

根据实测重力异常换算质体磁异常

黎 航

为了进行重磁异常对比和综合解释, 也是为了简化磁异常和场沉位置的关系, 人们常常把磁异常转换为磁性体重异常。这方面已发表了很多文章。而将实测重力异常转换为质体沿某一方向磁化时的垂直磁场强度异常, 则很少为人所注意。其实, 这种转换除能进行重磁异常对比和综合解释以外, 还可以起到消除或减弱重力区域异常、突出局部异常的作用。下面将介绍这种转换的原理和方法。

一 基本原理

在图 1 所示坐标系中, 质体重力异常

$$G(x, y, h) = -f\rho \int_v \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{R} \right) dv \dots\dots\dots (1)$$

式中, f 为万有引力常数, ρ 为质体剩余密度, v 为质体所占的空间, R 为 v 上积分元 dv 到测点 (x, y, h) 的距离。

设质体沿位于 HON 剖面内、倾角为 I 的直线 1 磁化, 磁化强度模量函数为 J (图 2), 则垂直磁场强度为

$$\begin{aligned} Z(x, y, 0) &= -\frac{\partial}{\partial h} \int_v \vec{J} \cdot \text{grad} \left(\frac{1}{R} \right) dv \\ &= \int_v J \left[\sin I \frac{\partial^2}{\partial h^2} \left(\frac{1}{R} \right) - \cos I \frac{\partial^2}{\partial h \partial N} \left(\frac{1}{R} \right) \right] dv \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

设质体处处有 J/ρ 为一常数, 则

$$\begin{aligned} Z(x, y, 0) &= \frac{J}{\rho f} \int_v f\rho \left[\sin I \frac{\partial^2}{\partial h^2} \left(\frac{1}{R} \right) - \cos I \frac{\partial^2}{\partial h \partial N} \left(\frac{1}{R} \right) \right] dv \\ &= -\frac{J}{f\rho} \left[\sin I \frac{\partial G}{\partial h} - \cos I \frac{\partial G}{\partial N} \right]_{h=0} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

(3) 式即为由 G 求 Z 的基本公式。

二 频率域内的电算方法

在频率域内, 重力异常可表为

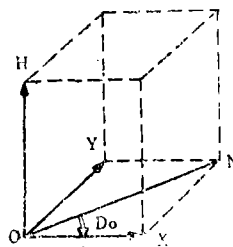


图 1

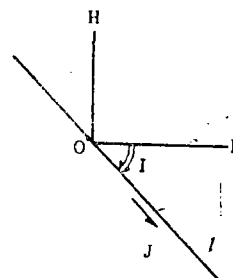


图 2

$$G(\xi, \eta, h) = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-\sqrt{w^2+v^2} \cdot h} [A(w, v) \cos w\xi \cos v\eta + B(w, v) \sin w\xi \sin v\eta + C(w, v) \cos w\xi \sin v\eta + D(w, v) \sin w\xi \cos v\eta] dw dv \quad (4)$$

式中, w, v 分别为 G 函数沿 x, y 方向的角频率, ξ, η 为计算重力异常点的 x, y 坐标, 而系数

$$\left. \begin{aligned} A(w, v) &= \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, 0) \cos wx \cos vy \, dx dy, \\ B(w, v) &= \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, 0) \sin wx \sin vy \, dx dy, \\ C(w, v) &= \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, 0) \cos wx \sin vy \, dx dy, \\ D(w, v) &= \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, 0) \sin wx \cos vy \, dx dy \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

将 (4) 式代入 (3) 式, 考虑到对任一解析函数求导 (图 1) 有

$$\frac{\partial}{\partial N} f(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \cdot \cos D_0 + \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \cdot \sin D_0 \quad (6)$$

式中, D_0 为 ON 和 OZ 的夹角。则可得到

$$\begin{aligned} Z(\xi, \eta, 0) &= \frac{J}{f\rho} \int_0^\infty \int_0^\infty \left(\{ A(w, v) \sin I \cdot \sqrt{w^2+v^2} + \cos I [C(w, v) \cdot v \cdot \sin D_0 + D(w, v) \cdot w \cdot \cos D_0] \} \cos w\xi \cos v\eta \right. \\ &\quad + B(w, v) \cdot \sin I \cdot \sqrt{w^2+v^2} + \cos I [-D(w, v) \cdot v \cdot \sin D_0 - C(w, v) \cdot w \cdot \cos D_0] \} \sin w\xi \sin v\eta \\ &\quad + C(w, v) \sin I \cdot \sqrt{w^2+v^2} + \cos I [-A(w, v) \cdot v \cdot \sin D_0 + B(w, v) \cdot w \cdot \cos D_0] \} \cos w\xi \sin v\eta \\ &\quad \left. + D(w, v) \sin I \cdot \sqrt{w^2+v^2} + \cos I [B(w, v) \cdot v \cdot \sin D_0 - A(w, v) \cdot w \cdot \cos D_0] \} \sin w\xi \cos v\eta \right) dw dv \quad (7) \end{aligned}$$

(7) 式和 (5) 式即表示了由 G 求 Z 的原理。当采用矩形网格进行运算时, (8) 式 (7) 式多采用有限正、反傅里叶转换和离散形式, 以求和代替积分。并常常增设压制高频的滤波窗口, 在 (7) 式最外层元括号外乘上一个函数 $E(w, v)$ 后再进行积分。如采用汉宁窗口, 则

$$E(w, v) = 0.5 + 0.5 \cos \sqrt{w^2+v^2} \quad (8)$$

这方面的文章很多, 这里就不赘述了。

三 频率域内权系数的计算方法

(7) 式中, 若令 $\xi = \eta = 0$, 考虑到截止频率为 π ,

则

$$\begin{aligned} Z(0, 0, 0) &= \frac{J}{f\rho} \int_0^\pi \int_0^\pi \left\{ A(w, v) \sin I \cdot \sqrt{w^2 + v^2} + \cos I [C(w, v) \cdot v \cdot \sin D_0 \right. \\ &\quad \left. + D(w, v) \cdot w \cdot \cos D_0] \right\} \cdot E(w, v) dw dv \\ &\doteq \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \{ G(m\Delta x, n\Delta y, 0) \cdot K(m, n) \} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} K(m, n) &= \frac{J}{f\rho\pi^2} \int_0^\pi \int_0^\pi \sin I \cdot \sqrt{w^2 + v^2} \cdot \cos(w \cdot m \cdot \Delta x) \cos(v \cdot n \cdot \Delta y) + \cos I \\ &\quad \{ \sin D_0 \cdot v \cdot \cos(w \cdot m \cdot \Delta x) \cdot \sin(v \cdot n \cdot \Delta y) + \cos D_0 \cdot w \cdot \sin(w \cdot m \cdot \Delta x) \cdot \\ &\quad \cos(v \cdot n \cdot \Delta y) \} \cdot E(w, v) dw dv \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

式中, Δx 、 Δy 为点线距, m 、 n 为零或正负整数。

四 空间域中权系数计算方法

如图 3 所示的柱坐标内

$$G(0, 0, h) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{G(r, \varphi, 0)}{(h^2 + r^2)^{3/2}} h \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial G}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{G(r, \varphi, 0)}{2\pi(h^2 + r^2)^{3/2}} h \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$$

$$\text{而 } \frac{\partial}{\partial h} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{h \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi}{2\pi(h^2 + r^2)^{3/2}} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

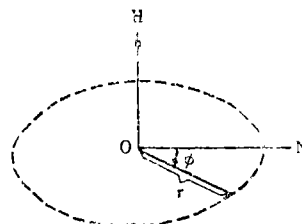


图 3

$$\text{故 } \frac{\partial G}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{G(r, \varphi, 0) - G(0, 0, 0)}{2\pi(h^2 + r^2)^{3/2}} h \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi$$

由于在以 O 为圆心、 r_1 为半径的小元内, 可以认为处处有 $G(r, \varphi, 0) = G(0, 0, 0)$, 所以

$$\frac{\partial G}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h} \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^\infty \frac{G(r, \varphi, 0) - G(0, 0, 0)}{2\pi(h^2 + r^2)^{3/2}} h \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi,$$

$$\left. \frac{\partial G}{\partial h} \right|_{h=0} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{G(r, \varphi, 0) - G(0, 0, 0)}{2\pi r^2} dr d\varphi \dots\dots\dots (13)$$

以求和代替积分, 有

$$-\left. \frac{\partial G}{\partial h} \right|_{h=0} = \sum_i \bar{G}_i \frac{1}{r} \left| \frac{(r_i + r_{i+1})/2}{(r_i + r_{i-1})/2} \right. \\ \left. + G(0, 0, 0) \cdot \frac{1}{r_1} \dots\dots\dots (14) \right.$$

根据物探所1972年的推导, 取正方形网格, r_i 以网格边长 Δx 为单位, 其值分别为 0、1、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{8.5}$ 、 $\sqrt{17}$ 、 $\sqrt{34}$ 、 $\sqrt{58}$ 、 $\sqrt{99}$ 、 $\sqrt{146}$ 、 $\sqrt{198}$ 共十一圈, 各圈上所取点数分别为 1、4、4、8、8、8、8、8、8、8、8 (图4),

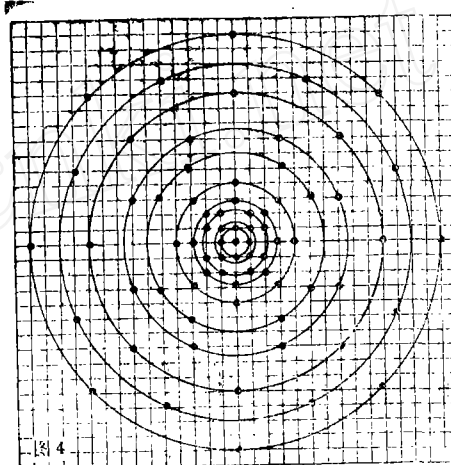


图4

则

$$-\left. \frac{\partial G}{\partial h} \right|_{h=0} = \frac{1}{\Delta x} \sum_{i=0}^{10} [\bar{G}_i \cdot K_i] \dots\dots\dots (15)$$

式中, $\bar{G}_i$ 为第*i*圈上各点重力异常之平均值, 而系数 K_i 如表1所示:

表1

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
K_i	2.000	-1.166	-0.278	-0.171	-0.099	-1.086	-0.053	-0.083	-0.023	-0.014	0.077

设在所取的磁化方位上, 重力场在一个小距离内服从

$$G(x') = ax'^2 + bx' + C \dots\dots\dots (16)$$

取五点 ($x' = \pm 2S_0$ 、 $\pm S_0$ 、0) 用最小二乘进行最佳拟合, 可得

$$\left. \frac{\partial G}{\partial x'} \right|_{x'=0} = b = \frac{1}{S_0} \left\{ 0.2 [G(2S_0) - G(-2S_0)] \right. \\ \left. + 0.1 [G(S_0) - G(-S_0)] \right\} \dots\dots\dots (17)$$

在(17)式中, 取 $S_0 = \Delta x$, 再考虑到(6)式和(15)式, 最后得

$$Z(0, 0, 0) = \frac{\cos I \cdot J}{f \rho \cdot \Delta x} \left\{ \operatorname{tg} I \sum_{i=0}^{10} (\bar{G}_i \cdot K_i) + \cos D_0 \left[0.2 \{ G(2, 0) \right. \right. \right. \\ \left. \left. - G(-2, 0) \} + 0.1 \{ G(1, 0) - G(-1, 0) \} \right] \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & + \sin D_0 \left\{ 0.2 \left[G(0,2) - G(0,-2) \right] \right. \\ & \left. + 0.1 \left[G(0,1) - G(0,-1) \right] \right\} \dots\dots\dots (18) \end{aligned} \right\}$$

(18)式即为按空间域推导的由重力异常求磁场垂直分量异常的计算公式,一般适用于电算。在计算前多需对实测数据进行平滑。

五 手 算 方 法 之 一

在(13)式中,用如下求和式近似代替积分

$$\begin{aligned} -\frac{\partial G}{\partial h} \Big|_{h=0} &= \frac{1}{2\pi} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=0}^{16} \bar{G}(r, \varphi, 0) \left(\frac{1}{r} \right)_{r_1}^{r_{i+1}} \cdot \theta \Big|_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \\ &+ G(0,0,0) \cdot \frac{1}{r_1} \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

并令

$$\left. \begin{aligned} \Delta\theta &= \theta_{j+1} - \theta_j = \pi/8 = 22.5^\circ \\ r_i &\rightarrow \infty \\ \frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_{i+1}} &= \frac{1}{2L_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

表 2

i	1	2	3	4	4.5	5
r_i/L_0	0.5	0.667	1.0	2.0	4.0	∞

L_0 为一特定长度单位。由(20)式可求得各 r_i/L_0 数值如表2所示;

由(20)式和上表所制作的量板如图5所示。此时,(19)式化为

$$-\frac{\partial G}{\partial h} \Big|_{h=0} = \frac{1}{L_0} \left[-\frac{1}{32} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=0}^{16} \bar{G}(r, \varphi, 0) + 2G(0,0,0) \right] \dots\dots\dots (21)$$

而在如图3所示的极坐标中,沿ON轴的水平微商可由(17)式得

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial N} \Big|_{r=0} &= \frac{1}{S_0} \left\{ 0.2 \left[G(A_1) - G(A_2) \right] \right. \\ &\left. + 0.1 \left[G(B_1) - G(B_2) \right] \right\} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

点 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 的位置也展示在图5上,且 $OA_1 = OA_2 = 2S_0$, $OB_1 = OB_2 = S_0$ 。 S_0 需根据经验加以选取。

将(20)、(21)代入(8),最后可得

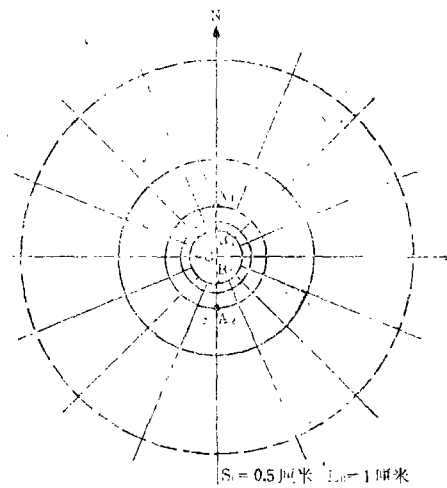


图5

$$Z(0,0,0) = \frac{10 \cdot J}{\rho} \left\{ \frac{\sin I}{L_0} \left[3G(0,0,0) - 0.047 \sum_{i=1}^5 \sum_{j=0}^{10} \bar{G}(r, \varphi, 0) \right] + \frac{\cos I}{S_0} \left[0.3G(A_1) - 0.3G(A_2) + 0.15G(B_1) - 0.15G(B_2) \right] \right\} \dots\dots\dots(23)$$

式中, 据经验加以确定的长度 L_0 、 S_0 应据 G 平面图比例尺化为其实际长度, 以米为单位, J 、 ρ 均用CGSM单位; G 以毫伽为单位; Z 以 γ 为单位。

由于在(21)式中, $G(0,0,0)$ 的系数为2, 故其误差传递作用大。为此, 再介绍一种传递误差较小的方法。

六 手算方法之二

设在OH轴上一段不大的范围内, 重力场服从如下规律

$$G(0,0,h) = ah^4 + bh^3 + ch^2 + dh + e \dots\dots\dots(24)$$

式中, a, b, c, d, e 为待定系数。用OH轴上五个点的重力值 $G(0,0,1)$ 、 $G(0,0,2)$ 、 $G(0,0,3)$ 、 $G(0,0,4)$ 、 $G(0,0,5)$ 代入(24)式, 求得

$$-\frac{\partial G}{\partial h} \Big|_{h=0} = -d = \left[2.08333 G(0,0,5) - 10.1667 G(0,0,4) + 19.5 G(0,0,3) - 17.8333 G(0,0,2) + 6.4167 G(0,0,1) \right] / L_0 \dots\dots\dots(25)$$

将(11)式代入(25)式, 并用求和代替积分, 得

$$-\frac{\partial G}{\partial h} \Big|_{h=0} = \frac{1}{2\pi} \sum_i \sum_j \left[\bar{G}(r, \varphi, 0) \cdot f(r) \Big|_{r_i}^{r_{i+1}} \cdot \theta \Big|_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} \right] \dots\dots\dots(26)$$

式中, r 以 L_0 为单位, 且

$$f(r) = \frac{10.4167}{\sqrt{r^2 + 25}} - \frac{40.6667}{\sqrt{r^2 + 16}} + \frac{58.5}{\sqrt{r^2 + 9}} + \frac{35.6667}{\sqrt{r^2 + 4}} + \frac{6.4167}{\sqrt{r^2 + 1}} \dots\dots\dots(27)$$

令 $r_0 = 0$,

$$\Delta f(r) = f(r_{i+1}) - f(r_i) = 0.2$$

$$\Delta \theta = \theta_{j+1} - \theta_j = \frac{2\pi}{10} = 36^\circ$$

则得

$$-\frac{\partial G}{\partial h} \Big|_{h=0} = \frac{2}{100L_0} \sum_{i=0}^9 \sum_{j=0}^{10} \bar{G}(r, \varphi, 0) \dots\dots\dots(29)$$

式中, $\bar{G}(r, \varphi, 0)$ 为小扇形(由半径为 r_{i+1} 和 r_i 的圆弧和角度为 θ_{j+1} 、 θ_j 的射线所组成)内重力场的平均值。

据(28)、(27)式求得的半径和小扇形内 Δf 的符号如表3所示:

表 3

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	8.5	9
Δf 符号	正				0	负					
ri/L ₀	0	0.36	0.56	0.77	1.30	1.38	2.27	3.12	5.20	9.94	∞

由上表和(28)式制作的量板如图6所示。用(29)式代替(21)式,并用 $\sum_{+}\bar{G}$ 和 $\sum_{-}\bar{G}$ 分别代替图6所示量板中所有正号扇形内G之和以及所有负号扇形内G之和,则(23)式化为

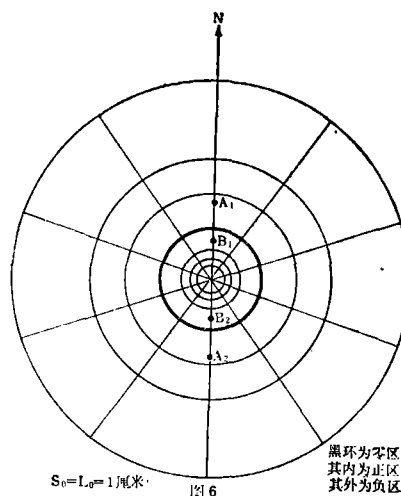
$$Z(0,0,0) = \frac{10^9 \cdot J}{\rho} \left\{ (0.03 \sin I/L_0) \left[\sum_{+}\bar{G} - \sum_{-}\bar{G} \right] + (\cos I/S_0) \right. \\ \left. \left[0.3G(A_1) - 0.3(A_2) + 0.15G(B_1) - 0.15G(B_2) \right] \right\} \dots\dots\dots (30)$$

式中, A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 四点的位置和图5相同,也绘在图6上。

这种计算方法在理论上虽是近似的,但其误差传递作用小。对于有干扰的局部重力异常而言,这种计算方法的效果比本文第五节所述的方法反而会好些。

七 实 例

例一 如平面图图7所示,在较强的线性区域重力背景场 G_0 上迭加了一个球体的局部重力异常 G_1 (图7左),得如图7右半部所示的重力等值线图。在南北向中心剖面I—I'内的 G_1 和 $G_0 + G_1$ 曲线,以及 $J = 0.05\text{CGSM}$, $i = 45^\circ$, $J/\rho = 1/15\sqrt{2}$ 时的理论质体磁异常曲线 Z_1 和 $Z_0 + Z_1$ 均绘在图8上。据本文所述手算方法[见第六节]求得的 $Z_0 + Z_1$ 值在图8中用小圈绘出。由图8可见,在 $G_0 + G$ 曲线上,局部重力异常不明显。而 $Z_0 + Z_1$ 曲线则明显地反映出球体的局部质体磁异常。



例二 正方形水平薄板的大小为200米×200米×10米,中心深度为100米。取 ρ 为1.5克/厘米³,计算得重力异常如图9右半部所示。取 $J = 0.05\text{CGSM}$, $i = 45^\circ$,根据上述重力异常用本文第二节中所述方法用计算机计算出的 Z 异常如图9左半部所示。

例三 广东某地重力场的转换

图10为广东某地的实测重力等值线图之一部。取磁化方位为正北,磁化倾角为 23° , $\rho/J = 200$,将实测重力场按本文第二节中所述方法转换为质体磁异常,该质体磁异常示于图11。转换时加了一个去高频性能很强的滤波窗口,图11清楚地显示了三个较强的质体磁异常。这说明重一磁转换具有突出局部异常的能力。

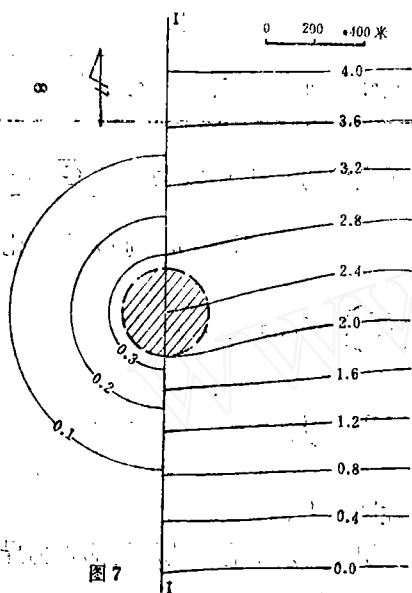
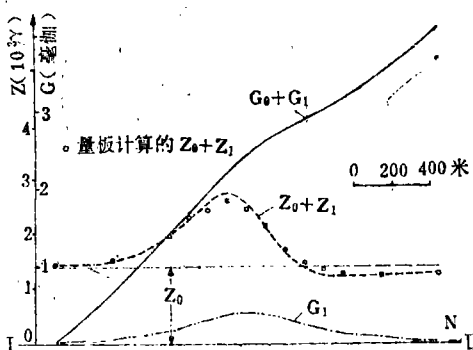


图 7



$$J = 0.05 \text{ CGSM}$$

$$J / \Delta P = 1 / 15 / Z$$

图 8

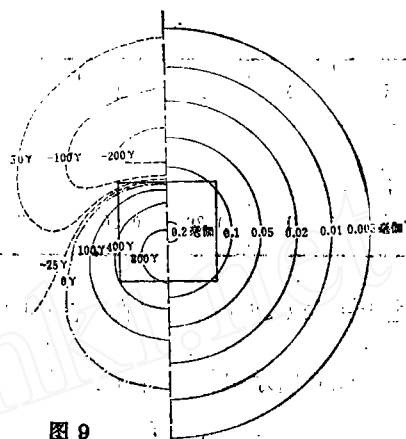


图 9

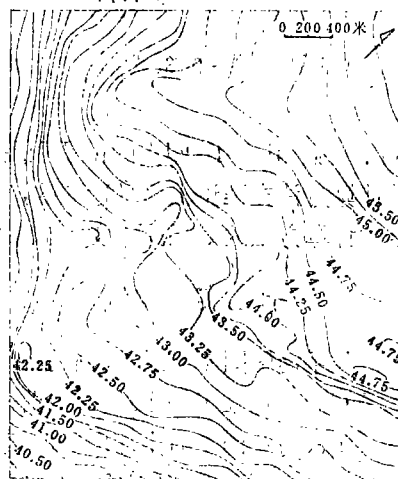


图 10

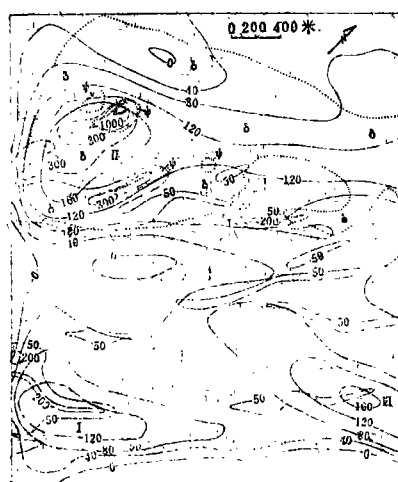


图 11

计算垂直二阶导数和求剩余异常的 简易方法

安徽省冶金地质勘探公司八〇八队 蒋慎君 王尔全

众所周知,垂直二阶导数对不同深度的质量(或“磁荷”)有分选性,可用来抑制区域背景影响,突出局部有用信息,达到找矿目的。本文导出了简便公式,对地面实测磁场进行二阶导数处理,并用实例说明求剩余异常的应用效果。

一 公式推导和量板的制作

地面测得的磁异常 Z 可用函数 $Z(x, y, 0)$ 表示,并可用马克劳林级数将它展开。为了简化,舍去了展开式中平方项以后的各项,则展开式变为:

$$\begin{aligned} Z(x, y, 0) = & Z(0) + \frac{1}{1!} \left[\left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right)_0 x + \left(\frac{\partial Z}{\partial y} \right)_0 y \right] + \frac{1}{2!} \left[\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \right)_0 x^2 \right. \\ & + 2 \left[\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} \right)_0 xy + \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \right)_0 y^2 \right] + \left. \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x} \right)_0 x + \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial y} \right)_0 y \right] \\ & + \frac{1}{2!} \left[\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} \right)_0 x^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} \right)_0 xy + \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \right)_0 y^2 \right] \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

在观测平面中,对于半径为 r 的圆周上各点磁场的平均值以极坐标形式表示为:

$$Z(r) = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} Z(r \cos \alpha, r \sin \alpha, 0) d\alpha \dots\dots\dots (2)$$

为与实测 ΔZ 异常进行对比,在图11上也绘出了实测 ΔZ 的正等值线。由于实测 ΔZ 的点距较小, ΔZ 数据又未经过任何滤波,加之磁性岩层磁性不均匀,故 ΔZ 异常比较零乱。但从图11可以看出,II号异常是重、磁同沉异常。钻探地质填图表明:II号异常强值部分系由具有一定磁性的辉石岩引起的。II号异常向东北方向延伸部分则是闪长岩的反映。

I号异常经打钻验证为隐伏且具有较弱磁性、密度较高的细碧岩引起。

III号异常看来与磁异常关系不大,但该异常与化探次生晕的铜、钴异常位置和方向一致,初步可以判断此处有一个北东东走向的高密度地质体存在。