

# 重磁场二次导数异常的一些特征

江苏省冶金地质勘探公司 张立公

重磁场二次导数法是对复杂重磁异常进行滤波的一种重要手段,研究基底构造、突出隐伏在区域背景场中的局部异常,都能取得良好效果。在已发表的文献中,对各类地质体的二次导数异常的特征,均未作过详细介绍。本文从理论上并结合一些实践经验,探讨几种形状规则的地质体的二次导数异常的特征,并对如何利用重磁场二次导数异常来推断地质体的度数、埋深、边界、构造线部位等问题提出一些看法。另外还讨论了在计算时选择最佳计算半径等问题。

## 一 几种规则体二次导数异常的正演公式及特征

### (一) 磁场 $\Delta Z$ 的二次导数异常

#### 1. 正演公式

球体:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = M \frac{9x^4 + 24R^4 - 72x^2R^2}{(x^2 + R^2)^{5/2}} \quad (\text{垂直磁化时})$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = M \frac{9x^2R + 24R^4 - 72xR^2}{(x^2 + R^2)^{5/2}} \sin i - 3M \frac{20xR - 15x^3R}{(x^2 + R^2)^{5/2}} \cos i$$

$\cos A$  (斜磁化时)

水平圆柱体:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \frac{12JS(x^4R^4 - 6x^2R^2)}{(x^2 + R^2)^4} \quad (\text{垂直磁化 } i = 90^\circ \text{ 时})$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \frac{12JS(x^4 + R^4 - 6x^2R^2)}{(x^2 + R^2)^4} \sin i - \frac{48JS(xR^3 - x^3R)}{(x^2 + R^2)^4} \cos i$$

(斜磁化时)

倾斜薄板:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \frac{8Jb(h^3 - 3x^2h)}{(x^2 + h^2)^3} \quad (\text{顺层磁化时 } x - i = 0)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \frac{8Jb(h^3 - 3x^2h)}{(x^2 + h^2)^3} \cos(\alpha - i) - \frac{8Jb(3xh^2 - x)}{(x^2 + h^2)^3} \sin(\alpha - i)$$

(倾斜磁化时,  $\alpha - i \neq 0$ )

厚板:

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 4Jh \left\{ \frac{x+b}{[h^2 + (x+b)^2]^2} - \frac{x-b}{[h^2 + (x-b)^2]^2} \right\}$$

(顺层磁化时)

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 2J\sin\alpha \left\{ \frac{2h(x+b)}{[h^2+(x+b)^2]^2} - \frac{2h(x-b)}{[h^2+(x-b)^2]^2} \right\} \cos\gamma$$

$$+ 2J\sin\alpha \left\{ \frac{(x-b)^2-h^2}{[h^2+(x-b)^2]^2} - \frac{(x-b)^2-h^2}{[h^2+(x+b)^2]^2} \right\} \sin\gamma$$

(倾斜磁化时)

2. 曲线特征 各种规则体的  $\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$  理论曲线见图 1(a、b、c、d), 磁性体上方均出现极值,

异常向两侧衰减并出现负值。在斜磁化时, 异常呈不对称状, 南缓北陡, 北侧的负极值大于南侧的负极值, 正极值位置向磁性体中心的南侧偏移。这是它们特征相同之处, 但也有若干不同的特征, 主要反映在极大值和极小值的比值和曲线特征点横座标与埋深的关系。令

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = 0 \text{ 的点的横座标为 } x_0,$$

$$\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}} = \text{半极大值点的横座标为 } x_{1/2},$$

通过  $\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$  曲线拐点的切线与正负极值点切线的截距为  $x_{\text{切}}$ ,

如果是斜磁化, 则取曲线左右支  $x_i$  的平均值  $\bar{x}_i$ 。此时, 0 点位于  $\left[ \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}} - \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极小}} \right]$

的投影位置, 其中  $\left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极小}}$  取北侧之极小值。于是, 几种规则体特征点  $x_i$  与埋深  $R$  的关系列表 1。

表 1

形态	比值 $R/x_0$	比值 $R/x_{1/2}$	比值 $R/x_{\text{切}}$	$\left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}$	$\left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极小}}$
球体	1.7	3.5	2.1	13	
水平圆柱体	2.4	4.4	2.0	3	
倾斜薄板	$\sqrt{3}$	3.0	1.8	4	
厚板	0.5	—	—	—	—

3. 判别地质体度数的方法 研究几种规则体二次导数异常的极值之比值,  $\left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}} / \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极小}}$  和极大值随深度减半后的比值,  $\left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}(R/2) / \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极小}}(R)$  我们会发现, 对各种规则体来讲, 上述比值具有明显的不同特征。利用这些特征, 可以判别地质体的度数  $N$ , 并有可能区分矿和非矿异常。

下面以垂直磁化情况下的各种地质体为例进行讨论。

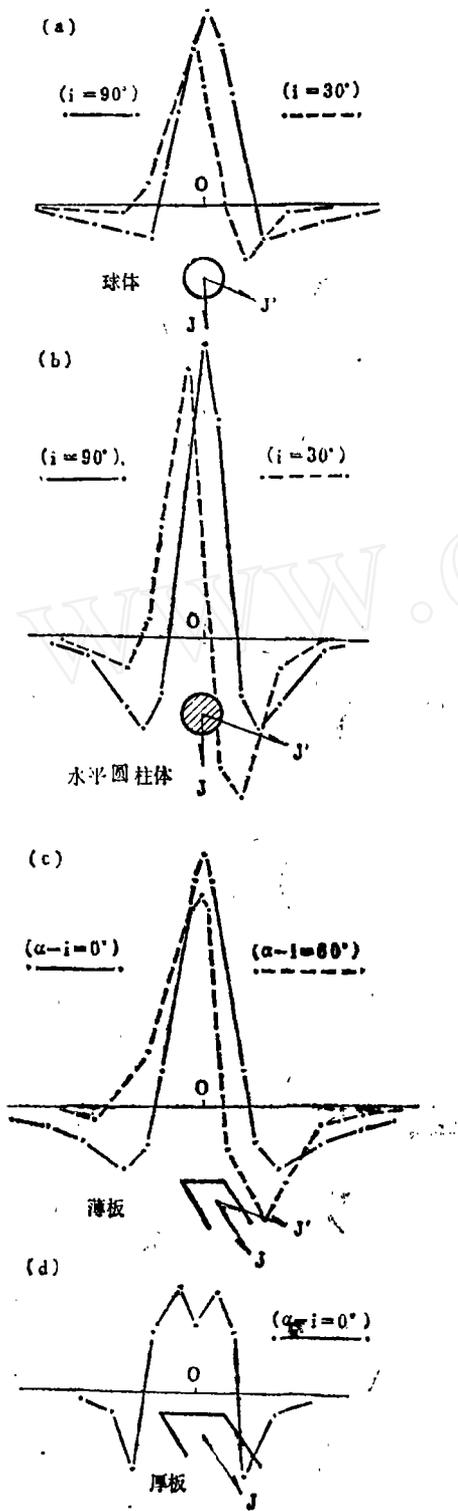
(1) 球体:

$$\text{其 } \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}(R) = \frac{24M}{R^5}, \text{ 而 } \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}(R/2) = 32 \frac{24M}{R^5}$$

$$\text{则 } \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}(R/2) / \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}(R) = 32 = 2^{N+2}, \text{ 所以 } N = 3.$$

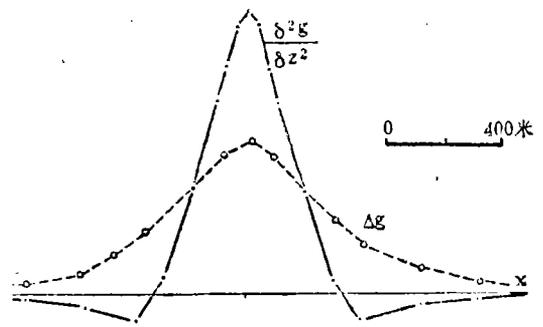
(2) 水平圆柱体:

$$\text{其 } \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}(R) = \frac{12JS}{R^4}, \text{ 而 } \left( \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} \right)_{\text{极大}}(R/2) = 16 \frac{12JS}{R^4}$$



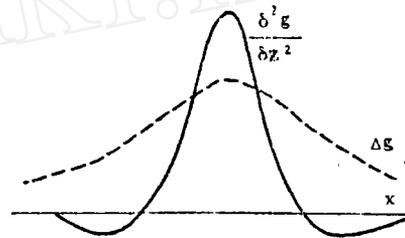
比例尺：横：1:40000  
纵：1公分 =  $400 \times 10^{-4} \gamma / \text{M}^2$

图1 几种规则体的  $\frac{\delta^2 g}{\delta z^2}$  理论曲线



球体  $\Delta\sigma$

图2



球体  $\Delta\sigma$

图3 球体

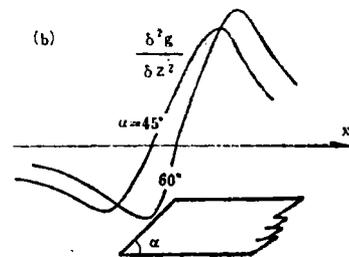
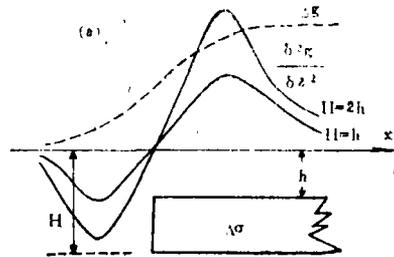


图4

则  $\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R/2)} / \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R)} = 16 = 2^{N+2}$ ，所以  $N = 2$ 。

用同样的推导，可以证明薄板和厚板的度数( $N$ )分别等于 1 和 0。由此可见，只要计算出  $\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{(R)}$  向下延拓到  $R/2$  深度的异常  $\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{(R/2)}$ ，就可求得后者与前者极大值的比值，进而求得地质体的度数  $N$ 。如果将厚板当作岩体来考虑，那么就可以根据  $N > 0$  还是  $N < 0$ ，来大致区分矿与非矿的二次导数异常。

为求  $\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R/2)}$  值，只需计算通过  $\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}}$  点的中心剖面的向下延拓  $R/2$  深度的  $\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R/2)}$  剖面即可。

现将二次导数曲线特征点上述比值与地质体度数  $N$  的关系列于表 2。

表 2

形态	比值	$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}}$	$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极小}}$	$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R/2)}$	$\left(\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R)}$	$N$
球体		13.0		$32 = 2^{N+3}$		3
水平圆柱体		3.0		$16 = 2^{N+3}$		2
薄板		4.0		$8 = 2^{N+3}$		1
厚板		1.0		$4 = 2^{N+2}$		0

## (二) 重力场 $\Delta g$ 的二次导数 $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ 异常特征

这里只介绍几种常见的地质体的重力场二次导数异常  $\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)$  的特征。

1. 球体：其正演公式为  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 3fM \frac{2R^3 - 3x^2R}{(x^2 + R^2)^{7/2}}$ ，其理论曲线如图 2 所示。其中

$$x_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} R, x_{\text{极大}} = 0, x_{\text{极小}} = \sqrt{\frac{4}{3}} R, \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}} / \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极小}} = 20.$$

2. 水平圆柱体：正演公式为  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 4f\lambda \frac{R(R^2 - 3x^2)}{(x^2 + R^2)^3}$ ，式中  $\lambda = \pi r^2 \sigma$ ，其理论曲线如图 3 所示，其中：

$$x_0 = \sqrt{\frac{8}{3}} R, x_{\text{极大}} = 0, x_{\text{极小}} = R, \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}} / \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极小}} = 4$$

3. 垂直断层：正演公式为  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 2f\sigma \left[ \frac{x}{x^2 + h^2} - \frac{x}{x^2 + H^2} \right]$ ，其理论曲线如图 4a 所示，当  $H/h$  比值增大，二次导数曲线的极值也增大，且梯度变陡， $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 0$  的点对于断层

位置。对于倾斜断层， $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 0$  的点将随倾角  $\alpha$  的减小而向外偏移(如图 4b)。

判别地质体度数的方法和上一节讲的方法一样，只要算出重力场向下延拓到  $R/2$  深度的

$\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{(R/2)}$  异常，就能求得  $\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R/2)} / \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R)}$  的比值，进而推算出地质体的度数  $N$ 。此比值与地质体度数的关系列于表 3：

表 8

形态	比值 $\left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R/2)} / \left(\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}\right)_{\text{极大}(R)}$	N
球 体	$16 = 2^{N+3}$	3
水平圆柱体	$8 = 2^{N+2}$	2
薄 板	$4 = 2^{N+1}$	1
厚 板	$2 = 2^{N+0}$	0

其中垂直断层或倾斜断层的  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  曲线呈不对称状，高密度体的一方一般不出现负值，而在另一方要出现负极值。

从某些地区的实例可看出，在  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  平面等值线图，断层带与沿一定走向呈串珠状排列的  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  局部异常带对应，如苏南陶关至小丹阳断层带在  $\Delta g$  平面图上以  $\Delta g$  梯度带形式出现，而在  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  平面图上则以沿北北东走向呈串珠状分布的  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  异常带出现。其断层线位置与  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 0$  这条等值线的位置基本上相对应。图 5 是该断层带上一个  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  局部异常。其曲线  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = 0$  点对应于断层线位置。这与由  $\Delta g$  拐点及垂向电测深  $\rho_k$  断面图所推的断层线位置一致，并且已由钻探验证属实。

## 二 计算二次导数异常的方法

(一) 计算公式 计算重磁场二次导数的公式是比较多的。通过实践，我们认为为了研究局部地质体的异常，以用罗森巴赫的公式较好，其公式是：

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \frac{1}{3r^2} \left[ 12Z(0) - 9\bar{Z}(r) - 4\bar{Z}(\sqrt{2}r) + \bar{Z}(\sqrt{5}r) \right]$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial z^2} = \frac{1}{3r^2} \left[ 12g(0) - 9\bar{g}(r) - 4\bar{g}(\sqrt{2}r) + \bar{g}(\sqrt{5}r) \right]$$

(二) 计算半径的选择 计算公式是以  $r \rightarrow 0$  为取其合理的近似方程为条件的， $r$  越小精度越高。但实际上  $r$  取的过小，将会增大计算过程的传递误差。而且取的过小，将突出浅部不均匀体的干扰场，使整个异常变杂乱。但取之过大也不相宜，因为它可以掩盖所需要的局部异常。

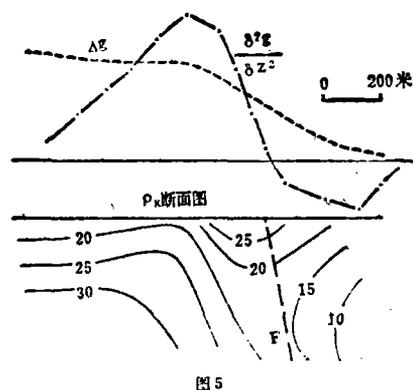
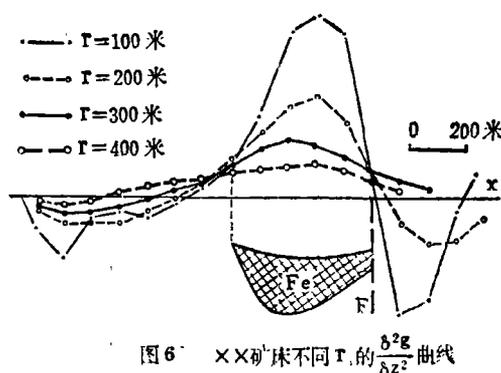


图 5

图 6  $\times \times$  矿床不同  $r$  的  $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  曲线

根据我们在一些矿区实践所取得的经验,认为最佳半径 $r$ 应小于勘探对象的埋深。为便于计算,又要求它等于点距的整数倍,则 $r = n\Delta x \leq h$ 。

同时,最佳半径还可从试验剖面上选取。即在同一剖面上,用接近勘探对象埋深的几组半径 $r_i$ 计算它的 $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$  (或 $\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$ )异常曲线,而后从有共同交点的几组半径中选取最佳半径。

图6是苏南某铁矿上的 $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ 剖面图。图上曲线是由100, 200, 300和400四组计算半径算出来的。矿体的实际埋深是300米,由图可见,以小于埋深的几组半径(100, 200和300米)计算的效果较好。它们在矿体边界上方均出现共同的交点,曲线也比较规则,异常的细节也很清楚。400米半径的曲线,由于所选半径太大,结果偏离了上述共同交点,而且异常变模糊。由此得出,最佳半径可能在几组有共同交点的 $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ 曲线的计算半径中选出。反过来讲,还可以由计算半径求出勘探对象的大致埋深,并根据共同交点求得矿体边界的位置。

在该实例中,还作了求产状公式可靠性的试验。按前述特殊点公式,求得矿体埋深为350米,比实际的埋深大。这主要是矿体形态并不是呈球状的缘故,但作为定性推断还是可取的。由几组半径的 $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ 曲线的共同交点位置所推断的矿体边界位置,与实际矿体边界位置基本吻合。

(三) 单位 我们认为重磁场二次导数异常的单位以取毫伽/米<sup>2</sup>和伽马/米<sup>2</sup>比较合适,可以直观地反映出二次导数的数学物理意义。

### 三 对二次导数方法的几点认识

(一) 重磁场二次导数方法,不同于一般多边形等区域场改正方法。它不仅可以用来作区域场改正,进行深度滤波,突出局部异常,而且还可以从它所具有的特殊数学物理场,通过适当的运算,来推断场源地质的埋深、边界位置以及构造线的分布状态。均由二次导数异常直接进行地质解释。

(二) 从一些实例来看,应用重力二次导数比应用磁力二次导数的效果更为显著。

图7是某矿上的 $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ 和 $\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$ 异常剖面。

对比 $\Delta g$ 和 $\Delta Z$ 剖面,可见 $\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}$ 异常对突出局部异常场的效果更显著。

在研究由全平面重力二次导数异常图上圈出来的局部异常时,应结合研究对象的大致埋深,重新选取计算半径进行二次场导数计算,以取得最佳的二次导数异常,从而获得最好的地质效果。

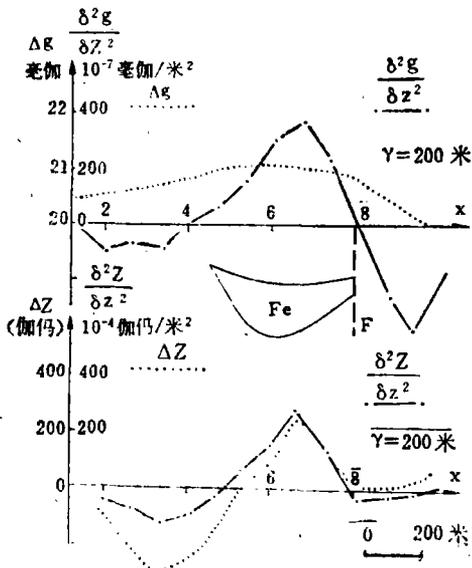


图7