

点源电场地形影响的计算方法

云南冶金地质勘探公司物探队

山区地形起伏不平,给电阻率法勘探带来严重的地形影响。为了对实测资料作出正确的推断解释,必须进行地形改正。在电阻率法工作中均用点状电极供电和测量。计算点源电场受实际地形的影响是极为困难的,所以过去通常是用土槽或水槽实验来模拟。由于造型繁琐复杂,实验精度不高,以致这种模拟方法在实际中应用不广。在解释山区电测结果时,往往借用线源电场的理论计算(或模拟实验)对点源电场所测资料的地形影响作近似的改正。但是点源电场和线源电场之间存在着一定的差别。当地形坡度较陡(30° 以上)时,在两种情况下测得的曲线有明显的差异。如用线源电场曲线来作地形改正,就不可靠。为此,要寻求点源电场地形影响的计算方法。

纯地形影响理论问题的实质是求解均匀且各向同性介质的地形表面上点电源所产生的电位。但是,一般地形上电位方程的边值问题很难解析。仅在极简单的二度体角域地形上,点电源场的电位能够求得完全解。从而计算出角域的视电阻率畸变曲线,再通过组合迭加,计算出复杂二度体地形对点源电场的影响。

本文省略了公式的推导,简述用电子计算机计算地形影响的方法。通过实例说明方法的使用和效果。此外还介绍了量板。这些初步成果,仅供同志们参考,谬误之处,请不吝指正。

一、基本公式

1. 角域及其电位畸变值

图1为角域的剖面图,只有一个地形拐点,两侧坡长“无限”。左、右坡面与水平面所呈角度分别为 α 和 β 。并规定斜坡在水平轴(x 轴)的下面时,坡角取负值;在 x 轴的上面取正值。顶角 $\phi = \pi + \beta + \alpha$ 。

以角域拐点为原点,建立圆柱坐标系,电源点坐标为 $(r_c, 0, 0)$,测量点坐标为 (r_p, θ, z) 。 r_c 、 r_p 分别为电源点和测量点的径向坐标,规定左坡的 r 取负值,右坡的 r 取正值。电源点所在坡上 $\theta = 0$,另一坡 $\theta = \phi$ 。如果仅讨论测线与地形走向正交情况,则 $z = 0$ 。

角域地表的电位 V 与正常场电位 V_0 (相当于 $\phi = 180^\circ$ 的平地情况)的比值 V/V_0 是电位畸变值,用符号 U 表示。经过解方程推导出下列三种情况的角域电位畸变值公式:

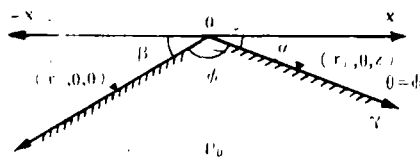


图1

(i) 一般情况:

$$U_1 = \frac{2|1-T|}{\phi\sqrt{t}} \cdot \left\{ \frac{1}{2} Q_{-\frac{1}{2}}(\xi) + \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\tau}{t} \right)^m Q_{\frac{m\pi}{\phi} - \frac{1}{2}}(\xi) \right\} \quad (1)$$

其中 $\tau = \frac{r_p}{r_c}$, (或 $\frac{r_c}{r_p}$),

$$t = |\tau|, \xi = \frac{1+t^2}{2t}$$

$Q_v(\xi)$ 为第二类勒让德函数。

(ii) 当电源点和测量点分别在两坡, 而且两者到拐点之斜距相等情况, 即 $r_c = r_p$ 时,

$$U_2 = \frac{4}{\phi} \cdot \left\{ -\frac{\pi}{4} + \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \left[\Psi\left(m + \frac{1}{2}\right) - \Psi\left(\frac{\pi m}{\phi} + \frac{1}{2}\right) \right] \right\} \quad (2)$$

其中 Ψ 函数即为 Γ 函数的对数微商。

(iii) 电源点或测量点在拐点, 即 $r_c = 0$ 或 $r_p = 0$ 时:

$$U_3 = \frac{\pi}{\phi} \quad (3)$$

2. 角域视电阻率畸变值的计算

由电位畸变值计算三极装置 (AMN、MNB) 视电阻率畸变值的公式是

$$\begin{aligned} \left(\frac{\rho_s}{\rho_0} \right)^A &= \frac{K}{2\pi} \left[\frac{U(\tau_{AM})}{|r_A - r_M|} - \frac{U(\tau_{AN})}{|r_A - r_N|} \right] \\ \left(\frac{\rho_s}{\rho_0} \right)^B &= \frac{K}{2\pi} \left[\frac{U(\tau_{BM})}{|r_B - r_M|} - \frac{U(\tau_{BN})}{|r_B - r_N|} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

其中 K 为装置系数, $K = 2\pi \frac{AM \cdot AN}{MN}$ 。

一般是按水平距离布极, 在角域上的径向坐标应由其水平坐标来推算:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{左坡: } r = x / \cos \beta, (x < 0, r < 0) \\ \text{右坡: } r = x / \cos \alpha, (x > 0, r > 0) \end{array} \right\} \quad (5)$$

3. 复杂地形曲线的计算

复杂地形的影响, 可以通过组合迭加来近似计算。因为, 任意二度体地形的地形剖

面均可用折线来拟合。将每一个转折拐点, 作为角域的顶点, 就分解出若干个角域。所以, 角域就可称为组成复杂地形的“基本单元”。当用几个角域组合复合地形时, 相邻两角域之左角域的右坡必然与右角域的左坡反向重合, 即保持 $\alpha_j = -\beta_{j+1}$ 。

在各个角域上的供电点, 测量点的水平位置互相对齐的前提下, 复合地形上每一点的视电阻率畸变值与各个角域视电阻率畸变值的关系, 可以用相乘迭加公式来近似描写:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\rho_s}{\rho_0} \right)_{\text{合}} &\approx \left(\frac{\rho_s}{\rho_0} \right)_1 \cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_0} \right)_2 \cdot \frac{1}{\cos \beta_2} \\ &\cdot \left(\frac{\rho_s}{\rho_0} \right)_3 \cdot \frac{1}{\cos \beta_3} \cdots \cdots \\ &\left(\frac{\rho_s}{\rho_0} \right)_j \cdot \frac{1}{\cos \beta_j} \end{aligned} \quad (6)$$

实验证明相乘迭加所引起的平均近似误差和允许的观测误差相当。这种经验公式能满足精度。逐点运用 (6) 式, 使得整条复合地形曲线。

二、用电子计算机计算地形影响的方法

在一条剖面上, 复杂二度体地形影响的计算包括若干个角域畸变值的计算以及它们互相对应后的组合迭加。应用电子计算机来自动执行全部计算过程, 就能快速、正确地算出复合地形视电阻率畸变曲线。整个测区要作面积性地形改正时, 电子计算机就可以连续地对逐条剖面进行计算。

1. 程序设计

电子计算机的计算程序按照 (1) ~ (6) 式等数学表达式和有关逻辑判别式设计。可以采用 ALGOL-60 自动化语言来编写程序。

图 2 为联合剖面法地形影响曲线的计算程序的简单方框图。

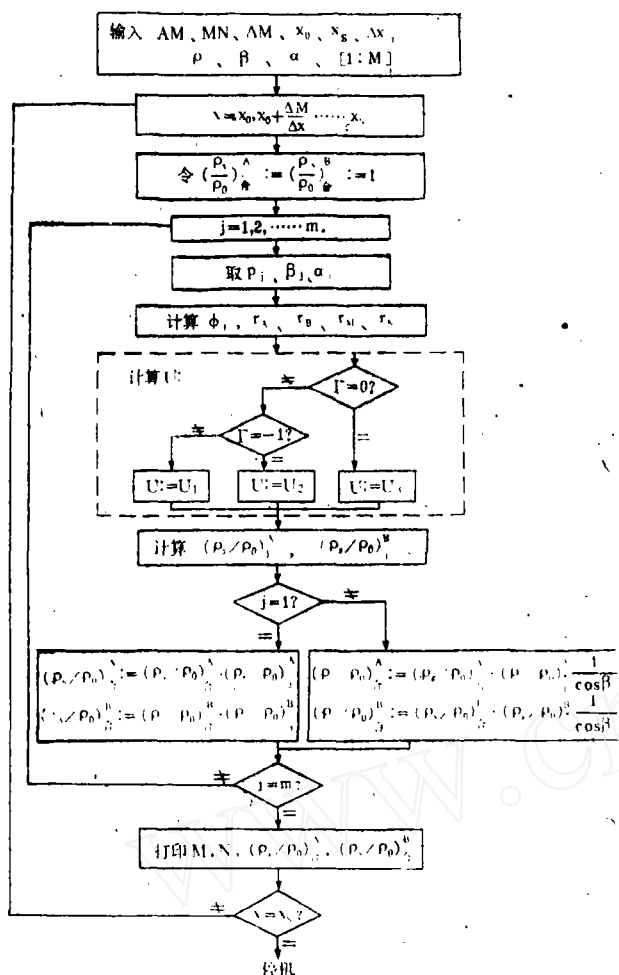


图2 计算程序方框图

框图中 x 表示 M 极的点号, x_0 、 x_s 为 M 极的起、止点号。 Δx 是测点间距; ΔM 为电法观测点距。 p_j 、 β_j 、 α_j 表示第 j 个角域的拐点号及其左、右坡角, 其顶角为 ϕ_j ($\phi_j = \pi + \alpha_j + \beta_j$)。

r_M 、 r_N 、 r_A 、 r_B 是 M 、 N 、 A 、 B 极在第 j 个角域上的径向坐标, 它们根据水平坐标 (x_M 、 x_N 、 x_A 、 x_B) 用 (5) 式推算, 然而,

$$x_M = (x - p_j) \cdot \Delta x, \quad x_N = x_M + MN,$$

$$x_A = x_M - AM, \quad x_B = x_N + AM.$$

U_1 、 U_2 、 U_3 分别用 (1)、(2)、(3) 式计算。电位畸变值 U 的计算过程比较复杂, 它涉及到一些特殊函数、级数及其累和。如第二类勒让德函数的计算又包含了伽马函数和超几何级数等函数过程。

程序编好后, 其他工作步骤就非常简便了。

2. 应用实例

图3为某金属矿区的地形地质剖面 and 联合剖面法成果图。电法工作的目的是在大理岩区寻找含矿断裂带。野外实测曲线(图3-I)在20号附近呈现明显的低阻正交点, 这与已知大断层构造位置相符, 似乎异常就由它引起。但这里正是山谷, 而且浮土加厚, 这些干扰也能产生低阻正交异常。此外, 在31号点前后 ρ_s^A 和 ρ_s^B 之间歧离带变化较大, 推断其右侧有“弱异常”存在。该线地形连续起伏, 必须对实测曲线进行地形改正后, 才能正确解释异常, 推断出良导体位置。

(i) 分解地形 在实际地形剖面上, 按角域分解地形。先选择若干地形拐点

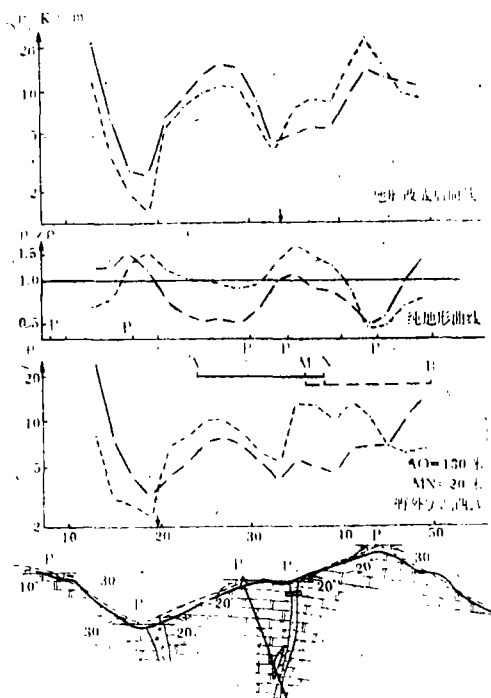


图3 36线联合剖面电算法地改成果图

作为角域顶点, 图3中取8、18、30、34和44号五个拐点。拐点之间地形视为直线, 图中用

虚线把拐点相联。然后，量出拐点左、右两侧的坡角。

(ii) 数据准备 将电算所需数据填写在表格中，以便穿孔成数据纸带。该线的有关数据列入表 1。

表 1

AM: 120 (米)		MN: 20 (米)	$\Delta M: 20$ (米)
$x_0: 12$		$x_1: 48$	$\Delta x: 1$ (米)
j	P	β	α
1	8	10°	-30°
2	18	30°	20°
8	30	-20°	0°
4	34	0°	20°
5	44	-20°	-30°

(iii) 上机计算 输入程序纸带和数据纸带后，电子计算机即自动执行计算，逐点打印出测点的M、N点号和地形的 $(\frac{\rho_s}{\rho_0})^A$ 、

$(\frac{\rho_s}{\rho_0})^B$ 数据 (图 3-I)。再用它们去除

野外实测数据 (ρ_s^A) 、 ρ_s^B 后，获得地形改正后的曲线 (图 3-III)。在DSS-21型电子计算机上用20分钟就完成了这条测线的计算。

在经过地形改正后的曲线上，地形干扰已大大削弱，突出了地电体的异常。图3-III曲线的正交点位移到34号附近，指示出良导性矿体位置。而在20号附近 ρ_s^A 与 ρ_s^B 曲线靠拢，但未相交，这是平行干扰体的次级异常。它与良导体相距接近AO，推断此次级异常是由导电性稍差、浅而宽的非矿大断层引起。坑道和钻孔揭露情况与地改后曲线的推断解释基本一致。

对电测深法也可编制类似程序。

当具备这些常用的现成程序后，野外队在作地形改正时只需填写数据表，委托有电子计算机的单位上机，就能算得消除地形影

响的电测曲线。

三、角域U量板

在没有条件使用电子计算机的单位，可用“角域电位畸变值量板”或“角域视电阻率畸变曲线图册”来计算地形影响。量板 (简称“U”量板) 和图册是由电子计算机根据 (1) (2) (3) 式的计算结果编制的。量板的使用只涉及一些算术运算，图册的使用则更为简单。

在U量板中，令 $\phi=90^\circ \sim 170^\circ$ 、 $190^\circ \sim 270^\circ$ ，取 π 为 $(-1, 1)$ 中一系列数值，求得对应的U值。制成表格或绘成 $U \sim \Gamma$ 列线图，图4就是U量板图。其中 Γ 为自变量， $1 > \Gamma \geq 0$ (图中左半部) 对应于电源点和测量点同在一个坡上情况， $0 > \Gamma \geq -1$ (图中右半部) 对应于两者在不同坡上情况。当 $\phi < 180^\circ$ ，相当于无限长山脊地形时，U值均大于1，当 $\phi > 180^\circ$ ，相当于无限长山谷

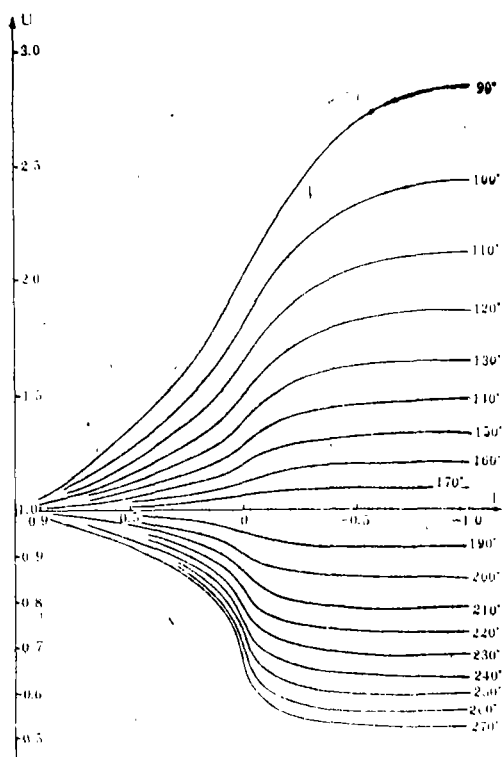


图 4 点源场角域电位畸变值量板

地形时, U 值均小于 1。

量板的使用方法:

(i) 根据电极的水平坐标 x_A, x_M, x_N, x_B , 用 (5) 式推算其径向坐标 r_A, r_M, r_N, r_B 。

(ii) 将供电极和测量极的径向坐标相除, 求出各个 Γ 值。注意 Γ 值不应超过 $(-1, 1)$ 范围, 否则用其倒数。例如:

$$\Gamma_{AM} = \begin{cases} \frac{r_M}{r_A}, & \text{当 } |r_M| < |r_A| \\ \frac{r_A}{r_M}, & \text{当 } |r_M| > |r_A| \end{cases} \quad (7)$$

(iii) 应用量板查出对应于 Γ 值的 U 数据。如在量板图上由 Γ_{AM} 值定横坐标位置, 在相应于该角域顶角 ϕ 值的某条曲线上, 查出对应的纵坐标值, 就是 $U(\Gamma_{AM})$ 数据。

(iv) 将上述数据代入 (4) 式, 算出 $(\frac{\rho_s}{\rho_0})$ 值。若逐点移动电极的 x 坐标, 便可算得角域的整条视电阻率畸变曲线。

为了保证计算精度, U 值应精确到小数点后第三位。因而量板图应做得足够大。更好的办法是用 $\Delta\Gamma=0.001$ 的详细的量板数据表, 读得 U 值。

由此可见, 应用量板和 (4)、(5)、(7) 等式, 可以计算各种坡度的二度体角域上 $MN \neq 0$ 情况的多种极距, 多种装置

(联合剖面、电测深等) 的视电阻率畸变值曲线。

在计算角域联合剖面曲线时, 考虑到对称关系和电极互换原则, 计算工作量减少一半。

此外, 为了实用方便, 已算出系统的角域视电阻率畸变曲线。坡角 β 或 α 分别为 $-60^\circ, -50^\circ \dots 0^\circ, 10^\circ \dots 60^\circ$, 共计七十余种角域, 编制出电剖面曲线图册和电测深曲线图册。本文不赘述。

欲计算复杂地形影响曲线, 要根据地形剖面划分出角域, 再用 U 量板计算各个角域曲线(或者从图册中找出所需的几条曲线)。然后, 按它们拐点的点号, 确定各角域的对位位置, 最后由 (6) 式组合迭加, 获得复合地形曲线。

本文所述理论方法能计算出点源场二度体地形视电阻率畸变曲线。它不但适用于走向“无限长”的二度体地形, 还可应用于走向长度很小的山谷地形和山顶走向长度大于极距的山脊地形。对于山脊走向长度更小情况的三度体地形, 用这种方法作地形改正后, 也能在实测资料中削弱部分地形干扰。

工作中曾得到云南大学、云南光学仪器厂、冶金部物探公司、中南矿冶学院和成都地质学院等单位的指导和帮助, 在此一并表示感谢。

