



磁测剖面解释的新途径

绪 论

磁法推断解释工作中设计工作程序最大的困难是多数模型参数表现有非线性特征。所以计算模型参数的数值是通过使模型线性化,或者采用复杂的非线性最佳化的方法以迭代的方式来完成。两种方法都需要用计算机,而且计算所花的时间较长,以致在日常例行推断解释中费用很大。等效磁化分布的推断解释方法可以缩短计算所需的时间,但往往仍存在分辨能力问题。

本文讨论一种推断解释二度磁异常剖面的新途径。如果已知场的两个分量,许多二度磁性体的公式可以反过来直接给出精确的物体参数表达式,该表达式是测量结果的函数。推断解释所需时间与计算对应的异常所需时间具有相同的数量级。另外,利用小型计算机,特别是能将直角坐标转换成极座标的计算机,可以进行快速推断解释。新方法的另一些优点是完全的误差分析,可以对地形起伏改正,还可以分析井中磁测资料。

新方法的推断解释公式,或者称作精确推断解释算子,是用复数求得的。

板状体的异常

二度体的磁场公式可以写成复值幅因子(I)和复几何因子(G)的乘积

$$F = I \cdot G \quad (1)$$

复数场F的实部是水平分量,其虚部是垂直分量

$$F = H + jZ \quad (2)$$

式中 $j = \sqrt{-1}$ 。I的实部和虚部与磁化强度的两个正交分量成比例。对板状体来讲,两个分量之中,一个与板的倾向一致,另一个与之正交(图1)。

$$I = p + jq, \quad p = -2 \cdot \sin\phi \cdot J_{\parallel},$$

$$q = -2 \cdot \sin\phi \cdot J_{\perp} \quad (3)$$

另一种方法是,采用垂直的和水平的磁化强度分量,于是, $I = -2 \cdot \sin\phi \cdot \alpha \cdot J^*$, J^* 是 $J = J_x + jJ_z$ 的复共轭, α 是单位长度与倾角有关的一个复数, $\alpha = \exp(j\phi) = \cos\phi + j \cdot \sin\phi$ 。

几何因子G取决于异常体的形状,而且是一个或几个复数距离y的函数。y的实部是测点和物体某个特征点之间的水平距离。

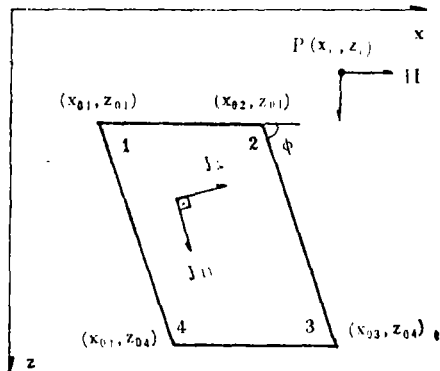


图1 磁化厚板

y 的虚部是相应的垂向距离, 但以相反的方向取其值。对于磁性厚板

$$G = \ln[y_1 \cdot y_3 / (y_2 \cdot y_4)], \quad (4)$$

式中 $y_j = (x_i - x_{0j}) - j(z_i - z_{0j})$

$$j = 1, 2, 3, 4.$$

当板的水平厚度 d 小时, I 和 G 由下面的式子确定:

$$p = -2tJ_{||}, \quad q = -2tJ_{\perp}, \quad G_{薄} = 1/y_1 - 1/y_4 \quad (5)$$

式中 $t = d \cdot \sin\phi$, 是板的垂向厚度。对于圆柱体, 对应的方程式也是有效的。所介绍的方法推广应用于重力勘探也是可能的。

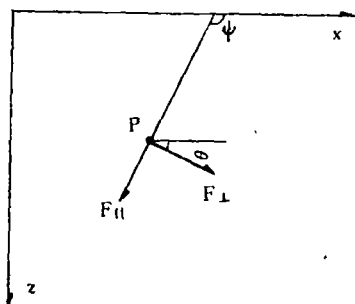


图2 在倾角为 ϕ 的钻孔中的磁场分量

用下面的复数符号不难计算求得任何其它磁场分量(如图2所示的钻孔中的分量)

$$\begin{aligned} F_b &= F_{\perp} + jF_{||} = F \cdot \exp(-j\theta) \\ &= F \cdot (\cos\theta - j \cdot \sin\theta) \end{aligned} \quad (6)$$

式中 $\theta = \phi - \pi/2$, F 的定义如方程(1)。

由倾斜的分量 F_b 经逆转换变为 F 是按下式完成的

$$F = \exp(j\theta) \cdot F_b \quad (7)$$

对方程(1)、(4)、(5)进行某些代数运算, 可求得板状体的位置和磁化参数。所得结果可用于磁测剖面的推断解释。不需作详细计算, 所给的解适用于位于任意测点更为普遍的情况。因此结果可直接用于地形变化的场合。

所有下面的结果都是用垂直分量和水平分量给出的, 因为通过方程(7)总是可以

变换成所需要的形式。

推断解释算子

厚板 对于厚板, 如果要在几何上完全确定它, 将需要五个参数: $x_{01}, x_{02}, x_{04}, z_{01}$ 和 z_{04} (见图1)。因为板的两对边是平行的, 当其它三个顶角的水平位置已知, x_{03} 也就给定了。如果磁化强度为已知, 则可以根据三个测点(P_1, P_2, P_3)的测量结果求得位置参数(见图3, 表示对应的薄板情况)。相对第一个测点 P_1 的位置是两个二阶方程的解(其推导见附录)。

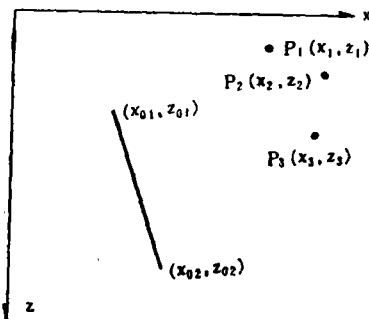


图3 磁化薄板的座标和三个测点的位置

$$\left. \begin{aligned} y_{11} &= (v - w_2) / 2 \\ y_{12} &= (v - w_1) / 2 \\ y_{13} &= (v + w_2) / 2 \\ y_{14} &= (v + w_1) / 2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中 $y_{1k} = x_1 - x_{0k} - j \cdot (z_1 - z_{0k}),$

$$k = 1, 2, 3, 4.$$

$$w_1 = (v^2 - 4u)^{\frac{1}{2}},$$

$$w_2 = (v^2 - 4E_1u)^{\frac{1}{2}},$$

$$u = -c/a, \quad v = b/a, \quad a = d_1 - d_2,$$

$$b = d_2 \cdot \Delta_{31} - d_1 \cdot \Delta_{21}$$

$$c = (1 - E_2) \cdot (1 - E_3) \cdot \Delta_{21}$$

$$\cdot \Delta_{31} \cdot \Delta_{32}$$

$$d_1 = \Delta_{21} \cdot (1 - E_2) \cdot (E_1 - E_3),$$

$$d_2 = \Delta_{31} \cdot (1 - E_3) \cdot (E_1 - E_2),$$

$$\Delta_{ik} = x_i - x_k - j(z_i - z_k),$$

$$i, k = 1, 2, 3,$$

$$E_i = \exp(F_i/I),$$

F_i 是 $P_i(x_i, z_i)$ 点的复数场。

此结果对延深非常大的板也同样适用,但对直接求延深无限的板的参数更有用。相对位置是一阶方程的解(见附录)

$$\left. \begin{aligned} y_{12} &= \Delta_{21} (1 - E_2) / (E_2 - E_1) \\ y_{11} &= E_1 y_{12} \end{aligned} \right\} (9)$$

只需要两个测点上的观测结果。

在(8)和(9)的解中,实际上在一个已测量的分量中所包含的资料完全没有被利用,所以可以求的仍旧是一个参数的值。磁化方向往往可以假定。于是,幅值因子 I 可写成

$$I = m \cdot \alpha \quad (10)$$

m 是一标量, α 是一复数,其虚实部分与磁化矢量的方向余弦成比例。

对几个 m 值计算了(8)的解,正确的 m 值须满足下面的条件:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(y_{11}) + \operatorname{Re}(y_{13}) - \operatorname{Re}(y_{12}) \\ - \operatorname{Re}(y_{14}) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$\operatorname{Re}(y_{ik})$ 表示方程(8)的解 y_{ik} 的实部,对于无限延深的板,条件 $\operatorname{Im}(y_{11}) = \operatorname{Im}(y_{12})$ 似乎合适。更

薄板 方程(8)和(9)还可用来求薄板的位置。对于这种模型,可以同时确定其位置和磁化强度两种参数。有限延深板的结果为 $y_1 = (v + w_1)/2$, $y_2 = (v - w_1)/2$, $I = -F_1 \cdot u/w$ 。

u 、 v 、 w 的定义和方程(8)中所给出的相同,但是 E_i 均以 $(I - F_i)$ 代替, F_i 是 $P_i(x_i, z_i)$ 点的复数场。

如薄板为无限延深,可得到类似(9)的简化的解:

$$y_1 = F_2 \cdot \Delta_{21} / (F_1 - F_2), \quad I = F_1 \cdot Y_1 \quad (13)$$

应 用

由于求板状体参数的公式(8)~(13)对异常的任何一点都适用,所以对长的磁测剖面进行连续的推断解释,可以从剖面的任一端开始。然后利用其次的一个点,以此类推

地进行下去,直到整条剖面都用过推断解释算子为止。根据所给的公式,无需采用等间距测量,也不需要考虑不同高度的测量结果。因此采用上面所给的新算子,地形影响已自动纳入推断解释过程。如果所采用的模型正确,求得的参数值将集结在正确数值的周围。这些数值散开的范围可用全部结果的标准偏差来量度,它代表每个参数的完全误差。

特征图象 如果采用的模型是错的,或是不完善,参数值散开的范围特别大,而且有规则。特别是应用于无限薄板,用算子(13)求得的板的位置图象非常典型。这些图象可用在解释推断的初步阶段,能获得有关板的数目和其大致位置的资料。

用薄板算子求得的某些典型图象示于图4~图8。场的强度以毫微特斯拉作单位(特斯拉原来是磁通密度单位,等于每平方米一韦

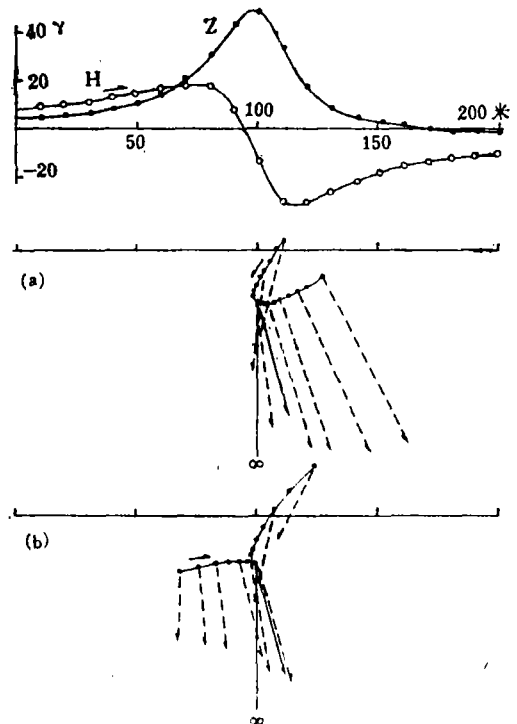


图4 当异常叠加有恒定磁场(a)或线性梯度场(b)时,用无限薄板算子推断解释得的结果(板的磁化强度参数为 $d \cdot k T_0 =$ 宽板·磁化率·地磁场 $= 500 \text{ m} \cdot \gamma$)。上述两种叠加场都是 Z 最大的5%。

伯, 1 毫微忒斯拉就等于 1 伽马, $1 \text{ nT} = 1 \gamma$ 。译者注)。箭头的长度与磁化强度成比例。

如果一个无限薄板的异常叠加有另一恒定的场, 由左向右连续进行推断解释, 求得板的位置是一条抛物线(图4a)。环绕磁场垂直分量最大值的点给出了大致正确的位置和磁化强度。当异常中叠加有一线性的梯度场时, 推断求得的位置形成一个环, 围绕着板的边缘(图4b)。如果板的倾角有变化, 上述两种位置曲线将保持其大致的形态, 并随倾角变化绕板的顶端旋转。

当无限薄板的异常受另一与之平行的板的磁场干扰, 连续推断所得图形见图 5。异常远处两端所给出的板的位置位于原来的两板之间, 其磁化强度大致是一个板的磁化强度的两倍。在利用两板之间的异常点时, 所求得的位置和磁化强度值分布很稀而且变化

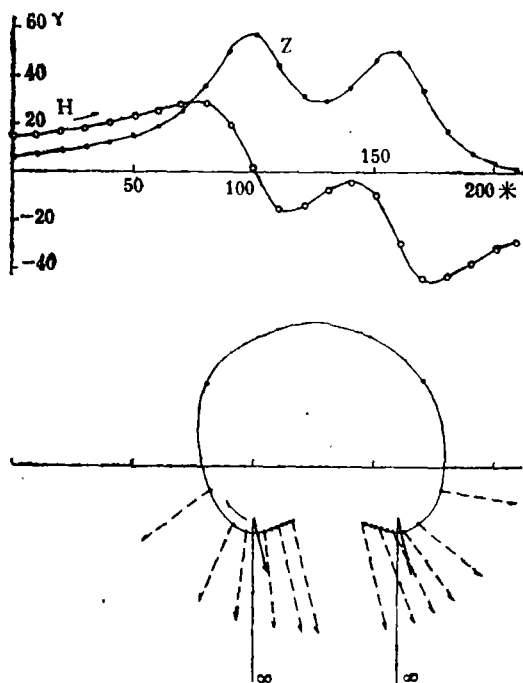


图 5 用无限薄板算子对两个板状体异常的解释

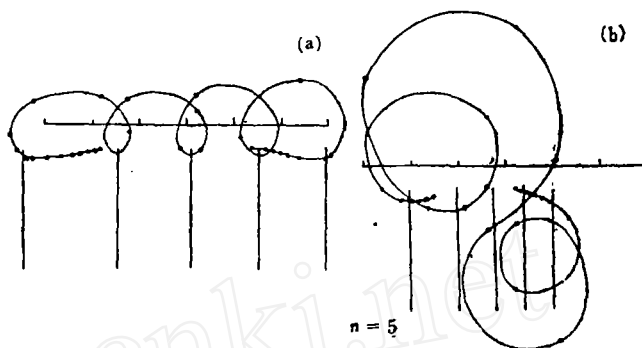


图 6 用无限薄板算子解释五个板状体的异常求得的位置图象(a—板之间的距离大, b—板之间的距离小)

快。在此范围内第二个板的干扰影响最大。

当两板之间的距离增大时, 推断求得的位置不准确, 圆环变扁平。当两板的距离减小时, 圆环并小并位于板的边缘的下方。如果平行薄板的数目增多, 位置圆环的个数也增多。如果板的间距相当大, 这些圆环则位于各个板的边缘(图6a)。当板的间距减小, 则圆环彼此相割, 识别各个板的位置愈来愈困难(图6b)。但环的数目总是保持一样, 等于板的总数减 1。

在用无限薄板算子连续地解释有限薄板异常(图7)或厚板异常(图8)时, 所得位置图象分别与线性梯度和两平行板的位置图象相似。当利用垂直分量极大值附近的异常点时, 能获得正确的磁化强度方向, 不过水平位置是近似正确的。

迭代解 如果所测得的场中包含有几个异常体的异常, 则可用迭代法进行推断解释。在每群点上定义了这样一个改正的场 F' , 即在所有异常体中只有一个除外, 其它异常体的影响全部都从原来测得的场值中减去, 剩余的场用(8) — (13)中的一个算子来推断解释。

图9是一有限薄板异常, 用它作为例子来说明迭代法。磁化方向相反的两个无限的板分别放在上下两个边缘, 用简单的无限薄板算子(13)迭代求解。开始假定在 $x = 3$

和4的兩点的異常完全由板的上緣產生的，這樣得到標記為1的箭頭。將此結果從 $x = 5$ 和6點的異常中減去以後，得到一級近似的下緣位置。

用這樣的方法再繼續進行，求得的上緣位置很快即可趨近其正確值，而在下緣迭代的進行較慢。在下緣無須保持磁化強度的大小相同其方向相反。

推斷解釋收斂要慢3~4

倍。在大多數的情況下，

對於有限板的推斷解釋用迭代法比直接用(8)或(12)算子所花費的時間要少。

對於個數相當多的物體，異常解釋最實

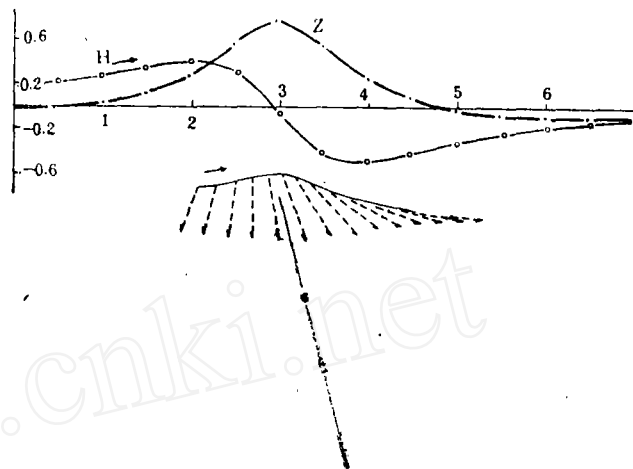


圖7 用無限薄板算子解釋一有限薄板的異常
(單位為任意的)

用的方法是迭代法。圖10表示用迭代法解釋5塊直立平行薄板在傾斜 75° 的地磁场中所產生的異常。上圖中板的間距較寬，經過10

次迭代得的結果已與原來的數值吻合很好。

當板的間距較小時(下圖)，異常峰值在剖面上的各個部位不是分得很開。迭代還是收斂的，不過收斂較慢。基本原因是左邊第一塊板的起始推斷解釋不好。如果在進行迭

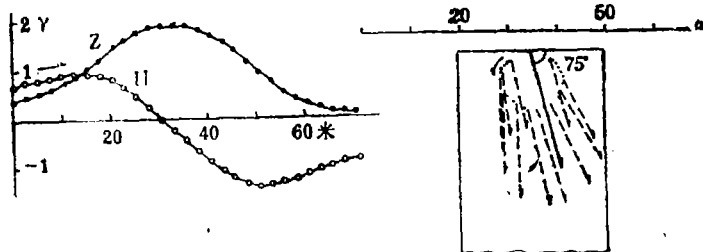


圖8 用無限厚板算子解釋無限厚板的異常
($kT_0 = 500$ 伽馬)

代時迫使磁化方向在五塊板中與地磁场方向平行，可以使收斂變快。

各種厚釋解結果的對比 如果一個無限厚板引起的異常已經很精確地知道，用均差法可以近似地求得異常的水平微商。水平微商可以按兩種方法推斷解釋(圖11)。它們是位於厚板兩個陡邊的两个無限延深的薄板(磁化強度相等，但方向相反)的異常場。換言之，微商是水平地位於厚板上緣(圖11b中虛線)的有限延深的板的異常場。如果可能，利用水平微商解是釋厚板的另一個途徑。

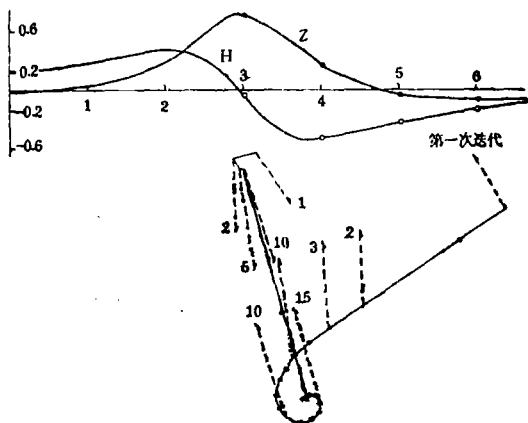


圖9 利用無限延深薄板算子(任意單位)對有限薄板異常的迭代解釋

现在对图11中无限延深厚板异常用三种不同的方法来解释。将方程(9)的算子(加上方程11)应用于间距10米的8个点上;将薄板算子应用到用差分法计算的间距2.5米的25个点的水平微商;将算子(13)迭代地应用于 $z=15, 17.5, 20, 50, 52.5, 55$ 等点处计算得的微商。计算结果以及头两种方法每个参数的标准离差均列于表1。脚标1和2分别表明板的左、右角。虽然两个顶角的深度,在用厚板算子(9)推断解释时所得结果较精确,但是计算得的所有参数的精度都相差无几。迭代解释法的精度取决于所选用的异常点。

表2说明同一厚板异常用各种方法解释结果的对比。在这里给出了 d (厚度)、 x_0 (中点的水平位置)、 z_0 (上缘的深度)、 ϕ (倾角)、 k (视磁化率)。采用了下面的解释方法:

A. 利用算子(9)或方程(11)的两分量解释法;

B. 利用算子(12)的两分量解释法;

C. 对垂直分量的11个点(间距5米)用鲍威尔非线性最佳化法迭代五次;

D. 为确定倾角和位置,利用了阿姆的图15和图16,该诺模图是根据垂直分量异常的拐点构制的(阿姆的文章见桂林冶金地质所1975年出版的《物探译文集》69~81页)

E. 利用了库洛姆金、拉蒙塔格雷和纳迪的诺模图(分别利用比值 μ 和 ξ ,参看上述译文集15~30页),该诺模图要求将垂直异常分解为对称的和反对称的两部分。

虽然利用比十一个更多的异常点可以得到较好的最佳化结果,但两分量解释方法的精度明显地高于最佳化法或特殊点法。两种

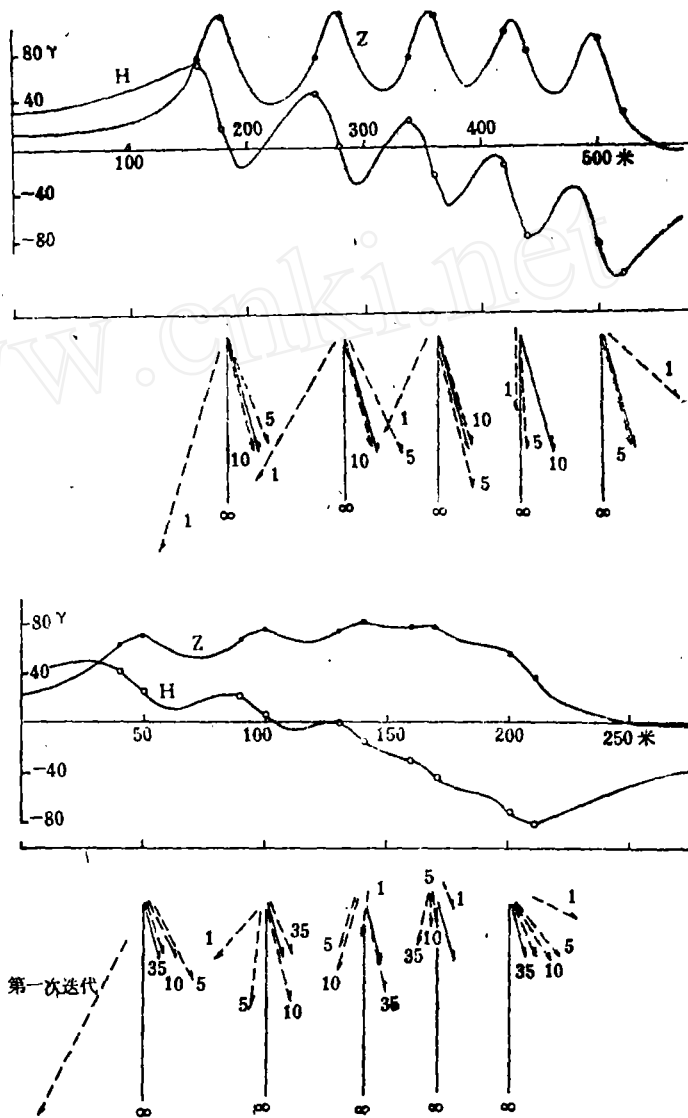


图10 五块无限延深的平行薄板异常的迭代解释($d \cdot k T_0 = 500 \text{米} \cdot \gamma$)。箭头旁的数字代表迭代循环次数

上图:板之间的距离大的情况下
下图:板之间的距离小的情况下

三种方法解释厚板异常所得结果的比较

表 1

	精 确 值	方程(9), N=8		水平微商, 方程(12), N=25		方程(13)
		平均值	标准离差	平均值	标准离差	用迭代法
x_{01}	20	20.097	0.288	20.034	0.268	19.98
x_{02}	50	49.935	0.159	49.993	0.341	50.02
z_{01}	10	9.999	0.029	9.999	0.286	10.12
z_{02}	10	10.013	0.020	10.045	0.227	10.12
$-p$	965	970.9	14.5	968.5	11.1	974.2
$-q$	226.5	227.9	3.4	22692	11.2	228.6

厚板异常用五种不同解释方法所得结果的对比

表 2

	精 确 值	方 法				
		A	B	C	D	E
d	30	29.84	29.96	27.4	28.5/30.1	28.1/31.6
x_0	35	35.02	35.01	34.7	35°	88.7°/88.1°
z_0	10	10.01	10.02	11.1	9.2/9.4	34.5
ϕ	90°	89.8°	89.70	90.6°	82°/91°	10.8/9.6
$k/4\pi$	0.01	0.01004	0.01002	0.01133	—	—

• 假定值

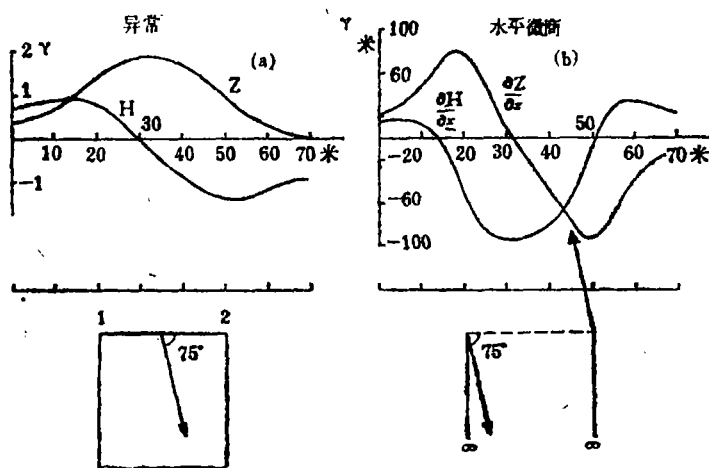


图 11 厚板磁异

(a) 与其水平微商 (b) 之间的联系, 解释见正文

两分量的解释法的计算时间和最佳化法中迭代五次所需的时间具有同样的数量级。

结 论

将二度体磁场的两个分量表示成复数后, 发现直接对测得的场值运用确切合适

的算子可以计算得板状体的位置和磁化强度。利用表达式(12)或(13)联立解之可求得薄板的位置和磁化强度的两个分量, 这分别是无限和有限延深板的二阶和一阶方程的解。如果已知板的磁化强度(方程(8)或(9)), 则可以精确地求得厚板四个顶角所在的位置, 如果只知道磁化方向, 可以分解附加的标量乘数的值求得厚板顶角大致的位置。

所有算子都可以组合构成

多个物体的异常迭代解释的一部分。

因为异常的任一点都可以用于这些算子, 所以可以对长剖面进行连续的解释推断。地形改正、点距的变化以及所测分量的方向变化(例如应用于钻孔磁测)都自动地考虑在内。两个互相垂直的分量原则上可以从一个

分量的测量结果利用积分变换的方法来求得,但为了保持所产生的误差为最小,最好还是两个分量都测。

如果用无限延深薄板算子解释长剖面,则得到特殊的图像,可用它来判断板状体的个数和大致的位置。在应用于实际场合时,最好利用经过平滑的剖面来完成此初步的推断解释。否则,解释结果分散,得不到有鉴别性的图象。当用最后选定的模型推断解释时,最好用原始数据来完成,因为所得的参数的分散,包含了每个参数解释的全部误差。

用这些算子求得的结果证明,与常用的最佳化推断方法或特殊点法所得的结果相比,质量一样,甚至还稍胜一筹。计算所需时间和计算异常剖面所需时间具有同样数量级。

作者认为此新方法所用的公式简单、有判别能力,是解释磁法详测结果有价值的工具(即使把测量或计算另一磁场分量所需的额外费用也考虑在内)。

附录:方程(8)和(9)的推导

对方程(1)的两边取指数,代入(4)式中所给的几何因子得

$$E_i = \exp(F_i/I) = y_{i1} \cdot y_{i3} / (y_{i2} \cdot y_{i4}) \quad (A1)$$

如果两测点间的复数距离为

$$\Delta_{ik} = x_i - x_k - j(z_i - z_k), i, k = 1, 2, 3,$$

取第一个测点 P_1 作参考点,则

$$\begin{aligned} E_1 &= y_{11} \cdot y_{13} / (y_{12} \cdot y_{14}) \\ E_2 &= (y_{11} + \Delta_{21})(y_{13} + \Delta_{21}) / [(y_{12} + \Delta_{21})(y_{14} + \Delta_{21})] \\ E_3 &= (y_{11} + \Delta_{31})(y_{13} + \Delta_{31}) / [(y_{12} + \Delta_{31})(y_{14} + \Delta_{31})] \end{aligned} \quad (A2)$$

另外,因为假设板的对边是平行的,所以

$$y_{13} - y_{14} = y_{12} - y_{11} \quad (A3)$$

重新整理 (A_2) 和 (A_3) ,给出

$$y_{11} \cdot y_{13} = E_1 \cdot y_{12} \cdot y_{14},$$

$$y_{11} + y_{13} = y_{12} + y_{14},$$

$$y_{11} \cdot y_{13} + \Delta_{21}(y_{11} + y_{13}) + \Delta_{21}^2 = E_2(y_{12} \cdot y_{14} + \Delta_{21}(y_{12} + y_{14}) + \Delta_{21}^2)$$

$$y_{11} \cdot y_{13} + \Delta_{31}(y_{11} + y_{13}) + \Delta_{31}^2 =$$

$$E_3(y_{12} \cdot y_{14} + \Delta_{31}(y_{12} + y_{14}) + \Delta_{31}^2)$$

如果将前面两方程代入后两个方程,则变为 $y_{12} \cdot y_{14}$ 和 $y_{12} + y_{14}$ 的线性方程。经过代数运算

$$y_{12} + y_{14} = v, y_{12} \cdot y_{14} = u$$

u, v 的表达式在方程(8)中已给出,这里不再重复。根据二次方程的理论,可知(A5)的解是

$$y_{14} = (v + w)/2, y_{12} = (v - w)/2.$$

式中 $w = (v^2 - 4u)^{\frac{1}{2}}$

同样,将(A5)代入(A4)的前面两个方程,给出

$$y_{11} + y_{13} = v$$

$$y_{11} \cdot y_{13} = E_1 \cdot u \quad (A6)$$

(A5)和(A6)的解就是方程(8)。

如果板是在无限深的情况下,方程(A2)用下式替换:

$$E_1 = y_{11}/y_{12}, E_2 = (y_{11} + \Delta_{21}) / (y_{12} + \Delta_{21}) \quad (A7)$$

由第一式得

$$y_{11} = E_1 \cdot y_{12}$$

代入到第二式,经过整理,得

$$E_2 \cdot y_{21} + E_2 \cdot \Delta_{21} = E_1 \cdot y_{21} + \Delta_{21}$$

很容易地解出此方程,求得方程(9)的结果。

译自:《Geophysical Prospecting》

1976, Vol. 24, No. 1, p. 1~18

作者: S. E. 赫杰尔特

陈玲译 邵梦林校