

确定水平圆柱体中心埋深和走向长度的方法

江苏冶勘八一〇队 张重光

在磁异常解释工作中,磁性体的中心埋深和走向长度是确定磁性体的空间位置和几何尺度的主要参量,因而是异常解释的重要内容。在用似二度体模型对三度体磁异常进行选择法计算解释时,也首先遇到如何根据异常形态合理选取似二度体模型的中心埋深和走向长度的问题。对任意形状的三度体和任意截面的似二度体进行严格的理论计算将遇到数学上的困难。作为对这一问题的初步探讨,本文对有限长的水平圆柱体进行了讨论。现提出一种根据异常的特征点——零值点的位置来确定磁性体中心埋深和走向长度的方法。

一、原理

设水平圆柱体中心埋深为 h ,走向长度为 $2L$,截面半径为 R ,磁化强度 J 的三个分量为 J_x 、 J_y 、 J_z ,相应的单位长磁矩为 M_x 、 M_y 、 M_z 。坐标系 $oxyz$ 与磁性体空间位置的关系如图1所示: x 轴垂直于柱轴指向水平, y 轴平行于柱轴指向水平, z 轴垂直指

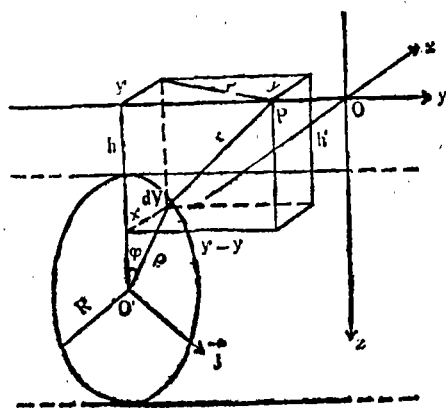


图1

向下并通过圆柱体中心。规定当 $\vec{M}_x$ 、 $\vec{M}_y$ 、 $\vec{M}_z$ 的指向与相应坐标轴正向相同时,取 M_x 、 M_y 、 $M_z > 0$,反之则取 M_x 、 M_y 、 $M_z < 0$ 。

由图1可见,水平圆柱体内位于 (x', y', z') 处的体积元 dv 在圆柱体中心纵剖面上的P点(坐标为 y)所产生的磁场强度为:

$$dZ = \frac{2h'^2 - r'^2}{r^5} dM_z - \frac{3h'(y' - y)}{r^5} dM_y - \frac{3h'x'}{r^5} dM_x \quad (1)$$

经柱坐标变换,式中 $x' = \rho \sin \phi$, $h' = h - \rho \cos \phi$, $r' = [x'^2 + (y' - y)^2]^{1/2}$, $r = [x'^2 + (y' - y)^2 + h'^2]^{1/2}$, $dM_i = J_i dv = J_i \rho d\rho d\phi dy'$ 。

整个圆柱体在P点的磁场强度为:

$$\begin{aligned} \Delta Z(y) &= \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_{-L}^L \left[\frac{2h' - r'^2}{r^5} J_z - \frac{3h'(y' - y)}{r^5} J_y - \frac{3h'x'}{r^5} J_x \right] \\ &\quad \rho d\rho d\phi dy' \\ &= \frac{M_z}{h^2} \left\{ \frac{[2h^2 + (L - y)^2](L - y)}{[h^2 + (L - y)^2]^{3/2}} + \frac{[2h^2 + (L + y)^2](L + y)}{[h^2 + (L + y)^2]^{3/2}} \right\} \\ &\quad - M_y h \left\{ \frac{1}{[h^2 + (L - y)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[h^2 + (L + y)^2]^{3/2}} \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

同样可求出中心横剖面上的磁场强度表达式(参见本刊76年第8期):

$$\Delta Z(x) = 2L \frac{M_z[(h^2 - x^2)(L^2 + x^2) + 2h^4] - M_x hx(3x^2 + 3h^2 + 2L^2)}{(x^2 + h^2)^2(x^2 + h^2 + L^2)^{3/2}} \quad (3)$$

令 $\Delta Z(y) = 0$, $\Delta Z(x) = 0$, 由(2)、(3)两式可得:

$$\begin{aligned} & -\frac{[2h^2 + (L-y)^2](L-y)}{[h^2 + (L-y)^2]^{3/2}} + \frac{[2h^2 + (L+y)^2](L+y)}{[h^2 + (L+y)^2]^{3/2}} \\ & = \left\{ -\frac{1}{[h^2 + (L-y)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[h^2 + (L+y)^2]^{3/2}} \right\} h^3 \operatorname{ctg} \beta \end{aligned} \quad (4)$$

$$(h^2 - x^2)(L^2 + x^2) + 2h^4 = (3x^2 + 3h^2 + 2L^2)hx \operatorname{ctg} \alpha \quad (5)$$

式中 β 、 α 分别为中心纵剖面 and 中心横剖面内的有效磁化倾角:

$$\operatorname{tg} \beta = M_z/M_y, \operatorname{tg} \alpha = M_z/M_x$$

(4)、(5)两式可化为:

$$\left| \frac{1 + \left(\frac{y}{h} - \frac{L}{h} \right)^2}{1 + \left(\frac{y}{h} + \frac{L}{h} \right)^2} \right|^{3/2} = \frac{2 \left(\frac{y}{h} - \frac{L}{h} \right) + \left(\frac{y}{h} - \frac{L}{h} \right)^3 + \operatorname{ctg} \beta}{2 \left(\frac{y}{h} + \frac{L}{h} \right) + \left(\frac{y}{h} + \frac{L}{h} \right)^3 + \operatorname{ctg} \beta} \quad (6)$$

$$\frac{L}{h} = \left\{ \frac{3 \frac{x}{h} [1 + (x/h)^2] + [(x/h)^4 - (x/h)^2 - 2] \operatorname{tg} \alpha}{[1 - (x/h)^2] \operatorname{tg} \alpha - 2(x/h)} \right\}^{1/2} \quad (7)$$

(6)、(7)两式给出了两条中心剖面上异常零值点(即 $\Delta Z = 0$ 的点)的坐标与圆柱体中心埋深和走向长度之间的关系, 设两条中心剖面上的零值点间距分别为 y_0 、 x_0 , 则由(6)、(7)两式可计算出 $\frac{y_0}{h}$ 和 $\frac{x_0}{h}$ 与

$\frac{L}{h}$ 的关系:

$$y_0/h = f(L/h) \quad (8)$$

$$x_0/h = \psi(L/h) \quad (9)$$

(8)、(9)两式相除可得:

$$y_0/x_0 = f(L/h)/\psi(L/h) = F(L/h) \quad (10)$$

因而, 我们可利用圆柱体中心纵剖面与中心横剖面上的 ΔZ 零值点间距之比 $\frac{y_0}{x_0}$ 由

(10)式求出 $\frac{L}{h}$, 再将求出的 $\frac{L}{h}$ 值代入(8)

式求出 $\frac{y_0}{h}$, 因 y_0 是已知的, 从而可以算出

h ; 又因 $\frac{L}{h}$ 值已求出, 从而又可算出 L 。在

实际应用时, 可将 $\frac{y_0}{x_0} = F\left(\frac{L}{h}\right)$ 和 $\frac{y_0}{h}$

$= f\left(\frac{L}{h}\right)$ 画成曲线, 从曲线图上可以很方便地查出 $\frac{L}{h}$ 和 $\frac{y_0}{h}$ 。当然亦可同样利用

$\frac{x_0}{h} = \psi\left(\frac{L}{h}\right)$ 曲线来求出 $\frac{x_0}{h}$, 因 x_0 已

知, 从而也可算出 h 。一般来说, y_0 与 L 的关系要比 x_0 与 L 的关系更为密切, 即 y_0 随 L 的变化要比 x_0 随 L 的变化更为显著, 所以实际

工作中以应用 $\frac{y_0}{h} = f\left(\frac{L}{h}\right)$ 曲线为好。

以 $\frac{x}{h}$ 为自变量, α 为参变量, 按(7)

式计算出的 $\frac{x_0}{h}$ 与 $\frac{L}{h}$ 的关系列于表 1。

(6)式所表示的 $\frac{y}{h}$ 与 $\frac{L}{h}$ 的关系是隐函

数关系 无法求出解析表达式 $\frac{y}{h} = f\left(\frac{L}{h}\right)$

或 $\frac{L}{h} = f\left(\frac{y}{h}\right)$, 因而给直接计算带来困

难。这里采用试解法求出了(6)式的一系列数值解, 计算结果列于表 2 (以 β 为参变量)。

以 $\frac{L}{h}$ 为横坐标, $\frac{y_0}{h}$ 为纵坐标, 作出 $\frac{y_0}{h}$

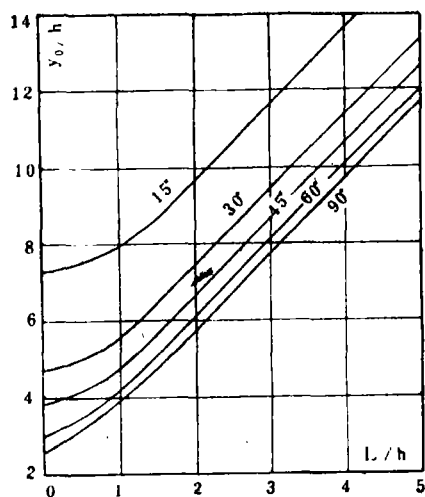


图 2

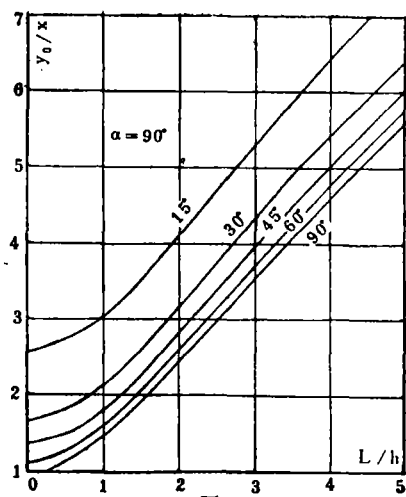


图 3

表 1

α	L/h	0.2	0.3	0.5	0.7	1	1.5	2	3	4	5
90°	x_0/y	2.81	2.80	2.76	2.70	2.62	2.48	2.33	2.19	2.10	2.08
75°		2.95	2.93	2.89	2.83	2.75	2.59	2.46	2.29	2.20	2.15
60°		3.31	3.30	3.26	3.22	3.14	3.00	2.87	2.65	2.52	2.45
45°		4.12	4.10	4.08	4.05	3.99	3.87	3.73	3.48	3.27	3.13
30°		5.92	5.91	5.90	5.89	5.84	5.76	5.65	5.40	5.12	4.87
15°		11.51	11.50	11.49	11.49	11.48	11.44	11.40	11.26	11.06	10.84

表 2

β	L/h	0.2	0.3	0.5	0.7	1	1.5	2	3	4	5
90°	y_0/a	2.75	2.86	3.12	3.41	3.87	4.72	5.66	7.62	9.60	11.60
75°		2.83	2.93	3.16	3.46	3.93	4.83	5.78	7.74	9.68	11.66
60°		3.16	3.22	3.41	3.66	4.16	5.06	6.03	7.98	9.92	11.89
45°		3.93	3.97	4.09	4.28	4.69	5.58	6.53	8.52	10.50	12.46
30°		4.76	4.81	4.94	5.13	5.50	6.35	7.29	9.27	11.23	13.19
15°		7.32	7.35	7.45	7.59	7.85	8.56	9.51	11.49	11.47	15.47

$=f\left(\frac{L}{h}\right)$ 曲线如图 2 所示, 图中曲线上的数字为参量 β 角的度数。

由表 1、表 2 按(10)式计算出的 $\frac{y_0}{x_0}$ 与 $\frac{L}{h}$ 的关系列于表 3。可以 $\frac{L}{h}$ 为横坐标,

$\frac{y_0}{x_0}$ 为纵坐标, α 、 β 为参变量, 作出 $\frac{y_0}{x_0} = F\left(\frac{L}{h}\right)$ 曲线, 以便于实际应用。 $\alpha = 90^\circ$ 的这种曲线如图 3 所示。

表 3

$\begin{array}{c} \gamma_0/x_0 \\ \alpha \quad \beta \end{array}$		0.2	0.3	0.5	0.7	1	1.5	2	3	4	5
90°	90°	0.98	1.02	1.13	1.28	1.48	1.90	2.43	3.48	4.57	5.58
	75°	1.01	1.05	1.15	1.28	1.50	1.95	2.48	3.53	4.61	5.60
	60°	1.12	1.15	1.24	1.36	1.59	2.04	2.58	3.64	4.73	5.71
	45°	1.40	1.42	1.48	1.59	1.79	2.25	2.80	3.89	5.00	5.99
	30°	1.70	1.72	1.79	1.90	2.10	2.56	3.13	4.24	5.35	6.34
	15°	2.60	2.62	2.70	2.81	3.00	3.45	4.06	5.25	6.40	7.44
75°	90°	0.93	0.98	1.08	1.20	1.41	1.82	2.30	3.33	4.36	5.40
	75°	0.96	1.00	1.09	1.22	1.43	1.87	2.35	3.38	4.40	5.42
	60°	1.07	1.10	1.18	1.29	1.51	1.96	2.45	3.48	4.50	5.53
	45°	1.33	1.36	1.42	1.51	1.71	2.16	2.66	3.72	4.77	5.80
	30°	1.61	1.64	1.71	1.81	2.00	2.45	2.96	4.05	5.11	6.14
	15°	2.48	2.51	2.58	2.68	2.86	3.31	3.87	5.01	6.13	7.20
60°	90°	0.83	0.87	0.96	1.06	1.23	1.58	1.97	2.88	3.81	4.74
	75°	0.85	0.89	0.97	1.07	1.25	1.61	2.01	2.92	3.84	4.76
	60°	0.95	0.98	1.05	1.14	1.33	1.69	2.10	3.01	3.94	4.85
	45°	1.19	1.20	1.26	1.33	1.49	1.86	2.28	3.22	4.16	5.09
	30°	1.44	1.46	1.52	1.59	1.75	2.12	2.54	3.50	4.46	5.39
	15°	2.21	2.23	2.28	2.36	2.50	2.86	3.32	4.34	5.35	6.31
45°	90°	0.67	0.70	0.76	0.84	0.97	1.22	1.52	2.19	2.94	3.70
	75°	0.69	0.71	0.77	0.85	0.99	1.25	1.55	2.23	2.96	3.72
	60°	0.77	0.79	0.84	0.90	1.04	1.31	1.62	2.30	3.04	3.80
	45°	0.95	0.97	1.00	1.06	1.18	1.44	1.75	2.45	3.22	3.98
	30°	1.16	1.18	1.21	1.27	1.38	1.64	1.96	2.66	3.44	4.21
	15°	1.78	1.80	1.83	1.88	1.97	2.22	2.55	3.30	4.12	4.94
30°	90°	0.46	0.48	0.53	0.58	0.66	0.82	1.00	1.41	1.88	2.38
	75°	0.48	0.50	0.54	0.59	0.67	0.84	1.02	1.43	1.89	2.39
	60°	0.53	0.55	0.58	0.62	0.71	0.88	1.07	1.48	1.94	2.44
	45°	0.66	0.67	0.69	0.73	0.80	0.97	1.16	1.58	2.05	2.56
	30°	0.80	0.81	0.84	0.87	0.94	1.10	1.29	1.72	2.19	2.71
	15°	1.24	1.25	1.28	1.29	1.35	1.49	1.68	2.13	2.63	3.18
15°	90°	0.24	0.25	0.27	0.30	0.34	0.41	0.50	0.68	0.87	1.07
	75°	0.25	0.26	0.28	0.31	0.35	0.42	0.51	0.69	0.88	1.08
	60°	0.27	0.28	0.30	0.32	0.36	0.44	0.53	0.71	0.90	1.10
	45°	0.34	0.35	0.36	0.37	0.41	0.49	0.57	0.76	0.95	1.15
	30°	0.41	0.42	0.43	0.45	0.48	0.56	0.64	0.82	1.02	1.22
	15°	0.63	0.64	0.65	0.66	0.68	0.75	0.83	1.02	1.22	1.43

二、使用方法

1. 根据已有资料判定磁性体的走向方向和磁性体中心在地表的投影位置, 作出磁性体中心纵剖面 and 中心横剖面异常曲线图;

2. 对上述两条异常剖面消除叠加干扰, 进行圆滑处理、地形改正和正常场改正;

3. 从经过以上处理后的两条异常剖面上量取 ΔZ 零值点间距 y_0 和 x_0 ;

4. 根据磁性体的磁化方向换算出两条中心剖面内的有效磁化倾角 α 和 β , 计算公式:

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\operatorname{tg} I}{\sin(A-D)} \right],$$

$$\beta = \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\operatorname{tg} I}{\cos(A-D)} \right]$$

式中 I 为总磁化强度 $\vec{J}$ 的倾角, A 为 y 轴 (即磁性体走向) 的方位角, D 为总磁化强度 $\vec{J}$ 的方位角;

5. 根据 $\frac{y_0}{x_0}$ 、 α 、 β 从表 3 或图 3 中查出相应的 $\frac{L}{h}$ (当 α 或 $\beta = 90^\circ$ 时 令 $\alpha' = 180^\circ - \alpha$ $\beta' = 180^\circ - \beta$, 根据 α' 或 β' 查表即可);

6. 根据 $\frac{L}{h}$ 、 β 从表 2 或图 2 中查出相应的 $\frac{y_0}{h}$ (当 $\beta = 90^\circ$, 亦同上按 $\beta' = 180^\circ - \beta$ 查表);

7. 根据 y_0 、 $\frac{y_0}{h}$ 、 $\frac{L}{h}$ 计算 h 和 L 。

三、计算举例

对于水平圆柱体, 本方法无疑是适用的, 因而不举水平圆柱体的例子。为了说明本方法对其他形状的似二度体的近似适用程度, 这里举一个水平长方柱体的例子。

例: 设水平长方柱体中心埋深 $h = 5$ 厘米, 横截面长边 $2a = 3$ 厘米, 短边 $2b = 2$ 厘米, 走向长度 $2L = 5$ 厘米 中心横剖面 and 中心纵剖面内的有效磁化倾角 $\alpha = \beta = 60^\circ$, 试用本方法求其中心埋深和走向长度。

首先计算出该磁性体的中心横剖面和中心纵剖面的异常曲线, 从这两条剖面图中量得 $x_0 = 15.8$ 厘米 $y_0 = 16.8$ 厘米, 从而 $\frac{y_0}{x_0}$

$$= \frac{16.8}{15.8} = 1.06;$$

根据 $\frac{y_0}{x_0}$ 、 α 、 β 从表 3 或相应的曲线图

上可查出此时 $\frac{L}{h} = 0.52$;

根据查出的 $\frac{L}{h}$ 值、 β 角从表 2 或相应的

曲线图上可查出此时 $\frac{y_0}{h} = 3.43$;

$$\text{计算: } h = \frac{y_0}{3.43} = \frac{16.8}{3.43} = 4.90 \text{ 厘米}$$

$$L = 0.52h = 0.52 \times 4.90 = 2.55 \text{ 厘米,}$$

$$2L = 5.10 \text{ 厘米。}$$

与原来假设的理论中心埋深和理论走向长度相比, 计算误差为: 中心埋深 2% 走向长度 2%。这里由于磁性体不是圆柱体 计算结果出现误差, 在本例的具体条件下, 误差是较小的。

四、说明

1. 本方法原则上对水平地形、均匀磁化的水平圆柱体适用, 实际工作中当这些条件并不完全满足时, 应用本方法计算将产生一定的误差, 计算结果仅具有一定程度的参考价值。一般来说, 对于截面近等轴状的似二度体, 本方法还是基本适用的。在对磁异常进行初步推断解释时, 应用本方法大致计算出磁性体的中心埋深和走向长度, 对于进一步的计算解释和勘探工程的合理布置都具有直接的指导意义。

2. 本方法计算过程简单, 计算结果的准确度与磁化强度的大小无关, 但与磁化强度的方向和零值点间距大小密切相关, 因而在具体计算之前, 要求根据已知的物探、地质等资料预先确定磁性体的两条中心剖面的位置, 如果剖面方位、剖面位置、正常场改正值、磁化方向选取不当以及叠加干扰异常和地形影响消除不当, 都将影响计算结果的准确性。特别在斜磁化情况下, 磁性体中心纵剖面和中心横剖面的方位并不分别与异常长轴和短轴的方位一致, 二者相差一个角度; 磁性体中心的地表投影位置也并不与异常极大值位置重合, 二者相差一个距离, 这一点在异常平面图上截取两条中心剖面时必须加以注意。至于这种角度差和距离差与磁化方向之间的具体数量关系则比较复杂, 本文不予讨论。另外, 缓倾斜磁化时, 异常剖面曲线有一侧下降很缓, 此侧的零值点位置不易定准, 这也容易使计算结果出现误差。