

关于磁参数统计的讨论

安徽冶勘808队 吴 虹

地质体磁性的概率分布规律,在文献上已有过讨论。这里只是联系本地区的实际,作进一步探讨,以便为今后本区磁参数确定一种客观的统计方法。

问题的提出

关于磁参数的统计方法,规范上规定:当标本数 $n \geq 30$ 时,要求用数理统计方法,即通过绘制概率分布曲线的方法来求最或然值;当 $n < 30$ 时,

要求用 $K = \sqrt[n]{K'_1 \cdot K'_2 \cdot \dots \cdot K'_n}$ 式求几何平

均值。前一规定在理论上虽是严格的,但在实际工作中比较麻烦,尤其是当 n 很大时更是如此。后一规定只承认地质体磁性除几何

正态分布外,别无其它类型的分布。过去没有结合本地区实际情况,对磁参数进行统计研究,因此所用的统计方法比较混乱。几何平均值、算术平均值、几何最或然值都使用过,有时是单独用,有时是混合用,缺乏客观的依据,以致使成果解释的准确性和精确性受到影响。所以需要有一个简便而又合理的统计磁参数的方法。

实际资料所表明的规律

为解决上面所提出的问题,对钟姑矿田某些矿区已验证的一批磁异常进行了磁性分布特点的研究,测定了大量岩心、矿心的磁参数,获得了该区不同地质体的磁参数数据。图1至图4是四个矿区的 K' 及 J'_r 的算术值与对数值的概率分布图。

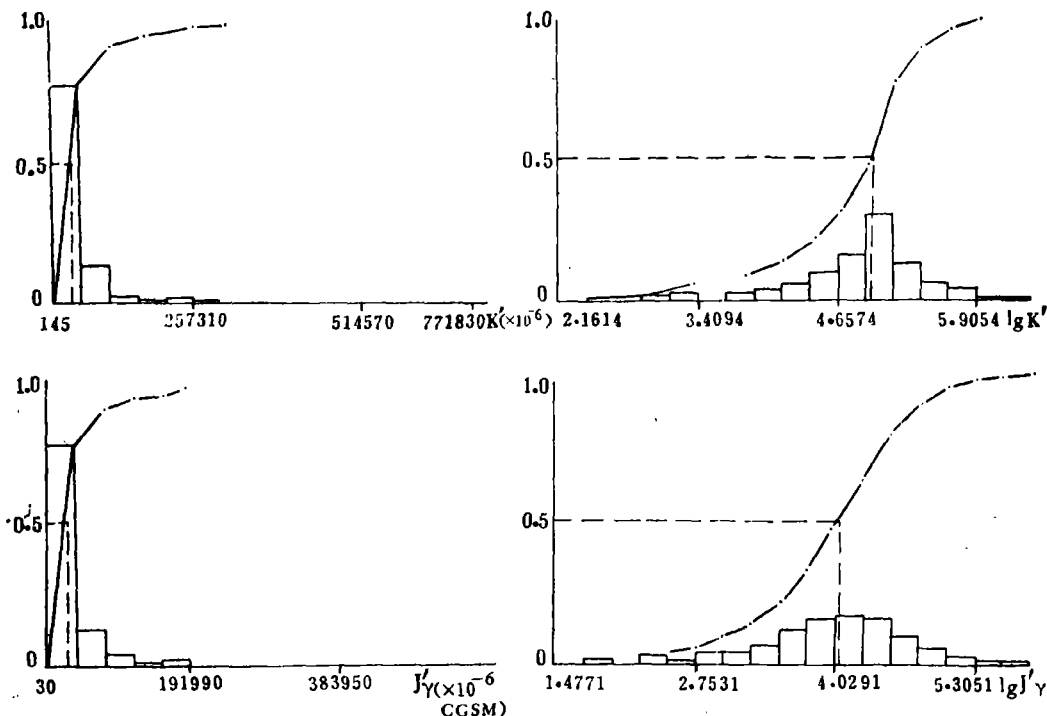


图1 白象山磁铁矿磁性概率分布图

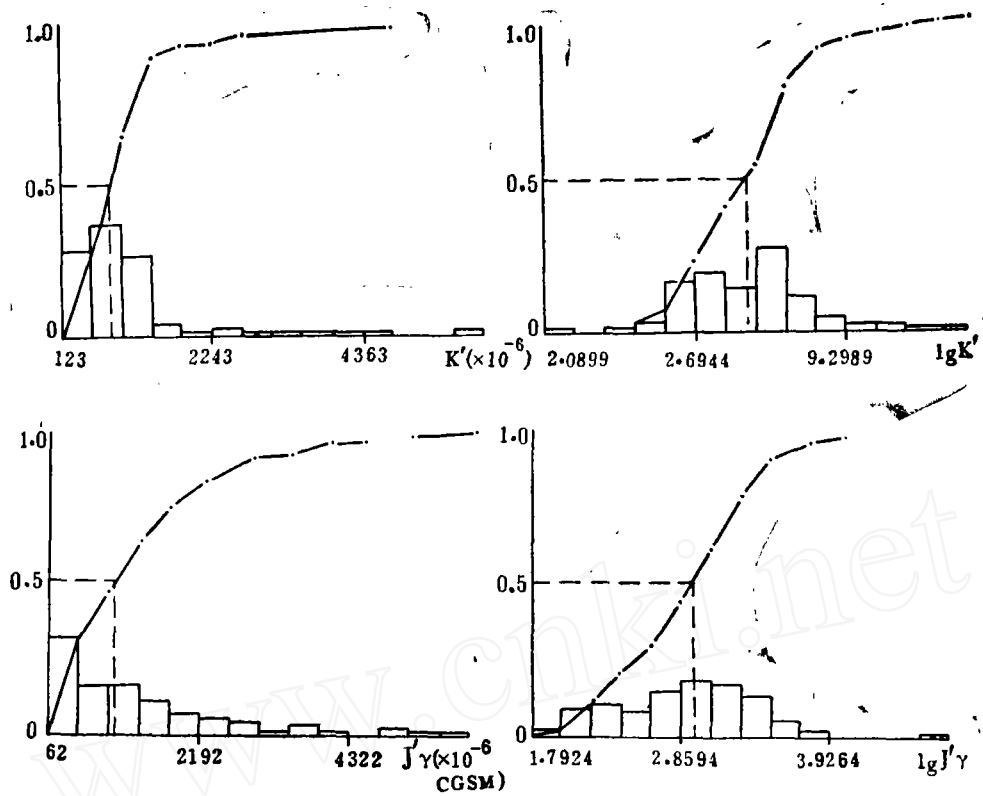


图2 阳湖塘黑云母辉石闪长岩磁性概率分布图

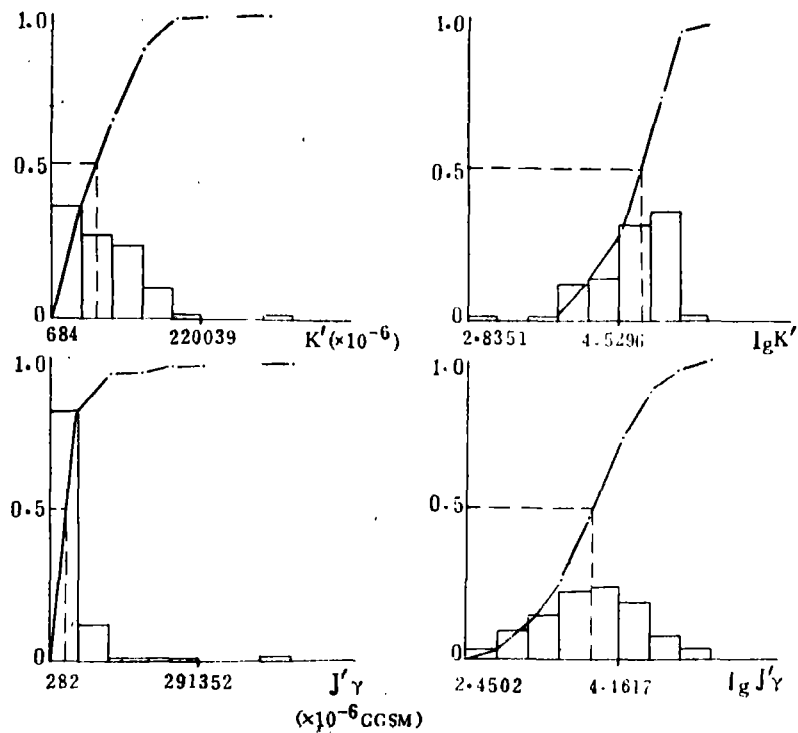


图3
龙山磁铁矿磁性
概率分布图

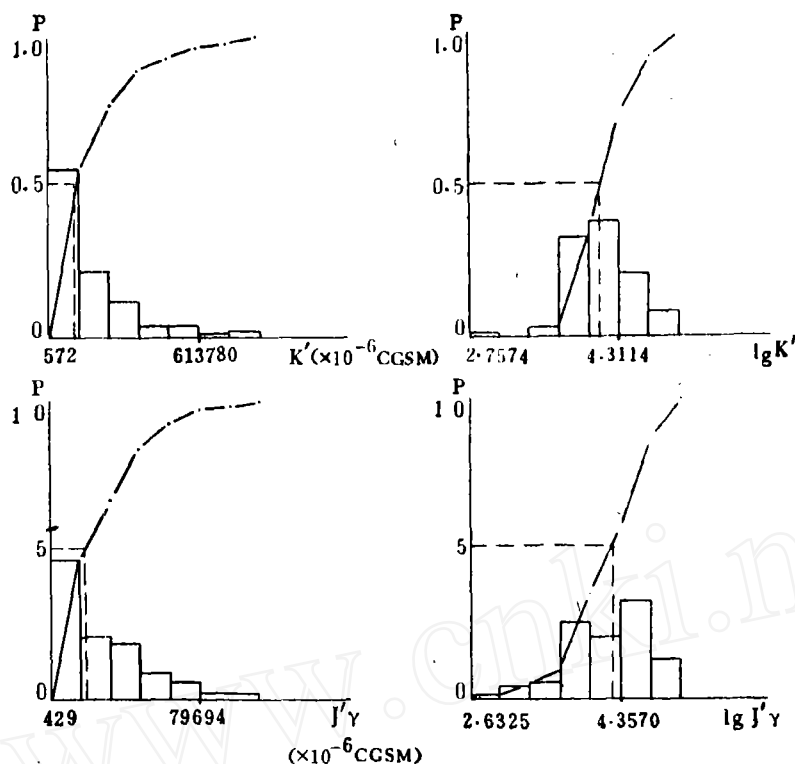


图4 钟九赤磁铁矿磁性概率分布图

以上四例中,少数图形反映的对数正态分布特征虽不够完满,但并不影响下面的讨论。分布曲线出现两个或两个以上的峰值,属于多个母体的叠加问题,在统计时是可以避免的。就是在这种出现两个峰值的图形中,也有着和大多数图形一样的规律性。也就是说,在单一的地质母体中, K' 和 J'_r 的概率分布都是服从对数正态分布律,而不是服从算术正态分布律。可以证明,对于服从对数正态分布律的地质体,其磁参数对数的平均数就是它的最或然值,而且 n 越大,磁参数的几何平均值就越有代表性。

“误差”分析

为检查上述两个结论的可靠性,现作如

下“误差”分析。

设 A_s 为地质体磁参数真实的平均数, A_1 为计算获得的平均数, A_2 为根据所绘的概率分布图得到的最或然值。三者都代表同一地质体中已写成对数形式的特征数。

以下比较 A_s 分别和 A_1 、 A_2 在不同条件下接近的情况:

1. 正态分布情况 (图5):

(1) $n < 30$, 这时必需求几何平均值, 无所谓比较。

(2) $n > 30$, $A_1 - A_s = 0$, $A_2 - A_s = 0$, 即 $A_1 = A_s = X_{1,2}$ 。

2. 受非随机因素影响, 分布曲线呈现畸变的情形 (图6、图7):

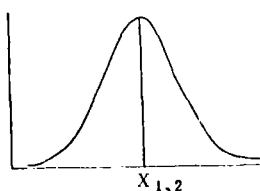


图5

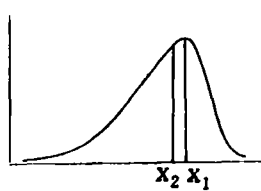


图6

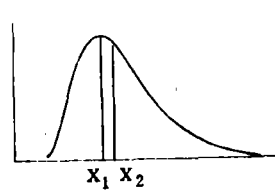


图7

(1) $n < 30$, 与 1 之 (1) 情况相同, 无所谓比较;

(2) $n > 30$, $A_1 - A_2 = X_2 - X_1 = \Delta X$, $A_1 = A_2$, 也就是说, 计算获得的平均数在这种情况下, 才与最或然值存在有影响的差异, 而这种情况实际上还包括正偏、负偏两种情况。

如果把所有这五种情况都看作出现机会均等的独立事件, 那末, 出现上述有影响的差异这一事件的概率 (P_1) 为: $P_1 = \frac{2}{5} = 0.4$ 。

另外, 在图 1 至图 4 的八个事例中, 若把 $\lg K'$ 与 $\lg J_r'$ 的统计都看作同性质的一批独立事件, 再通过直观的 (相当于定性) 的比较, 发现只有龙山的 $\lg K'$ 图形偏离正态分布较大。因出现两个峰值的仍可按正态分布对待 (两个正态分布的复合母体), 这样, 可大致计算出这种“误差”较大——可能不属于正态分布事件的概率 (P_2) 为:

$$P_2 = \frac{1}{8} = 0.125。$$

在本地区磁参数统计工作中, 由于“存在有影响的差异”和“可能不属于正态分布”两种情况的共同影响, 使几何平均值不能作最或然值的这一事件的概率为: P (不能作最或然值) = $P_1 \times P_2 = 0.4 \times 0.125 = 0.05$ 。此概率很小, 说明在大多数情况下, 在本区可用磁参数的几何平均值代替最或然值。

当然, 这仅仅是属于一种半定量的估算, 因为在这里还忽略了一些因素。但由于所抓住的是其中最主要的两个因素, 故所获得的结论是很有用的。

可能的原因

归结起来, 这是属于研究随机变量函数的概率分布问题。这类问题是, 已知 ξ 的概率分布, 求 $\eta = f(\xi)$ 的概率分布; 或已知 $(\xi_1, \xi_2, \dots)$ 的概率分布, 求 $\eta = g(\xi_1, \xi_2, \dots)$ 的概率分布。在我们所讨论的问题中, η 是已知函数, 即

$$\eta = P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} \quad (-\infty < x < \infty)$$

因此, 问题变为反过来求影响 ξ 的因素的概率分布规律, 也就是说, 是什么原因使 ξ 服从对数正态分布的。

根据中心极限定理, 一般如果每一项偶然因素对总和的影响是均匀微小的, 即没有一项起特别突出的影响, 那末就可以断定这些大量的、独立的偶然因素的总和是近似地服从正态分布的。因此有理由认为 $x = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \dots$, 式中 $\alpha, \beta, \gamma \dots$ 等是各种独立存在或作用于磁性体元的随机因素, 它们对 x 的综合影响是以乘积的形式施行的。而 $\alpha, \beta, \gamma \dots$ 又都服从算术正态分布:

$$P(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\alpha} e^{-\frac{(\alpha-a_\alpha)^2}{2\sigma_\alpha^2}}$$

$$P(\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\beta} e^{-\frac{(\beta-a_\beta)^2}{2\sigma_\beta^2}}$$

.....

因为“几个独立正态随机变量的和仍是正态随机变数。”所以 $\lg x = \lg \alpha + \lg \beta + \dots$ 仍是一个正态随机变量。因此 $\lg x$ 的概率分布也就服从正态分布, 即 ξ 服从对数正态分布律。

此假设从数学上解释了本区的现象, 剩下的问题是如何通过严格的物理实验来发现和研究因素 $\alpha, \beta, \gamma \dots$ 等的存在形式、作用机理的及相互间的关系。

结束语

磁参数统计是勘探阶段中正确选择磁参数的实践依据。钟姑矿区磁参数符合对数正态分布律。磁参数统计可简化为求几何平均值问题 (而不受 $n < 30$ 或 $n > 30$ 的限制)。这一认识是否具有普遍性, 仍需用实践加以证明。数理统计理论提出许多不同的分布律, 是各种自然规律的概括。磁参数的分布规律是一种具体的分布规律, 如果能够认识它的具体分布规律, 磁参数统计工作就可以规范化了。