这是由于铁锌矿体是从铜矿体逐渐过渡而来的。

②Mo/Cu比值在铜矿体中是自上而下升高,而当转化为铁矿体后向下逐渐降低。这是由于Mo异常出现在铜矿体尾部或是铁矿体的前缘,而在铁矿体部位含量很低。

③Pp/Cu比值在铜矿体尾部或是铁矿体前缘显著增高,而Ag/Cu比值却相反,它的最低值出现在铜矿体尾部。

当异常中Ag/Cu比值高、而Mo/Cu比值低时,表明只剥蚀到铜矿体的上部;当异常中Ag/Cu比值低、而Mo/Cu比值高、Pb/Cu比值高时表明已剥蚀到铜矿体尾部;当Mo/Cu比值低,Zn/Cu比值高时表明矿体已完全被剥蚀掉了。

用元素对比值来估计侵蚀面水平也有些缺点。主要有:一个元素对比值仅用了元素分带序列中的两个元素,所以未能充分利用分析数据所提供的有用信息。此外,当矿床

有多次成矿作用的叠加或是矿床中元素含量变化较为复杂时,只用某一对元素比值还不够,还须用几个元素对比值方能估计剥蚀深度,因而很不方便。特别是当这个比值衬度偏低时,更是如此。

2.分带性系数 鉴于用元素对比值估计侵蚀面水平有上述缺点,所以更多地是用分带性系数进行估计。

对于分带性系数,国内外一些人已经提出了各种不同计算方法。看来,以矿上晕元素含量或金属量之和(或乘积)与矿下晕元素含量或金属量之和(或乘积)的比值作为分带性系数较为实用。

分带性系数 K_z 的计算公式如下:

$$K_z = \frac{K_1 M_1 + K_2 M_2 + \dots}{k_1 m_1 + k_2 m_2 + \dots}$$

式中, M 、 K 分别表示矿上晕元素含量 M 及与之对应的异常系数 K 。 m 、 k 分别表示矿下晕元素的含量 m 及与之对应的异常系数 k 。

其中,异常系数 = $\frac{\text{元素异常值}}{\text{元素背景值}}$

如果诸元素含量已经预先标准化,则不乘以各自的异常系数亦可。

分带性系数有时用下式计算:

$$K_z = \frac{M_1 \cdot M_2 \dots}{m_1 \cdot m_2 \dots}$$

式中 M 、 m 的意义同上。

一般说来,岩石、矿石中的常量元素大多数服从正态分布。对于微量元素而言,当它近似均匀地分散在多种矿物中、而不存在富集矿物时,它也服从正态分布,否则服从对数正态分布。对于服从正态分布的元素而言,使用第一个公式较好,而对于服从对数正态分布的元素而言,使用第二个公式较好。

利用元素含量累加(或累乘)的比值作为分带性系数可以压抑“噪音”,减少偶然误差的影响,提高衬度,对晕的规模起了一定的“放大”作用,这就给找矿带来了很大方便。

苏联A.C.马拉霍夫和A.И.卡尔措夫对哈萨克斯坦的巴尔喀什湖北部十几个斑岩铜矿床(包括斑岩铜矿点)的元素地球化学分带进行了研究。他们得出了该区斑岩铜矿

床的如下分带序列（从矿上到矿下）：

Hg—As—Bi—Sr—Ag—Pb—Cu—Mo—Co—Zn—Sn—W。

他们还研究了该区不同剥蚀程度的斑岩

铜矿床的不同部位上分带性系数的变化（见下表）。表中的索库尔柯耶属于埋藏浅的矿床，科翁拉德属于中等埋深的矿床，科克赛属于埋深大的矿床。

滨巴尔喀什湖斑岩铜矿床分带性系数表

索 库 尔 柯 耶		科 翁 拉 德		科 克 赛	
$\frac{As \cdot Ag \cdot Bi}{Zn \cdot Co \cdot Pb}$	$\frac{Ag \cdot Bi}{Zn \cdot Co}$	$\frac{Ba \cdot Sr \cdot As}{Zn \cdot Co \cdot Pb}$	$\frac{Sr \cdot As}{Zn \cdot Pb}$	$\frac{Hg, Ag \cdot As}{Zn \cdot Co \cdot W}$	$\frac{Hg, As}{Co \cdot W}$
1.1×10^{-1}	1.9×10^{-1}	1.26×10^2	3.45×10^0	2.0×10^{-3}	1.4×10^0
1.8×10^{-10}	8.9×10^{-9}	6.7×10^{-2}	1.4×10^{-2}	6.8×10^{-7}	1.2×10^{-2}
衬		度		变	
6.1×10^8	2.1×10^7	1.9×10^3	2.5×10^2	3.0×10^3	1.2×10^2

注：表中第一行数字为矿床上部的分带性系数值，第二行数字表示矿床下部的分带性系数值，衬度变化是指上述两个数值之比。

不难看出，上表所列的分带性系数将随着矿体剥蚀深度的增加而急剧变小。他们利用分带性系数成功地预测了浅剥蚀矿体的深部远景，并且排除了对深剥蚀矿体的矿下晕异常进行钻探验证的必要性。

利用多元统计分析方法可以用于解决下列问题：

利用回归分析方法，预测矿体（或异常）的埋深，估计侵蚀面水平。前已述及，既然化学元素含量的线性组合 U_1 和其空间位置 V_1 有明显的相关关系，当然可以利用 U_1 来预报 V_1 ，反之亦然。只要根据一系列相对应 V_1 和 U_1 的数值，建立起回归方程就解决了这个问题。遗憾的是，根据诸元素含量的线性组合 U_1 只能预报出 y_1 、 y_2 、 y_3 的线性组合值—— V_1 ，这并无多大用处。人们通常关心的是具体的 y_1 、 y_2 、 y_3 的数值。

如前所述，如果元素存在某种分带现象的话，那么 β_1 、 β_2 、 β_3 的数值是有很大差别的（ y_1 、 y_2 、 y_3 事先亦经标准化处理）。当 β_3 非常显著，而 β_1 、 β_2 不那么显著时，即存在明显的垂直分带时，我们可以利用多元回归方法建立起 y_3 与诸元素含量 x_i 之间的回归方程。

$$y_3 = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_p x_p \quad (6)$$

假若将某一异常中心或是矿体顶板作为 y_3 坐标的原点，那么根据一组元素含量数值 x_i 代入式（6）就可计算出该点与异常中心或矿体顶板相互位置上的联系了。这些问题得

以解决，则掌握了该区的侵蚀面水平。

②用趋势分析方法，确定异常或矿体的大致形态。根据各采样点诸元素含量，不难计算出平面坐标为（ y_1 、 y_2 ）的采样点到隐伏矿体顶板或是异常中心的距离 y_3 ，这只消把（ y_1 、 y_2 ）点的诸元素含量 x_i 代入回归方程（6）即可求出 y_3 。那么，以（ y_1 、 y_2 ）作自变量，将 y_3 看成（ y_1 、 y_2 ）的函数，用趋势分析方法就可以求得 y_3 的各次趋势面。当这个趋势面有较好的拟合度时，就可将这个趋势面看成是矿体顶板或是异常的大致形态。它们一经确立，则测区内异常和矿体的侵蚀情况也就一目了然了。

趋势分析的计算方法是人们所熟知的，不另赘述。

结 语

综上所述，研究和建立元素分带序列，对于预测矿体或异常的侵蚀面水平、推测矿体的延伸有很重要的意义。实践表明，完全有必要、也有可能利用数学方法，把这一工作建立在一个定量的基础上。尽管这个方法尚处于试验阶段，但却显示了它的广阔应用前景。

应该指出，上述课题的解决应该从更广处着眼，即从地质、物探、化探、数学的结合上进行探索。假若能把诸有关的地质特征、物性特征、地球化学特征都予以数量化，建立起一个较为完整的、地物化结合的数学模型来，才能把这个问题的研究再推向深入。